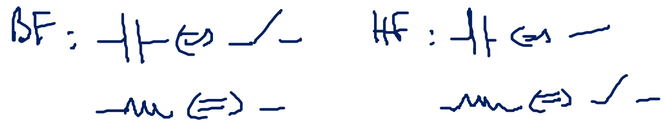
Filtrage

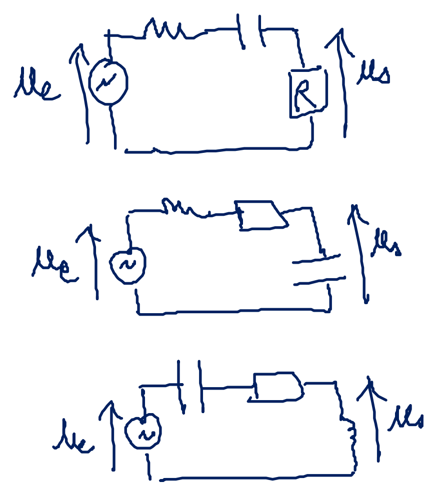
1.

$$\underline{H}_1 = \frac{H_0}{1 + jQ(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f})}$$

$\underline{H}_1(f \to 0) = 0$
$\underline{H}_1(f \to \infty) = 0$

Ce filtre coupe les BF et les HF c'est un filtre passe-bande





Passe-bande

Passe-bas

Passe-haut

$$\underline{H}_2 = \frac{H_0}{1 - (\frac{f}{f_0})^2 + j\frac{f}{Qf_0}}$$

$\underline{H}_2(f \to 0) = H_0$
$\underline{H}_2(f \to \infty) = 0$

Ce filtre coupe les HF, laisse passer les BF, c'est un passe-bas

$$\underline{H}_3 = \frac{-H_0(\frac{f}{f_0})^2}{1 - (\frac{f}{f_0})^2 + j\frac{f}{Qf_0}}$$

$\underline{H}_3(f \to 0) = 0$
$\underline{H}_3(f \to \infty) = H_0$

Ce filtre coupe les BF, laisse passer les HF, c'est un passe-haut

2. Pour le filtre passe-bande: fréquence de résonance, le gain à résonance, équations des asymptotes à BF et HF et point d'intersection des asymptotes.

$$\underline{H}_1 = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)} \qquad G_1 = |\underline{H}_1| = \frac{H_0}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)^2}}$$

maximum de G_1 c'est le minimum du dénominateur :

$\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right) = 0 \Rightarrow \boxed{f = f_0}$ fréquence de résonance

$\boxed{G_{1max} = H_0}$ gain à résonance

BF : $\underline{H}_1 = \frac{H_0}{-jQ\frac{f_0}{f}}$

$G_{1dB} = \underline{20}\lg\left(\frac{H_0 f}{Q f_0}\right)$

pente de l'asymptote

HF : $\underline{H}_1 = \frac{H_0}{jQ\frac{f}{f_0}}$

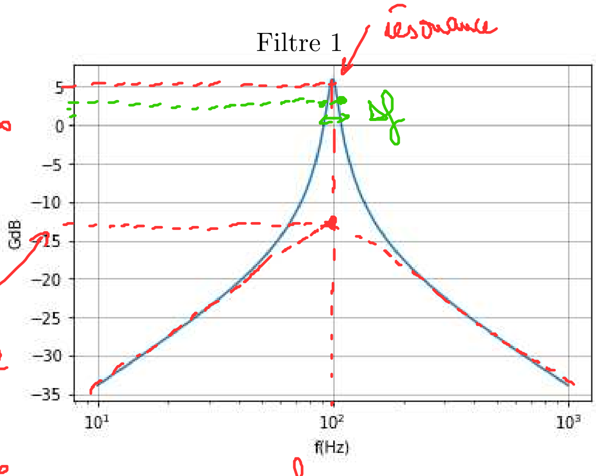
$G_{1dB} = 20\lg\left(\frac{H_0 f_0}{Q f}\right) = \underline{-20}\lg\left(\frac{Q f}{H_0 f_0}\right)$

pente de l'asymptote

Intersection des asymptotes : $\boxed{f = f_0}$

$\boxed{G_{dB} = G_{2dB} = 20\lg\frac{H_0}{Q}}$

3. Déduire de ces diagrammes, les valeurs numériques de H_0, f_0 et Q pour chacun de ces filtres:



$G_{dB} = 5\,dB$
$= 20\lg H_0$
$H_0 = 10^{5/20}$
$\underline{H_0 \simeq 2}$

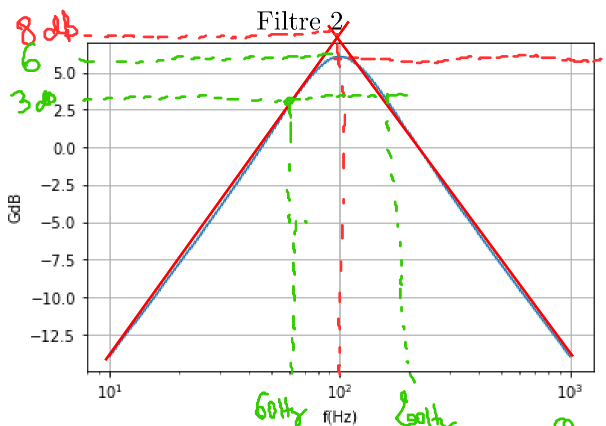
$20\lg\frac{H_0}{Q} = -12$

$\frac{H_0}{Q} = 10^{-12/20}$

$Q = H_0 10^{12/20}$ $\underline{Q \simeq 8}$

$f_0 = 100\,Hz$

Rq : $Q = f_0/\Delta f$



$G_{dB} = 6\,dB$
$= 20\lg H_0$
$H_0 = 10^{6/20}$
$\underline{H_0 \simeq 2}$

$f_0 = 100\,Hz$

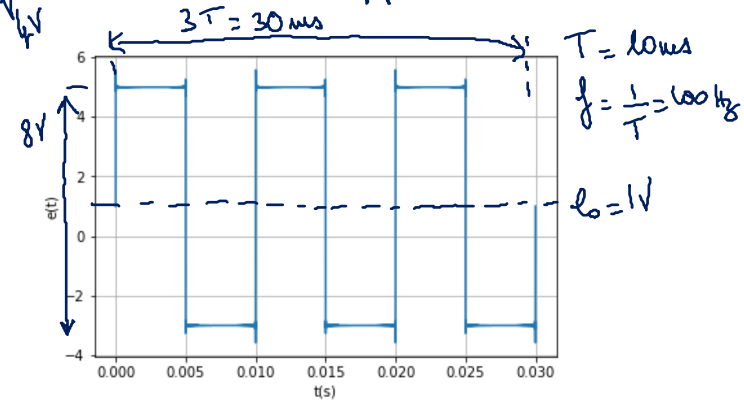
$Q = \frac{100}{200 - 60}$

$20\lg\frac{H_0}{Q} = 8 \Rightarrow Q = H_0 10^{-8/20}$ $\underline{Q \simeq 0{,}8}$

4. On alimente les filtres 1 et 2 avec une tension créneau de fréquence f et d'amplitude E dont la décomposition en série de Fourier s'écrit: $e(t) = e_0 + \frac{4E}{\pi}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{1}{2i+1}\sin(2\pi(2i+1)ft)$

valeur moyenne ou offset — amplitude 4V — fréquence du signal, fréquence du fondamental

```
f,E,e0=...100 , 4 , 1.........
def creneau(t):
——s=...e0.....
——for i in range(100):
————-s=s+4*E/np.pi/(2*i+1)* np.sin((2*i+1)*2*np.pi*f*t)
——return s
t=np.linspace(0,3/f,10000)
plt.plot(t,creneau(t))
plt.xlabel('t(s)')
plt.ylabel('e(t)')
plt.grid()
plt.show()
```



.

5.

```
H0,Q,f0=..............,..................,..................
def Hbar(f): Passe-bande
——return H0/(1+1j*Q*(f/f0-f0/f))
def G(f):
——return np.abs(Hbar(f))
def phi(f):
——return np.angle(Hbar(f))
def sortie(t):
——s=...e0*G(0)
——for i in range(N):
————-s=s+G((2*i+1)*f)*4*E/np.pi/(2*i+1)* np.sin(2*np.pi*(2*i+1)*f*t+phi((2*i+1)*f))
——return s
t=np.linspace(0,3/f,10000)
plt.plot(t,creneau(t))
plt.plot(t,sortie(t))
plt.grid()
plt.show()
```

$G = |\underline{H}|$

$\varphi = \arg(\underline{H})$

$\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$

$e(t) = E\sin(2\pi f t)$

$s(t) = S\sin(2\pi f t + \varphi)$

$S = G(f) \times E$

$\varphi = \arg(\underline{H}(f))$

fréquence $(2i+1)f$

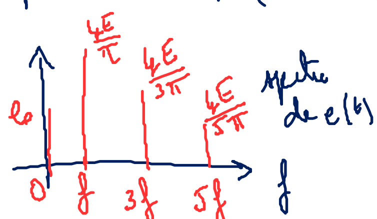
$e(t) = e_0 + \frac{4E}{\pi}\sum\frac{\sin(2\pi(2i+1)ft)}{2i+1}$

$f = 0$

sortie : $e_0 \times G(0)$

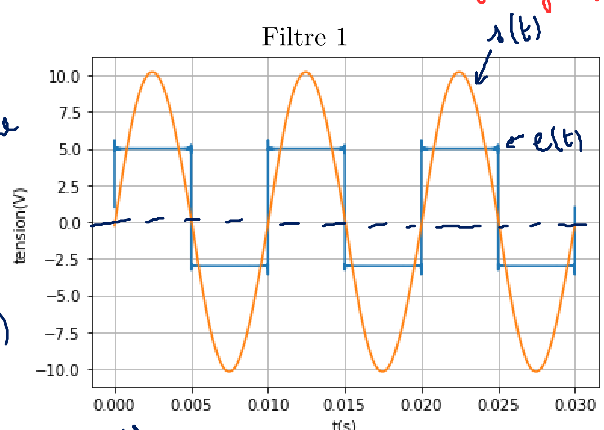
sortie : somme
amplitude : $G((2i+1)f)\frac{4E}{(2i+1)\pi}$

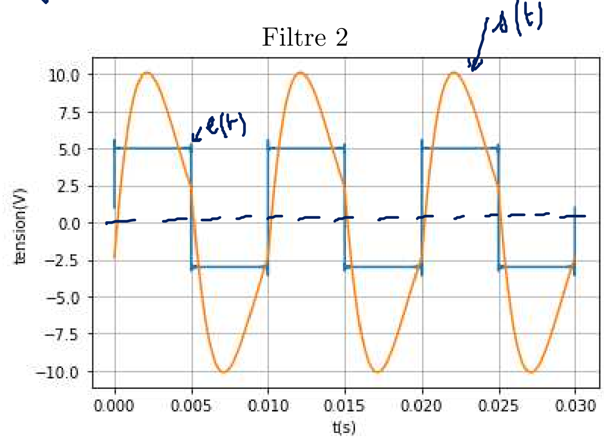
phase : $\varphi((2i+1)f)$



$s_0 = 0$: ces filtres coupent les BF

Ce filtre n'a laissé passer que le pic à la fréquence f ($i=0$)





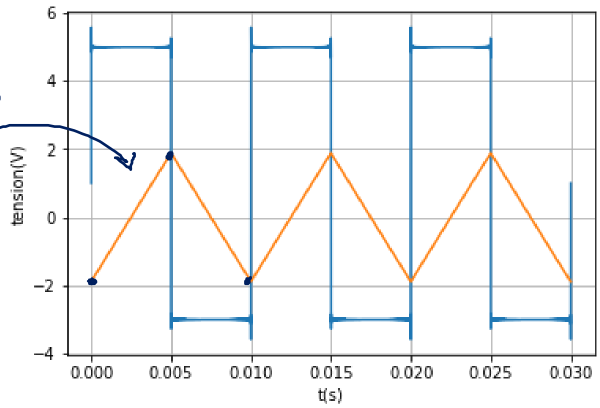
Ce filtre a laissé passer plusieurs pics : filtre peu sélectif (bande passante large, Q petit)

filtre très sélectif : filtre 1 (petite bande passante, grand facteur de qualité)

$Q = 10$ et $H_0 = 2$

6. On utilise le filtre 1 avec une fréquence $f_0 = 5\ Hz$ (la courbe $s(t)$ a été multipliée par un facteur 30).

30 × s(t)



filtre intégrateur :

$\begin{cases} f_0 = 5\ Hz \\ f = 100\ Hz \end{cases}$ $f \gg f_0$ $\underline{H}_1 \approx \dfrac{H_0}{jQ\frac{f}{f_0}} \approx \dfrac{H_0 f_0 2\pi}{jQ f 2\pi}$

$$\underline{H}_1 = \frac{f_0 H_0 2\pi}{jQ\omega} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$$

on enlève la composante continue (filtrée car $f=0$)

d'où $\underline{s} = \dfrac{f_0 H_0 2\pi}{Q}\,\dfrac{\underline{e}}{j\omega}$ en notation réelle : $\boxed{s = \dfrac{f_0 H_0 2\pi}{Q}\int e(t)\,dt}$ intégrateur

pente de $s(t)$ pour $t \in [0, T/2]$: $\dfrac{ds}{dt} = \dfrac{3{,}8}{0{,}005 \times 30} = 25\ V.s^{-1}$

pente de $s(t)$: $\dfrac{f_0 H_0 2\pi}{Q} \times \overset{4V}{E} = \dfrac{5\times 2\times 2\pi \times 4}{10} = 25\ V.s^{-1}$