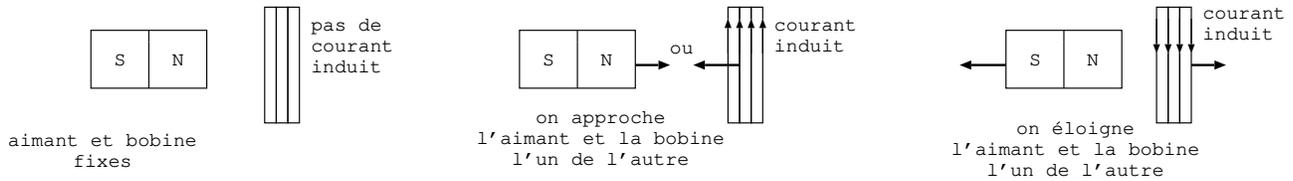


Révisions d'induction

Principe:

Quand on place un aimant et une bobine immobiles l'un près de l'autre, la bobine n'est le siège d'aucun courant. Quand on déplace l'aimant ou la bobine l'un par rapport à l'autre, il apparaît (pendant la durée du déplacement) dans la bobine un courant, appelé courant induit. Suivant que l'on éloigne ou que l'on rapproche l'aimant et la bobine l'un de l'autre, le sens du courant induit est modifié.



Explications:

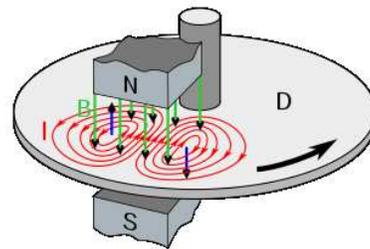
L'aimant crée un champ magnétique dans la bobine. La bobine est donc le siège d'un flux magnétique. Quand on éloigne ou qu'on approche l'aimant l'un de l'autre, le champ magnétique dans la bobine varie faisant ainsi varier le flux du champ magnétique à travers la bobine. C'est cette variation de flux qui est à l'origine du courant induit.

On observe le même phénomène si l'on remplace la bobine par un disque qui conduit le courant électrique. Les courants induits qui apparaissent dans le disque sont appelés courants de Foucault.

Applications: nombreuses sont les applications utilisant ce principe:

- Une dynamo de vélo est composée d'un aimant solidaire de la roue et d'une bobine fixe sur le cadre du vélo. Lorsque la roue tourne, l'aimant se rapproche ou s'éloigne de la bobine qui est alors le siège d'un courant induit, courant qui alimente une ampoule pour l'éclairage du vélo.

- Le freinage des camions s'effectue par induction. Quand le chauffeur active le système de freinage, ce système alimente un électroaimant qui crée un champ magnétique. L'électroaimant est fixe par rapport à la carrosserie du camion. Un disque conducteur, solidaire des roues, est traversé par le champ magnétique. Ce disque joue le rôle de la bobine, qui s'éloigne et se rapproche de l'aimant. Le disque est alors le siège de courants induits (courants de Foucault) qui freinent le disque et donc la roue.



Le freinage généré par les courants est d'autant plus intense que le disque et la roue tournent vite et réciproquement, plus la roue et le disque tournent lentement et moins le freinage est efficace. A l'arrêt ce dispositif de freinage ne fonctionne pas. Ce type de freinage ne peut donc être que complémentaire d'un freinage classique.

- Les plaques à induction génèrent un champ magnétique variable à l'origine de courants induits (courants de Foucault) dans le fond d'une casserole faite d'un matériau conducteur. Ces courants induits dissipent de l'énergie qui sert à chauffer la casserole et son contenu.

I. Les lois et les prévisions des phénomènes

1. Loi de Faraday : l'apparition d'un courant électrique induit, montre que tout se passe comme si le circuit contenait un générateur fictif dit générateur induit dont Faraday, en 1831, a donné l'expression de la fem.

Loi de Faraday :

Cette loi a pour origine l'équation de

Utilisation de la loi de Faraday:

On choisit un sens d'orientation pour l'intensité i dans le circuit (ce sens est soit proposé par l'énoncé, soit proposé de façon arbitraire par vous). On déduit du sens de i le vecteur normal \vec{n} en appliquant la règle de la main droite.

On calcule le flux du champ magnétique extérieur dans le circuit : $\phi = \iint \vec{B} \cdot dS \vec{n}$.

On en déduit la fem induite par la loi de Faraday : $e = -\frac{d\phi}{dt}$.

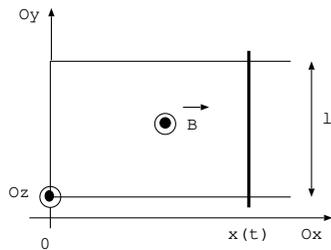
On représente le montage électrique équivalent dans lequel on place un générateur de tension de fem n'importe où dans le circuit, le sens de e doit être identique à celui choisi pour i .

Remarque: si l'on trouve e et i positifs, cela veut dire que

si l'on trouve e et i négatifs, cela veut dire que

Un exemple:

Une barre de longueur l se déplace sur deux rails conducteurs. Le circuit est placé dans un champ magnétique extérieur $\vec{B} = B\vec{e}_z$.



2. Loi de Lenz

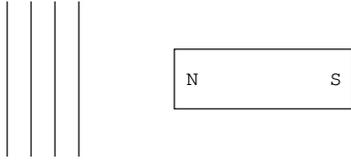
Enoncé de la loi de Lenz:

Utilisation de la loi de Lenz:

La loi permet de prévoir de façon qualitative le sens de la fem induite et donc du courant induit, on peut procéder de deux façons différentes qui dépendent de la situation étudiée:

- Une première façon de raisonner repose sur le flux : la valeur absolue du flux est le produit du champ magnétique B extérieur avec la surface du circuit plongé dans ce champ B . Ce flux peut varier car le champ extérieur varie ou car la surface du circuit varie. Il apparaît alors un courant induit dans le circuit qui crée un champ induit qui s'oppose à la variation de flux.

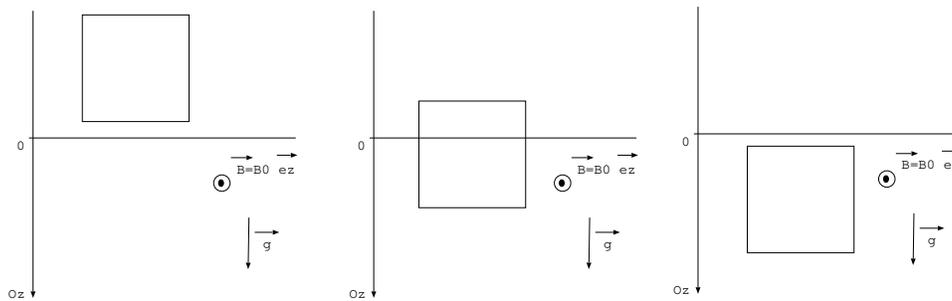
Exemple : on éloigne l'aimant de la bobine:



- La seconde façon de raisonner repose sur la force de Laplace:

Le sens du courant induit est tel qu'il crée une force de Laplace qui provoque un mouvement qui s'oppose au mouvement initial du système.

Exemple : chute d'un cadre : le champ est nul dans la région $z < 0$ et il est uniforme dans la région $z > 0$.



3. Remarque

Le champ magnétique qui traverse le circuit peut avoir deux origines:

II. Application à l'auto-induction

Soit un circuit fermé parcouru par un courant d'intensité i . Ce circuit crée un champ magnétique dont la norme est proportionnelle à i et dont la direction et le sens sont donnés par la règle de la main droite à partir du sens de i . Ce champ se nomme le champ propre. Le champ propre génère dans le circuit un flux magnétique appelé flux propre qui s'écrit:

L'application de la loi de Faraday donne:

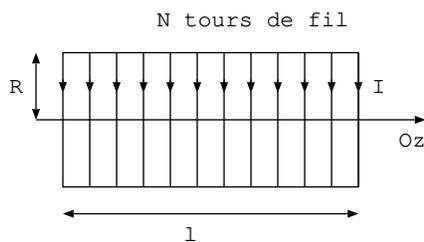
A retenir pour les exercices:

Quand l'énoncé dit que l'on tient compte de l'auto-induction, on ajoute dans le circuit électrique équivalent une bobine d'inductance L dont l'expression se déduit:

- soit

- soit

Exemple : inductance d'un solénoïde de rayon R , de longueur $l \gg R$ et comportant N tours de fil:



III. Application à l'induction en présence d'un champ magnétique extérieur

1. Méthode

On choisit un sens d'orientation pour l'intensité i dans le circuit (ce sens est soit proposé par l'énoncé, soit proposé de façon arbitraire). On déduit du sens de i le vecteur \vec{n} en appliquant la règle de la main droite.

On calcule le flux du champ magnétique extérieur dans le circuit : $\phi = \iint \vec{B} \cdot dS \vec{n}$.

On en déduit la fem induite par la loi de Faraday : $e = -\frac{d\phi}{dt}$.

On représente le montage électrique équivalent dans lequel on met en série:

- un générateur de tension de fem égale à $e = -\frac{d\phi}{dt}$, la flèche de e doit être dans le même sens que i .
- une bobine d'inductance L égale à l'inductance du circuit si l'énoncé indique que l'on tient compte du phénomène d'auto-induction
- en fonction de l'énoncé on ajoute une résistance R , un condensateur de capacité C ,... et d'autres éléments éventuels...

On écrit la loi des mailles qui conduit à ce que l'on nomme *l'équation électrique*. On constate, et on écrit "l'équation électrique contient un terme mécanique" (vitesse).

Remarque: Si on trouve $i > 0$: cela signifie que la fem induite et le courant induit sont réellement dans le sens choisi ou si on trouve $i < 0$: cela signifie que la fem induite et le courant induit sont réellement dans le sens opposé au sens choisi.

En cas de translation, on calcule la résultante des forces de Laplace sur le système et on applique la RFD qui donne ce que l'on appelle *l'équation mécanique*. On écrit "l'équation mécanique contient un terme électrique".

En cas de rotation, on calcule le moment (ou le couple) des forces de Laplace, il est donné par l'énoncé $\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B}$ où $\vec{M} = IS \vec{n}$ est le moment dipolaire de la boucle de courant formé par le circuit. On en déduit *l'équation mécanique* en appliquant le théorème du moment cinétique. On écrit "l'équation mécanique contient un terme électrique".

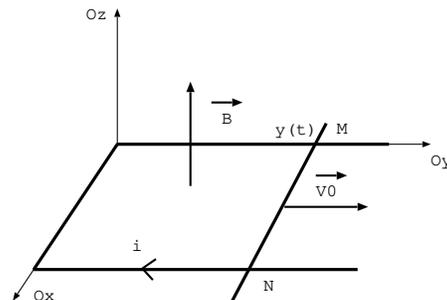
On résout le système d'équations couplées qui nous permet généralement de trouver une équation différentielle vérifiée par i , v ou ω .

Du point de vue énergétique, on a toujours: $P_{laplace} + P_{fem} = 0$ avec:

- $P_{fem} = e \cdot i$ où e et i sont en convention générateur
- $P_{laplace} = \vec{F}_{laplace} \cdot \vec{v}$ (translation) ou $\vec{\Gamma} \cdot \vec{\omega}$ (rotation).

2. Exercice type dans le cas d'une translation

Une tige MN , de masse m et de longueur $MN = l$, glisse sans frottement sur deux rails conducteurs. On repère sa position par la variable $y(t)$. Le circuit fermé par la tige a pour résistance totale R , on néglige les phénomènes d'auto-induction. La tige est initialement animée d'une vitesse \vec{v}_0 . Le circuit est plongé dans un champ magnétique \vec{B} uniforme créé par un système extérieur.



1- Prévoir le sens du courant induit et donc le signe de i .

2- Exprimer la force électromotrice induite. Représenter le circuit électrique équivalent et en déduire l'équation électrique.

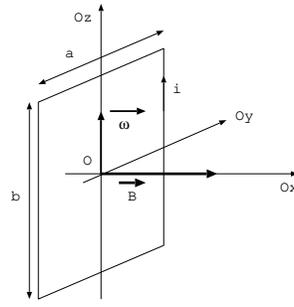
3- Déduire de la RFD appliquée à la tige, l'équation mécanique. En déduire l'équation différentielle vérifiée par la vitesse $v(t)$ de la tige et la résoudre pour $v(t=0) = v_0$.

4- Calculer l'énergie perdue par effet Joule au cours du mouvement de la tige. Calculer l'énergie cinétique perdue entre $t = 0$ et $t \rightarrow \infty$. Commenter.

5- On tient compte de l'auto-induction et on note L l'inductance du circuit. Représenter le circuit électrique équivalent et en déduire l'équation électrique. En déduire l'équation différentielle vérifiée par $v(t)$.

3. Exercice type dans le cas de la rotation

Un cadre rectangulaire de côtés a et b , comportant N spires est disposé verticalement. Il est plongé dans un champ magnétique extérieur uniforme et horizontal $\vec{B} = B\vec{e}_x$. A l'instant initial $t = 0$, le cadre est contenu dans le plan Oyz perpendiculaire au champ magnétique. La figure ci-contre représente le dispositif à $t = 0$. Grâce à un moteur, on fait alors tourner le cadre à la vitesse angulaire constante ω autour de l'axe Oz et passant par les milieux des petits côtés.



Le circuit a une résistance totale R . Le point O est au centre du cadre. On néglige le phénomène d'auto-induction.

1- Exprimer l'intensité $i(t)$ du courant induit dans le cadre.

2- Déterminer le moment magnétique du cadre et en déduire le couple moteur nécessaire pour faire tourner le cadre. On donne $\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B}$. En déduire la puissance moyenne nécessaire à cette rotation.

Données numériques : $a = 3 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $N = 20$ spires, fréquence de rotation du cadre $f = 50 \text{ Hz}$, $R = 1 \Omega$ et $B = 0,4 \text{ T}$.

IV. Inductance mutuelle

Soit un circuit C_1 parcouru par un courant d'intensité I_1 , ce circuit crée dans l'espace un champ magnétique \vec{B}_1 proportionnel à I_1 .

Soit un circuit C_2 parcouru par un courant d'intensité I_2 , ce circuit crée dans l'espace un champ magnétique \vec{B}_2 proportionnel à I_2 .

On peut définir plusieurs flux du champ magnétique:

- Le flux ϕ_1 de \vec{B}_1 à travers C_1 s'appelle le flux propre, il s'écrit

- Le flux ϕ_2 de \vec{B}_2 à travers C_2 s'appelle le flux propre, il s'écrit

- Le flux $\phi_{1 \rightarrow 2}$ de \vec{B}_1 à travers C_2 , il s'écrit

- Le flux $\phi_{2 \rightarrow 1}$ de \vec{B}_2 à travers C_1 , il s'écrit

$M_{1-2} = M_{2-1} = M$ s'appelle le coefficient d'inductance mutuelle, son signe dépend de l'orientation des courants dans les circuits (M peut être négative alors que L_1 et L_2 sont toujours positives).

Unité:

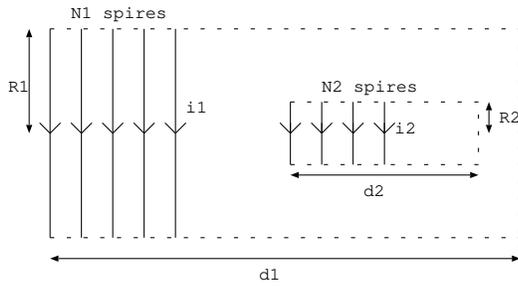
La loi de Lenz s'écrit:

pour le circuit C_1 :

pour le circuit C_2 :

Le circuit électrique équivalent est:

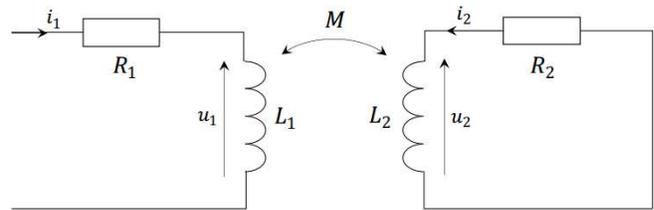
Exercice: calculer l'inductance mutuelle entre deux solénoïdes (infinis)



Que devient M si l'on change le sens du courant i_1 ?

Que devient M si l'on change le sens du courant i_2 ?

Exercice: On donne le circuit modélisant l'interaction entre le solénoïde et le plasma. Le solénoïde, d'inductance propre L_1 et de résistance R_1 , est parcouru entre $t = 0$ et $t = t_1$ par le courant $i_1(t) = I_0(1 - \frac{t}{t_1})$ avec I_0 et t_1 des constantes. La boucle de courant représentant le plasma a pour résistance R_2 et pour inductance propre L_2 , elle est parcourue par le courant $i_2(t)$. On a $i_2(t < 0) = 0$. M est l'inductance mutuelle entre les deux circuits.

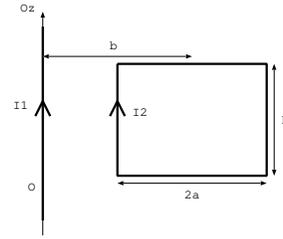


Montrer que $i_2(t)$ vérifie l'équation différentielle: $\frac{di_2}{dt} + \frac{i_2}{\tau_2} = \frac{I_0}{\tau_1}$. avec τ_1 et τ_2 qui seront exprimés en fonction de L_2 , R_2 , M et t_1 .

En déduire $i_2(t)$. En supposant $t \ll \tau_2$, simplifier cette expression par un développement limité au premier ordre en t/τ_2 .

Exprimer l'énergie reçue par R_2 entre $t = 0$ et $t = t_1$ en fonction de R_2 , L_2 , M , I_0 et de t_1 supposant que $t_1 \ll \tau_2$. Quel est l'effet de cette énergie sur le plasma ?

Exercice : Soit un fil infini parcouru par un courant d'intensité I_1 et une bobine plate de N spires rectangulaires de côtés longueur h (côté parallèle au fil) et $2a$ (côté perpendiculaire au fil) parcourue par un courant d'intensité I_2 . On note b la distance moyenne entre le fil et la bobine.



1- Le champ magnétique créé par un fil infini parcouru par un courant d'intensité I en coordonnées cylindriques s'écrit $\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_\theta$. Exprimer le flux du champ créé par le fil à travers la bobine et en déduire la mutuelle inductance M .

2- Le fil est alimenté par une source de tension qui délivre l'intensité $I_1(t) = I_0 \cos(\omega t)$. La bobine n'est pas alimentée, elle a pour résistance R . On néglige le phénomène d'auto induction. Représenter le schéma équivalent de la bobine et déterminer $I_2(t)$ dans la bobine.