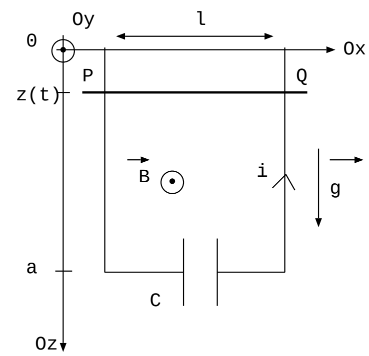
# TD induction

## I. Circuit avec un condensateur

Une tige PQ, de largeur l et de masse m, peut coulisser sans frottements, tout en restant horizontale, le long de deux rails verticaux. On repère sa position par la côte $z(t)$. Le circuit électrique ainsi constitué est fermé par un condensateur de capacité C, et l'on néglige la résistance du circuit. On choisit le sens de $i$ comme indiqué sur le schéma. Le circuit est plongé dans un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ uniforme et permanent, perpendiculaire au plan du circuit. A t=0, on débloque la tige. On néglige les phénomènes d'auto-induction.




**1.** Prévoir de façon qualitative le signe de $i$.

**2.** Déterminer la f.e.m induite dans le circuit. Ecrire l'équation électrique.

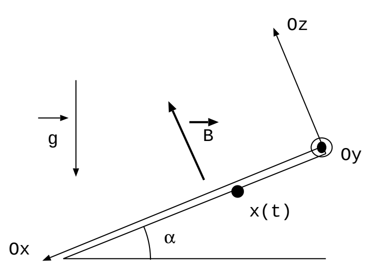
**3.** Faire le bilan des forces s'exerçant sur la tige $PQ$. Ecrire l'équation mécanique.

**4.** Déterminer la loi $v(t)$, où $v(t)$ est la vitesse de la tige PQ en projection sur l'axe vertical $Oz$. En déduire la loi donnant la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps. Que peut-il se passer pour le condensateur?

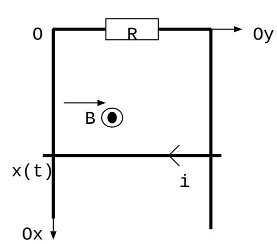
*Réponse: 4-* $\ddot{z} = \dfrac{g}{1 + \frac{B^2 l^2 C}{m}}$

## II. Rails inclinés

Un circuit électrique est composé de 2 rails distants de $a$ reliées par une résistance $R$ et d'une barre glissant sans frottement sur les rails. On note $x(t)$ la position de la barre et $\overrightarrow{v} = \dot{x}\overrightarrow{e_x}$, sa vitesse. Les rails font un angle $\alpha$ par rapport à l'horizontale. Le champ magnétique stationnaire et uniforme $\overrightarrow{B} = B_0\overrightarrow{e_z}$ est normal au plan $xOy$ du circuit électrique. On néglige le phénomène d'auto-induction.



vue de coté



vue de dessus

**1.** Prévoir de façon qualitative, le sens du courant induit et en déduire le signe de $i$ choisi par l'énoncé.

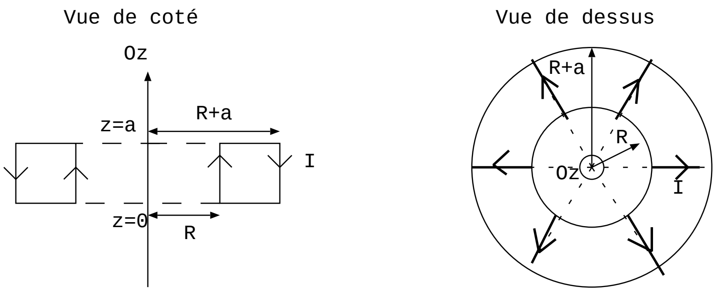
**2.** Ecrire l'équation électrique et exprimer l'intensité induite en fonction de $\dot{x}$, $a$ et $B_0$.

**3.** On lache la barre sans vitesse initiale. Ecrire l'équation mécanique et exprimer $\dot{x}(t)$ et $x(t)$. Commenter.

*Réponses: 3-* $\dfrac{dv}{dt} + \dfrac{B^2 l^2}{mR} v = +g \sin\alpha$

## III. **Champ créé par un tore à spires carrées**

Soit un tore à spires carrées de côté $a$ comportant $N$ tours de fil uniformément répartis et parcourus par un courant d'intensité $I$.




**1.** Montrer que $\overrightarrow{B} = B(r,z)\overrightarrow{e_\theta}$. En déduire la forme des lignes de champ.

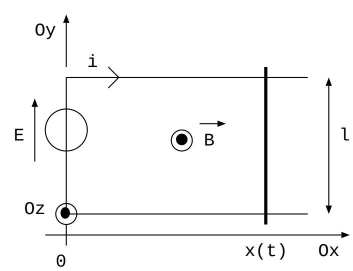
**2.** Déduire du théorème d'Ampère le champ magnétique dans les 5 cas suivants: $z > a$, $z < 0$, $0 < z < a$ et $r < R$, $0 < z < a$ et $R < r < R + a$, $0 < z < a$ et $r > R + a$.

**3.** Calculer le flux du champ magnétique à travers une spire carrée, en déduire le flux du champ magnétique à travers tout le tore puis l'inductance du tore.

**4.** Calculer l'énergie magnétique présente dans tout le tore et en déduire l'inductance du tore. On précise que la densité volumique d'énergie magnétique s'écrit $u_m = \dfrac{B^2}{2\mu_0}$.

*Réponses : 2-* $B = \dfrac{\mu_0.N.I}{2\pi r}$ *pour* $0 < z < a$ *et* $R < r < R + a$ *3- et 4-* $L = \dfrac{\mu_0 N^2 a}{2\pi}\ln(\dfrac{R+a}{R})$

## IV. **Présence d'auto-induction**




On considère deux rails parallèles distants de $l$ sur lesquels peut glisser (sans frottement) une barre $CD$ de masse $m$. L'ensemble est placé dans un champ magnétique extérieur uniforme $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{e_z}$. La position de la barre est repéré par son abscisse $x(t)$. Le circuit formé par les rails est fermé et est alimenté par un générateur de tension de fem $E$. Ce circuit possède une résistance $R$ et une autoinductance $L$.

**1.** Appliquer la loi Faraday et représenter le circuit électrique équivalent. En déduire l'équation électrique.

**2.** Ecrire l'équation mécanique.

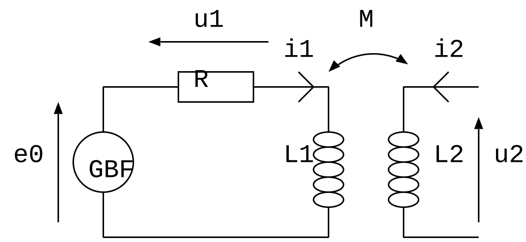
**3.** En déduire que la vitesse $v(t)$ de la barre vérifie une équation de la forme:

$$\frac{d^2v}{dt^2} + \frac{2}{\tau}\frac{dv}{dt} + \omega_0^2 v = \omega_0^2 v_1$$

Exprimer $\tau$, $v_1$ et $\omega_0$ en fonction des données. Ecrire $v(t)$ dans le cas d'un régime pseudo périodique (en fonction de deux constantes d'intégration que l'on ne cherchera pas à exprimer). Exprimer la pseudo-période et le temps de relaxation.

*Réponses: 3-* $\tau = \dfrac{2L}{R}$, $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{B^2 l^2}{mL}}$, $v_1 = -\dfrac{E}{Bl}$

## V. **Inductance mutuelle**




Le montage ci-contre permet de mesurer le coefficient d'inductance mutuelle entre deux bobines. Les deux bobines se font face comme sur la figure. La première bobine est montée en série avec une résistance $R = 100\ \Omega$ et un générateur de tension $e_0$ harmonique de fréquence $f = 2,0\ kHz$. Les tensions $u_1$ et $u_2$ sont mesurées grâce à un oscilloscope supposé idéal, c'est-à-dire de résistance d'entrée infinie.

**1.** Quelle est l'intensité circulant dans la bobine 2? Exprimer la tension $u_2$ en fonction de $M$, $R$ et $u_1$ en notation réelle puis en notation complexe.

**2.** Calculer $M$ sachant que les tensions lues à l'oscilloscope ont des amplitudes $u_{1m} = 3,0\ V$ et $u_{2m} = 0,5\ V$.

**3.** On fait tourner la bobine sur elle-même dans le plan de la paillasse. Indiquer sans calcul comment est modifiée la valeur de $M$ lorsque l'angle de rotation vaut $180^0$? $90^0$?

*Réponses: 1-* $u_2 = \dfrac{M}{R}\dfrac{du_1}{dt}$ *2-* $M = 1,3\ mH$

## VI. **Plaque de cuisson à induction**

Le chauffage du fond métallique des casseroles et autres poêles de cuisson peut être réalisé par effet Joule des courants induits directement dans le fond de la casserole par un champ magnétique variable, les courants de Foucault. Logé dans une table support en céramique, un bobinage alimenté en courant sinusoïdal, appelé inducteur, génère ce champ. L'inducteur a un rayon de 5 cm et compte vingt spires de cuivre de résistance électrique $R_1 = 18\ m\Omega$ et d'auto-inductance $L_1 = 30\ \mu H$. Il est alimenté par une tension harmonique $v_1$ de pulsation $\omega$. Du point de vue électromagnétique, on modélise le fond de casserole par une spire circulaire unique, fermée sur elle-même, appelée induit. L'induit a une résistance $R_2 = 8,3\ m\Omega$ et une auto-inductance $L_2 = 0,24\ \mu$. Le transfert d'énergie électrique s'effectue par couplage inductif entre l'inducteur et l'induit d'inductance mutuelle $M = 2\ \mu H$.

**1.** En s'appuyant sur un schéma électrique équivalent, établir les équations électriques relatives aux deux circuits.

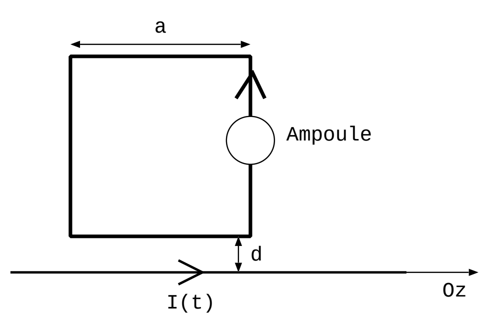
**2.** En déduire l'expression littérale de la fonction de transfert $\underline{H} = \dfrac{\underline{i}_2}{\underline{i}_1}$.

**3.** En déduire l'impédance d'entrée $\underline{Z}_e = \dfrac{\underline{v}_1}{\underline{i}_1}$ du système.

**4.** La pulsation $\omega$ est choisie très grande. Simplifier les deux expressions précédentes et calculer numériquement leur module.

*Réponses: 2-* $\underline{H} = -\dfrac{jM\omega}{R_2 + jL_2\omega}$ *3-* $\underline{Z}_e = R_1 + jL_1\omega + \dfrac{(M\omega)^2}{R_2 + jL_2\omega}$

## VII. **Ligne à haute tension**




Une ligne à haute tension assimilée à un fil droit infini transporte un courant sinusoïdal d'intensité $I(t)$ de fréquence $f = 50\ Hz$ et de valeur efficace $I_e = 800\ A$. On approche de cette ligne une bobine plate d'épaisseur négligeable de N spires carrées de côté $a = 40\ cm$ à une distance $d = 3\ cm$. Cette bobine d'inductance et de résistance négligeables est fermée sur une ampoule qui éclaire si la tension efficace à ses bornes est supérieure à $1,5\ V$.

**1.** Exprimer l'intensité $I(t)$ en fonction des données. Déterminer, en coordonnées cylindriques, le champ magnétique créé par le fil en supposant que le champ créé par un courant variable a la même expression que celui créé par un courant continu.

**2.** Exprimer le flux du champ magnétique créé par le fil à travers la bobine et en déduire la fem induite dans la bobine. Représenter le schéma électrique équivalent de la bobine et en déduire le nombre de spires $N$ minimal pour que l'ampoule éclaire. On donne $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\ H.m^{-1}$.

Réponses: 1- $I(t) = I_e\sqrt{2}\cos(2\pi ft)$ 3- $\phi = \dfrac{\mu_0 NIa}{2\pi}\ln(\dfrac{d+a}{d})$