

# Les laser

Le mot LASER vient de l'anglais : Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation (ce qui se traduit en français par : amplification de la lumière par émission stimulée).

Par rapport aux autres sources de lumière, la lumière émise par le laser a de nombreuses qualités :

- la lumière émise est quasi-monochromatique : elle émet une seule longueur d'onde. Cette propriété est liée à la longueur de cohérence (longueur moyenne des trains) d'onde émis de l'ordre du mètre.
- l'intensité émise est très importante : typiquement de l'ordre de  $1000W/m^2$
- le faisceau émis est très directif.

Il existe différents types de laser aux applications différentes :

laser	à gaz ionisé (argon, krypton,...)	à gaz	chimique
application	shows lasers	découpe ou soudure de matériaux	destruction de missiles

## I. Faisceau de profil Gaussien

Le champ électrique issu du laser vérifie l'équation de propagation:  $\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$  avec  $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$

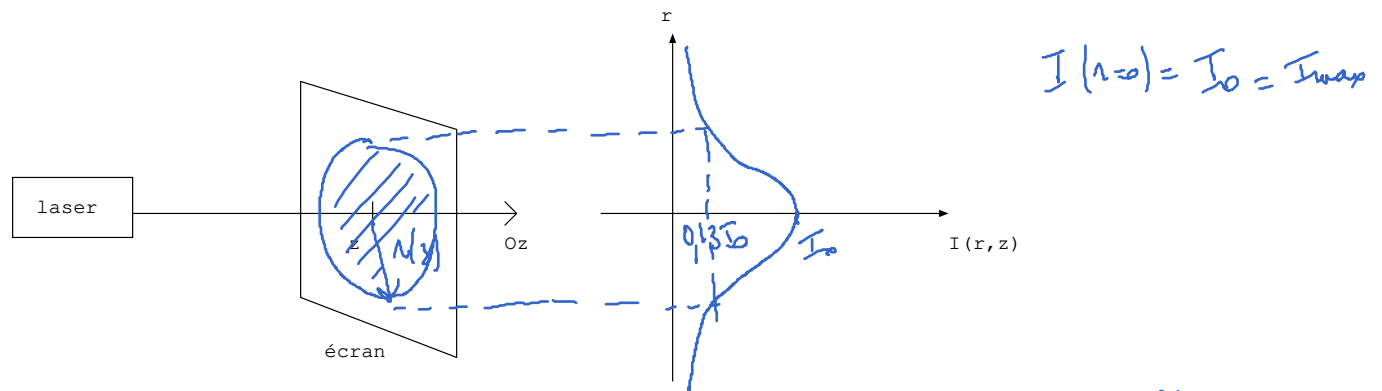
On se place en coordonnées cylindriques, l'axe Oz étant la direction de propagation de la lumière issue du laser. L'intensité lumineuse, soit  $\vec{I} = \frac{\vec{S}}{S} = \langle \|\vec{R}\| \rangle$  avec  $\vec{R} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$  s'écrit :

$$I(r, \theta, z) = I_0 e^{-\frac{2r^2}{w(z)^2}} \text{ avec } w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{L_R^2}} \text{ et } L_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$$

Commentaires physiques:

- Pourquoi  $\theta$  n'intervient pas? *peu invariante par rotation autour de Oz.*

- Tracer l'allure de la fonction  $I(r, z)$  en fonction de  $r$  pour  $z$  fixé. On estime que l'intensité est nulle pour  $I(r, z) < \frac{I_0}{e^2} = 0,13I_0$ . Déterminer les valeurs de  $r$  pour lesquelles l'intensité est négligeable.



*Sur l'écran on voit un disque lumineux de rayon*

$$r(z) = w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{L_R^2}}$$

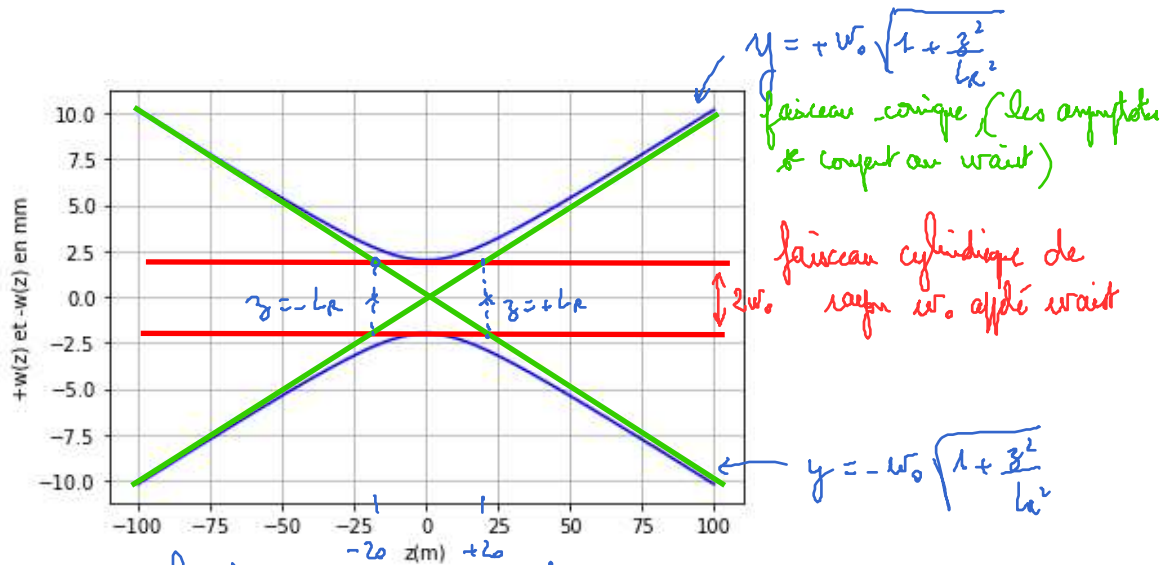
*Plus z est grand (plus on s'éloigne du laser) et plus le disque lumineux est grand*

$$I(r) = \frac{I_{max}}{e^2} = \frac{I_0}{e^2} = I_0 e^{-\frac{2r^2(z)}{w^2(z)}}$$

$$\text{soit } e^{-2} = e^{-\frac{2r^2(z)}{w^2(z)}}$$

$$\text{et } r(z) = w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{L_R^2}}$$

- On donne sur le graphe suivant les courbes  $+w_0\sqrt{1+\frac{z^2}{L_R^2}}$  et  $-w_0\sqrt{1+\frac{z^2}{L_R^2}}$ .



les faisceaux conique et cylindrique se croisent en  $z = \pm L_R$

Que voit-on sur un écran placé à la côté  $z = 0$  m?  $z = 100$  m? Calculer l'intensité moyenne du faisceau lumineux sur l'écran pour chacune de ces positions pour un laser de puissance  $P = 1$  kW.

Pour  $z = 0$  m on lit :  $r = 2$  mm soit  $I = \frac{P}{\pi r^2} = 80 \text{ MW.m}^{-2}$

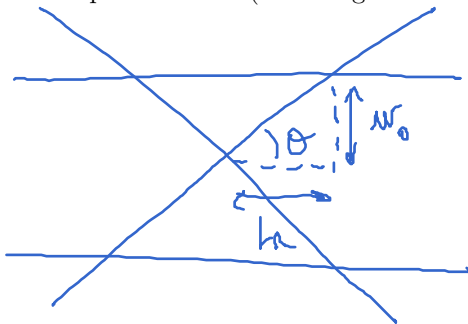
$z = 100$  m on lit :  $r = 10$  mm soit  $I = \frac{P}{\pi r^2} = 3,2 \text{ MW.m}^{-2}$

Donner les expressions approchées de  $w(z) = w_0\sqrt{1+\frac{z^2}{L_R^2}}$  dans les deux cas suivants:

Pour  $z \ll L_R$  :  $w(z) \approx w_0$  le faisceau est cylindrique de rayon  $r = w_0$   
(c'est le rayon minimal du disque à l'écran)

Pour  $z \gg L_R$  :  $w(z) = w_0 \frac{z}{L_R}$  le faisceau est conique

Expression de  $\theta$  (demi-angle au sommet du faisceau conique):



$$\tan \theta = \frac{w_0}{L_R} \approx \theta \quad \text{et} \quad L_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$$

$$\text{d'où} \quad \theta = \frac{w_0}{\pi w_0^2} \lambda = \frac{\lambda}{\pi w_0}$$

+ le waist  $w_0$  est petit et + le faisceau conique est divergent : tout se passe comme si le faisceau conique était à l'origine et le faisceau cylindrique à l'écran.

Remarque: Donc la côté  $z = 0$ , qui correspond au waist dans nos expressions, ne correspond pas forcément à la sortie du laser, cette position peut être à l'intérieur ou à l'extérieur du laser, on ne sait pas à quelle position elle correspond dans un laser réel.

Conséquences : plus le faisceau est pincé, plus il est divergent:  $w_0$  *petit* ..... conduit à  $\theta$  .... *grand*.

Mesure de la distance Terre-Lune:



*il faut que le faisceau aille loin sans trop diverger (θ petit → grand waist)*

Découpage au laser:



*il faut une forte intensité sur un waist très petit pour concentrer l'énergie*

Conclusion: Un faisceau laser est donc caractérisé par trois grandeurs :  $w_0$ ,  $\theta$  et  $L_R$ . Lorsque l'on connaît une de ces grandeurs, on peut déduire les deux autres à l'aide des expressions:

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \theta \\ \swarrow \quad \searrow \\ L_R \end{array} & \theta \approx \frac{w_0}{L_R} & \theta = \frac{\lambda}{w_0} \text{ (diffraction par le waist)} \\ & & L_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \text{ (donné par l'énergie)} \end{array}$$

Exemple: le laser helium-néon utilisé en TP a pour longueur d'onde  $\lambda = 632 \text{ nm}$  et  $\theta = 1 \text{ mrad}$ .

$$w_0 = \frac{\lambda}{\theta} = \frac{6,3 \cdot 10^{-7}}{10^{-3}} = 0,63 \text{ mm} \quad L_R = \frac{w_0}{\theta} = \frac{0,6 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}} = 0,6 \text{ m}$$

*le faisceau est cylindrique sur une distance  $L_R \approx 1 \text{ m}$*

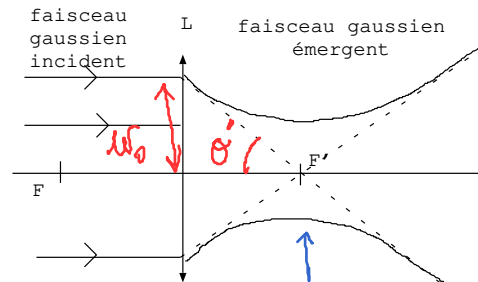
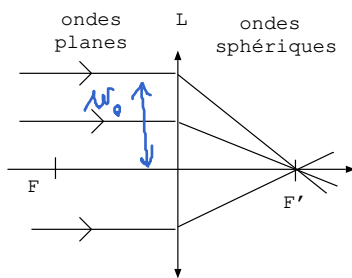
## II. Modification du faisceau gaussien par une lentille

La lentille transforme un faisceau gaussien de caractéristiques  $\theta$ ,  $w_0$  et  $L_R$  en un faisceau gaussien de caractéristiques  $\theta'$ ,  $w_0'$  et  $L_R'$ .

On connaît les caractéristiques du faisceau incident et on cherche les caractéristiques du faisceau émergent pour cela il suffit de déterminer l'une d'elle  $\theta'$ ,  $w_0'$  et  $L_R'$  par un schéma et les autres se trouvent par le calcul.

Deux cas extrêmes:

*Cas 1 : en optique géométrique, c'est le cas où la lentille transforme des ondes planes en ondes sphériques*

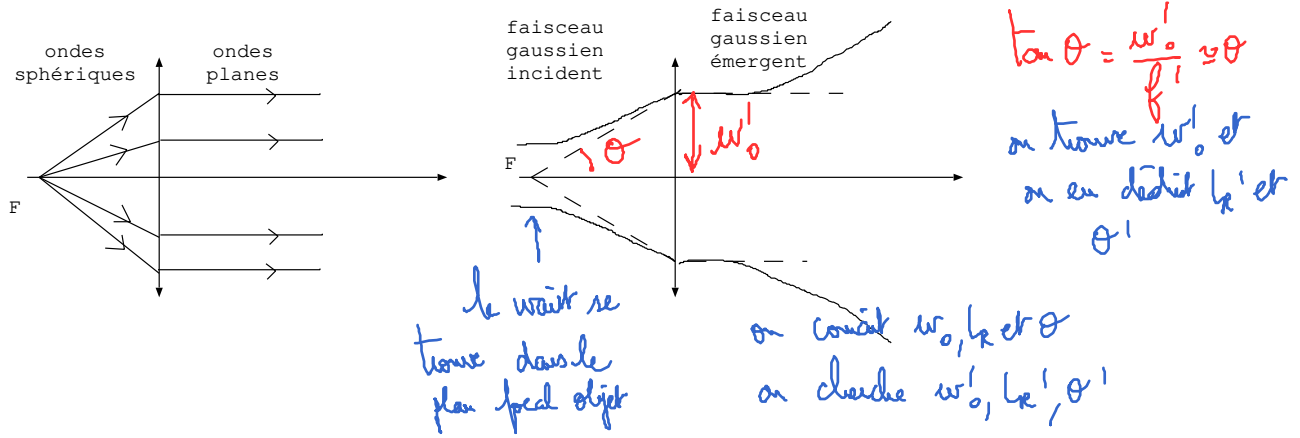


*On connaît  $w_0$ ,  $\theta$  et  $L_R$  on cherche  $\theta'$ ,  $w_0'$  et  $L_R'$*

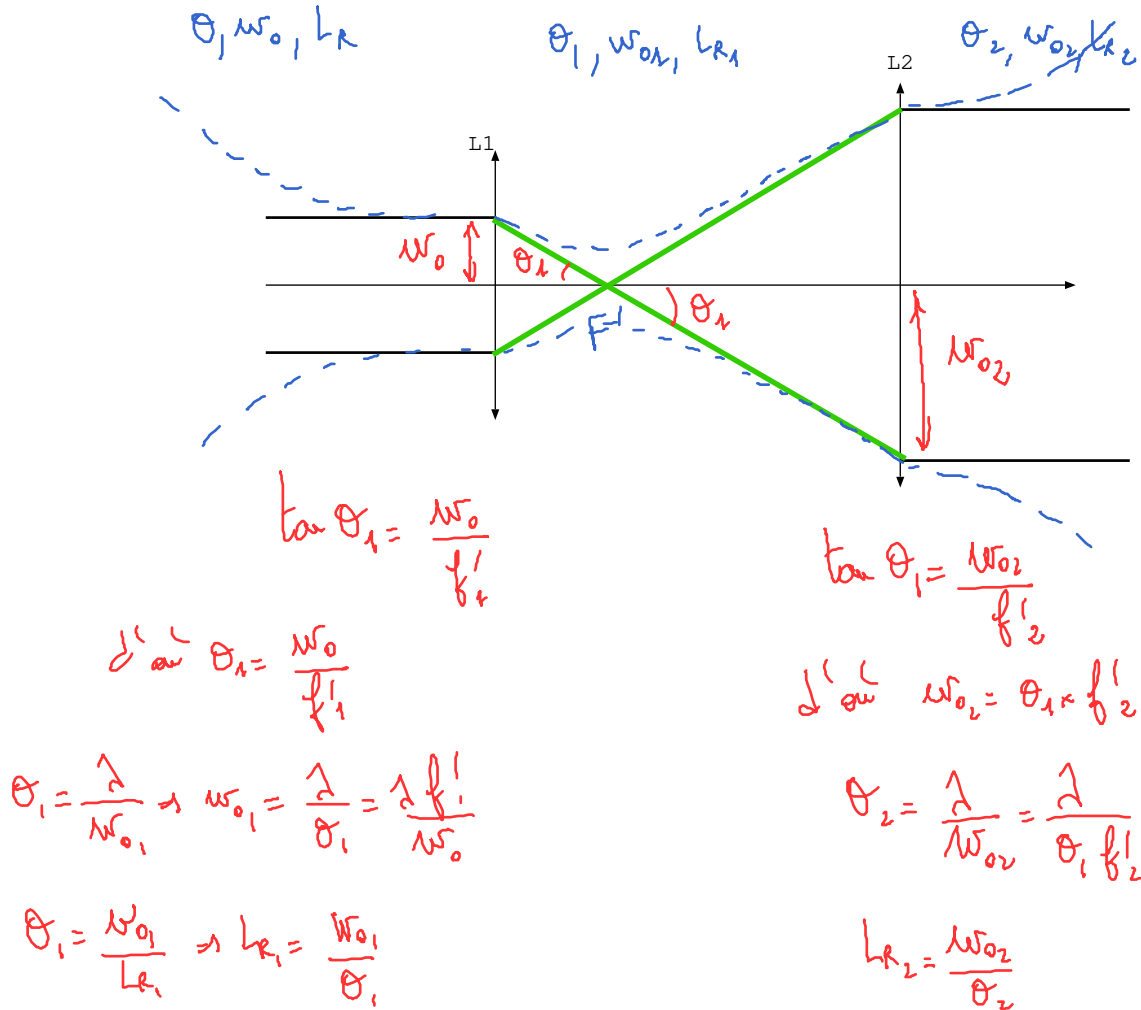
*le waist se forme au plan focal image mais on ne connaît pas sa valeur*

$$\begin{aligned} \tan \theta' &= \frac{w_0'}{f'} \approx \theta' \\ \text{on connaît } \theta' & \\ \text{on en déduit } L_R' & \\ \text{et } w_0' \text{ par:} & \\ \theta' &= \frac{\lambda}{w_0'} \\ \text{et } \theta' &= \frac{w_0'}{L_R'} \end{aligned}$$

Cas 2 : en optique géométrique, c'est le cas où la lentille transforme des ondes sphériques en ondes planes.



Application: élargisseur de faisceau laser:



### III. Interaction matière rayonnement

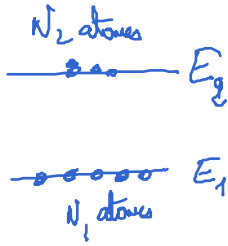
#### 1. La matière

On limite l'étude à des atomes à deux niveaux d'énergie :  $E_1$  (fondamental) et  $E_2 > E_1$  (excité).

On note  $N_1$  et  $N_2$  le nombre d'électrons dans les niveaux d'énergie respectifs  $E_1$  et  $E_2$ . Le nombre total d'atomes est  $N = N_1 + N_2$  cette donc  $\frac{dN_1}{dt} = -\frac{dN_2}{dt}$  (quand  $N_1 \uparrow$ ,  $N_2 \downarrow$ )

A l'équilibre thermodynamique, la statistique de Boltzmann donne:

$$\left. \begin{array}{l} N_2 \text{ proportionnel à } e^{-E_2/k_B T} \\ N_1 \text{ " " " } e^{-E_1/k_B T} \end{array} \right\} \text{ d'où } \frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{E_2 - E_1}{k_B T}} < 1$$



A l'équilibre thermodynamique, c'est l'état de + basse énergie qui est le + peuplé

#### 2. Le rayonnement

La lumière se comporte comme:

- une corpuscule: le photon : masse nulle  
 $E = hf = h \frac{c}{\lambda}$   
 $p = \frac{E}{c}$

- une onde: transportant un champ  $(\vec{E}, \vec{B})$   
 $\vec{K} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$  : dans le sens et la direction de l'onde

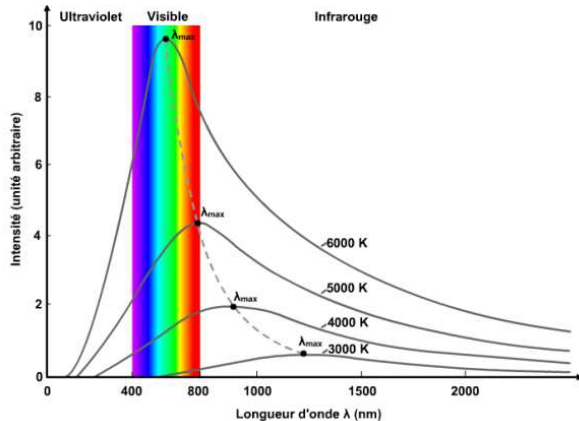
$$I = \frac{S}{S} = \langle \vec{K} \cdot \vec{u} \rangle$$

On note  $u(\nu)$  la densité spectrale d'énergie volumique de photons de fréquence  $\nu$  en  $J.m^{-3}.Hz^{-1}$ .

L'énergie volumique des ondes dont les fréquences sont comprises entre  $\nu_1$  et  $\nu_2$  est:  $\int_{\nu_1}^{\nu_2} u(\nu) d\nu$

Exemple: la densité spectrale du corps noir a pour expression:  $u(\nu) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$  en  $J.m^{-3}.Hz^{-1}$

$$u(\nu=0) = 0 \quad u(\nu \rightarrow \infty) = 0 \quad \left( \begin{array}{l} \text{d'expérielle} \\ \text{d'empiré} \end{array} \right)$$



Loi de Wien (hypothèse:  $h\nu \gg k_B T$ ):

on cherche le maximum de la fonction  $u(\nu)$  avec:

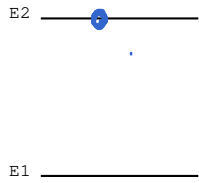
$$u(\nu) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} e^{-\frac{h\nu}{k_B T}}$$

$$\frac{du}{d\nu} = \frac{8\pi h}{c^3} e^{-\frac{h\nu}{k_B T}} \left[ 3\nu^2 + \nu^3 \times \left( -\frac{h}{k_B T} \right) \right] = 0$$

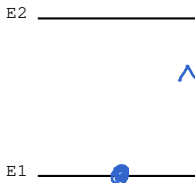
$$\text{pu } 3 = \nu \frac{h}{k_B T} \Rightarrow \nu_{\text{max}} = \frac{c}{\lambda_{\text{max}}} = \frac{3k_B T}{h}$$

$\lambda_{\text{max}} T = \frac{hc}{3k_B} = \text{cte}$  : + la T est élevée et + la longueur d'onde correspond à l'intensité maximale est petite

3. Les trois types d'interaction entre la matière et le rayonnement



→  
émission  
spontanée



$$\frac{dN_1}{dt} = + N_2 A$$

↑  
 $N_1 \uparrow$

$$\frac{dN_2}{dt} = - N_2 A$$

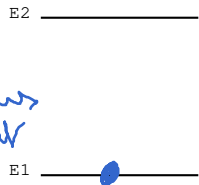
↑  
 $N_2 \downarrow$

L'atome est initialement dans le niveau d'énergie  $E_2$ , il émet un photon d'énergie  $E = E_2 - E_1 = h\nu_{12}$  en passant dans le niveau  $E_1$ .

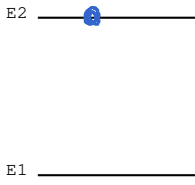
Le photon a une direction et une phase aléatoire

Comme que l'émission se produit il faut des atomes dans le niveau  $E_2$ .  $A$  est en  $s^{-1}$  ( $1/A$ : temps de vie du niveau  $E_2$ )

photon  
incident



→  
absorption



L'atome passe du niveau  $E_1$  au niveau  $E_2$  en absorbant un photon d'énergie  $E = E_2 - E_1 = h\nu_{12}$

Comme que l'absorption se produit il faut des atomes dans le niveau  $E_1$  et des photons de fréquence  $\nu_{12} = \frac{E_2 - E_1}{h}$

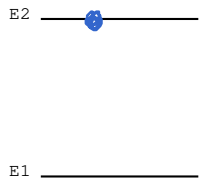
$$\frac{dN_1}{dt} = - u(\nu_{12}) N_1 B_{12}$$

↑  
 $N_1 \downarrow$

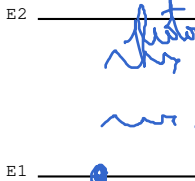
$$\frac{dN_2}{dt} = + u(\nu_{12}) B_{12} N_1$$

↑  
 $N_2 \uparrow$

photon  
incident



→  
émission  
stimulée



L'atome est éclairé par un photon d'énergie  $E = E_2 - E_1 = h\nu_{12}$  il passe du niveau  $E_2$  au niveau  $E_1$  en émettant un photon jumeau: un même, un direct, un phase, un polarisation

$$\frac{dN_1}{dt} = + N_2 u(\nu_{12}) B_{21}$$

↑  
 $N_1 \uparrow$

$$\frac{dN_2}{dt} = - N_2 u(\nu_{12}) B_{21}$$

↑  
 $N_2 \downarrow$

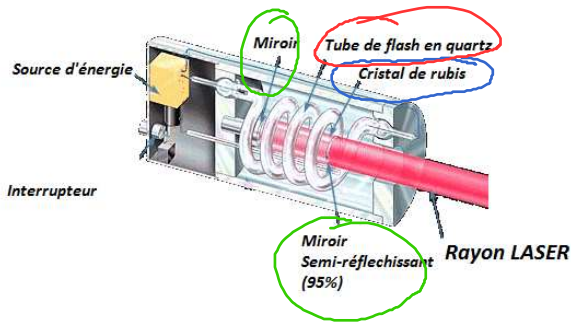
$B_{12}, A$  et  $B_{21}$  sont les coeff d'Einstein  $b_{12} = b_{21} = b$

Les 3 processus se produisent en un temps:

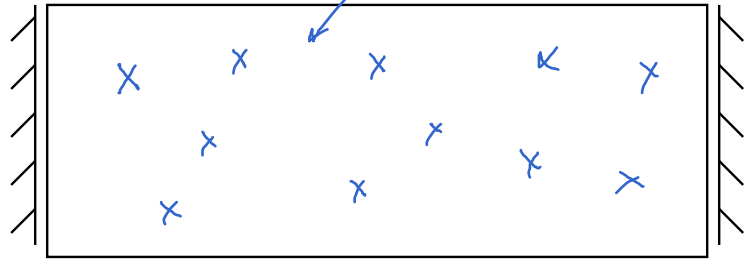
$$\frac{dN_1}{dt} = + AN_2 + B u(\nu_{12}) N_2 - B u(\nu_{12}) N_1 = - \frac{dN_2}{dt}$$

# IV. Principe du laser

Les trois composants du laser:



Cristal de rubis contenant des atomes à deux niveaux d'énergie  $E_1$  et  $E_2$



Miroir parfait

Miroir semi-réfléchissant qui laisse sortir la lumière

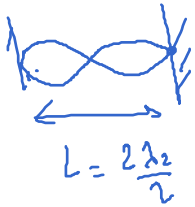
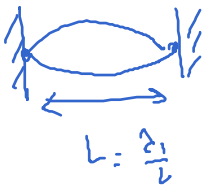
## Rôle du tube de quartz

Il réalise l'inversion de population par chauffage par arc ou par faisceau laser  $N_2 > N_1$  ainsi on favorise les émissions stimulées par rapport aux émissions spontanées, les photons qui sortent de la cavité ont des propriétés : une direction, une phase, une polarisation : la lumière laser est très cohérente

## Rôle de la cavité

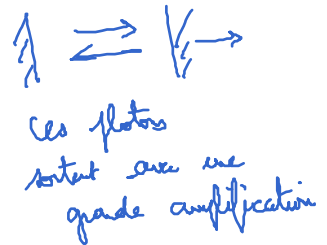
Elle sélectionne les photons en direction et longueur d'onde :

OS  
Comme pour la corde de Nelde



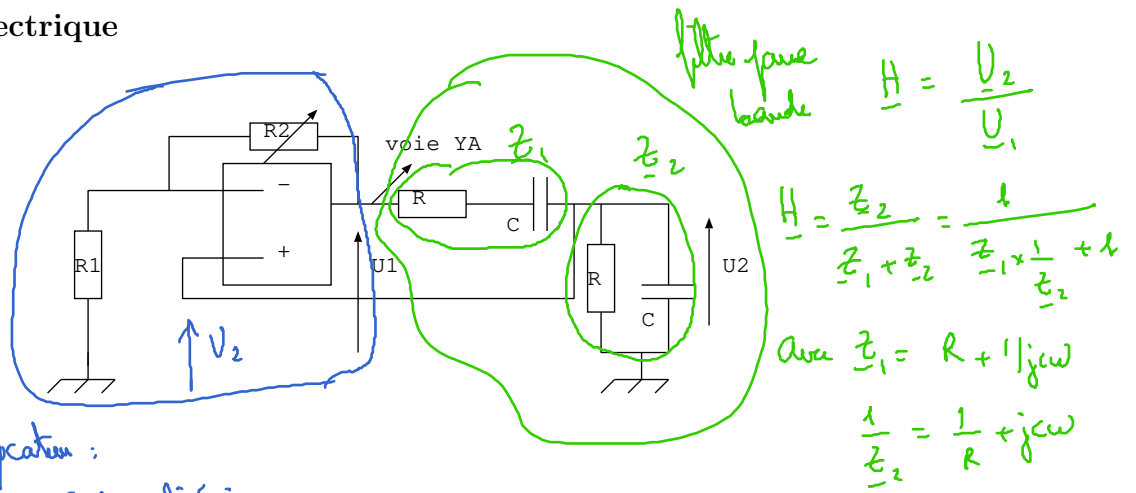
$$L = n \frac{\lambda_n}{2}$$

$$f_n = \frac{c}{\lambda_n} = \frac{nc}{2L}$$



Il y a un régime transitoire pendant lequel l'amplification augmente mais ne compense pas les pertes, en régime permanent l'intensité lumineuse est stable, l'amplification compense les pertes.

## V. Analogie électrique



montage amplificateur :

retroaction négative  $\rightarrow$  régime linéaire

$$U^+ = U_2$$

$$U^- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_1$$

$$U^+ = U^- \text{ donc } U_1 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) U_2$$

$U_1$  et  $U_2$  en phase

$$U_1 = G U_2$$

$$H = \frac{1}{3 + j\left(R\omega C - \frac{1}{R\omega C}\right)} = \frac{U_2}{U_1}$$

$U_1$  et  $U_2$  en phase pour  $R\omega C = \frac{1}{R\omega C}$

soit  $\omega = \frac{1}{RC}$

et dans ce cas  $U_2 = \frac{1}{3} U_1$

Le montage fonctionne pour  $U_1$  et  $U_2$  en phase, soit pour  $\omega = \frac{1}{RC}$

Avec  $\frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{3} = \frac{1}{G}$

pour  $G = 3$  : on observe des oscillations infinies

$G > 3$  : ça oscille et ça sature car le gain est  $>$  fait que les pertes

$G < 3$  : il ne se passe rien car le gain est  $<$  fait que les pertes

Oscillateur	Oscillateur électronique	Laser
Filtre	filtre de Wien	la cavité sélectionne la fréquence
Amplificateur	montage à Aci	émission stimulée : 1 photon incident donne 2 photons jumelés
Apport d'énergie	alimentation de l' Aci	le pompage pour avoir $N_2 > N_1$