Problème A : le haut-parleur électrodynamique

Un haut-parleur électrodynamique, schématisé en figure 1, est constitué d'un châssis sur lequel est fixé le circuit magnétique. Sur cet ensemble rigide est fixé l'élément actif du haut-parleur : l'équipage mobile formé de la membrane et de la bobine mobile. La liaison avec le châssis est assurée, près du centre par le spider, pièce de toile rigidifiée par du plastique et qui joue le rôle d'un ressort et sur le pourtour par une suspension périphérique. L'ensemble de la suspension assure le rappel vers la position d'équilibre et le guidage en translation parallèlement à l'axe $z'z$. Le circuit magnétique, constitué d'aimants permanents, génère un champ magnétique $\vec{B}$ radial et uniforme (B = 1,05 T) dans l'entrefer. La longueur totale du bobinage de la bobine mobile vaut l = 3,81 m. La masse de l'équipage mobile vaut m = 4,0 g.

Les parties **A.1-**, **A.2-** et **A.3-** ne sont que très partiellement liées.

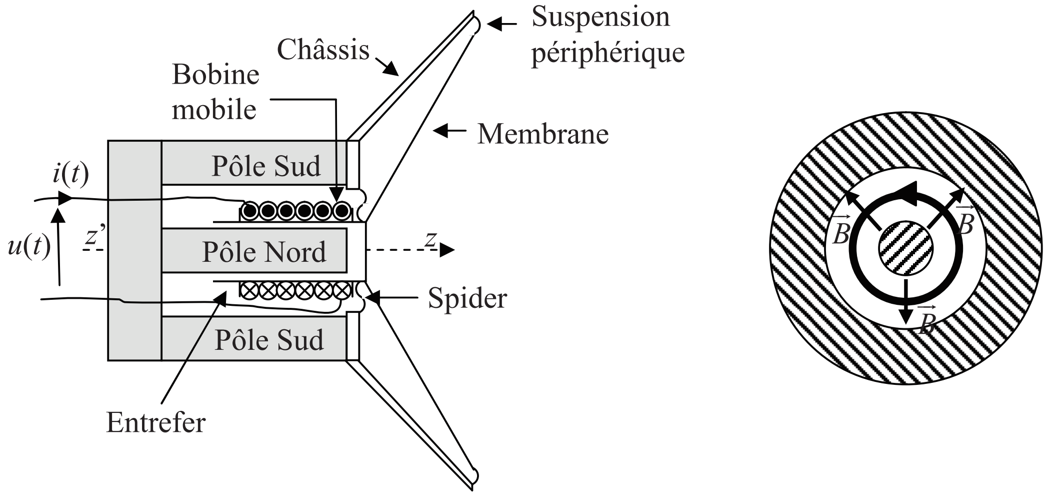

Figure 1 : schéma de principe du haut-parleur électrodynamique

A.1- Etude temporelle du fonctionnement

A.1.1- Pourquoi qualifie-t-on le haut-parleur de convertisseur électromécanique ?

A.1.2- On applique aux bornes de la bobine une tension variable $u(t)$. La bobine est alors traversée par un courant d'intensité $i(t)$ et la membrane se déplace avec la vitesse $v(t)$.

A.1.2.1- Justifier précisément l'apparition d'une f.é.m. induite $e(t)$ aux bornes de la bobine.

A.1.2.2- Le schéma électrique équivalent de la bobine est donné en figure 2, page suivante. Donner la relation qui lie $u(t)$ à $i(t)$, $i'(t) = \frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}$ et $e(t)$. Que représente chacun des termes de cette équation dite électrique ? Pour la suite du problème, on posera $e(t) = v(t) \cdot B \cdot l$.

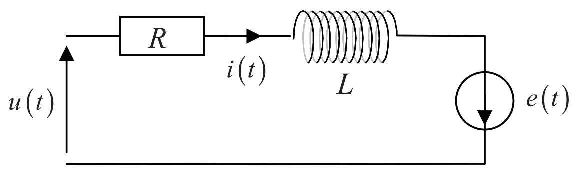

Figure 2 : schéma électrique de la bobine

A.1.3- Donner l'expression de la force élémentaire de Laplace $d\overrightarrow{f_L}$ exercée sur une portion de conducteur de longueur dl en fonction de $i(t)$, dl, B et $\overrightarrow{u_z}$.

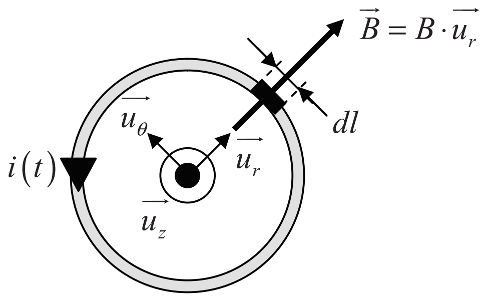

Figure 3 : portion de conducteur soumis à la force de Laplace

A.1.4- En prenant l'origine des z comme étant la position d'équilibre du centre d'inertie de l'équipage mobile (bobine + membrane), le principe fondamental de la dynamique appliqué à ce système donne la relation suivante : $m \cdot \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = -i(t) \cdot l \cdot B \cdot \overrightarrow{u_z} - k \cdot z(t) \cdot \overrightarrow{u_z} - \lambda \cdot \vec{v}$. Interpréter les différents termes de cette relation.

En déduire une équation reliant $i(t)$ à $z(t)$ et ses dérivées $z'(t) = \dfrac{\mathrm{d}z(t)}{\mathrm{d}t}$ et $z''(t) = \dfrac{\mathrm{d}^2 z(t)}{\mathrm{d}t^2}$.

L'équation ainsi obtenue est appelée équation mécanique.

A.2- Régime sinusoïdal forcé

La tension appliquée est supposée sinusoïdale, de fréquence f : $u(t) = U_m \cdot \cos(\omega \cdot t)$ et $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$. Nous utiliserons le formalisme complexe qui, à toute fonction sinusoïdale du type $a(t) = A_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$ associe la fonction complexe $\underline{a}(t) = A_m \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \varphi)}$. On rappelle que j est le nombre complexe tel que $j^2 = -1$.

A.2.1- Ecrire les équations mécanique et électrique en utilisant le formalisme complexe.

A.2.2- En déduire l'expression de l'impédance du haut-parleur $\underline{Z}(\omega) = \dfrac{\underline{u}(t)}{\underline{i}(t)}$.

A.2.3- Cette impédance $\underline{Z}(\omega)$ correspond à la mise en série de deux impédances : l'une $\underline{Z_e}(\omega)$, appelée impédance propre, qui ne contient que des termes relatifs au circuit électrique et l'autre $\underline{Z_m}(\omega)$, appelée impédance motionnelle, qui ne dépend que des caractéristiques mécaniques du système. Préciser les expressions de $\underline{Z_e}(\omega)$ et $\underline{Z_m}(\omega)$.

A.2.4- Montrer que l'admittance motionnelle $\underline{Y_m}(\omega)=\dfrac{1}{\underline{Z_m}(\omega)}$ peut s'écrire sous la forme : $\underline{Y_m}(\omega)=j\cdot C_m\cdot\omega+\dfrac{1}{j\cdot L_m\cdot\omega}+\dfrac{1}{R_m}$. Préciser les expressions de C_m, L_m et R_m en fonction de *l*, *B*, *k*, *m* et λ. On donne k = 1 250 N.m^{-1} et λ = 1,0 kg.s^{-1}, vérifier que $C_m = 2,5\cdot 10^{-4}$ F, $L_m = 12,8$ mH et $R_m = 16\ \Omega$.

A.2.5- Proposer un schéma électrique équivalent de l'impédance $\underline{Z}(\omega)$ du haut-parleur dans lequel vous ferez apparaître *R*, *L*, C_m, L_m et R_m.

A.2.6- On peut également poser que l'impédance du haut-parleur se compose d'une partie réelle R_T et d'une partie imaginaire X_T : $\underline{Z}(\omega)=R_T+j\cdot X_T$. Montrer alors que l'expression de R_T est la suivante : $R_T = R+\dfrac{R_m}{1+R_m{}^2\cdot\left(C_m\cdot\omega-\dfrac{1}{L_m\cdot\omega}\right)^2}$.

A.2.7- En utilisant la courbe $R_T = f(\omega)$ de la figure 4, déterminer la valeur numérique de la résistance *R* et montrer que la fréquence de résonance vaut $f_0 = 89$ Hz. Vérifier la cohérence de la valeur de f_0 avec les données de l'énoncé.

Figure 4 : courbe représentant R_T en fonction de ω

A.3- Etude énergétique

Nous ferons l'hypothèse que la transformation de l'énergie mécanique des parties mobiles en énergie acoustique s'effectue sans perte.

A.3.1- Etablir le bilan de puissance électrique global sous la forme :

$$u(t)\cdot i(t)=\frac{\mathrm{d}\left(E_{magn}\right)}{\mathrm{d}t}+P_J\left(i(t)\right)+P_L\left(v(t)\right).$$

Préciser les expressions de E_{magn}, $P_J\left(i(t)\right)$ et $P_L\left(v(t)\right)$.

Interpréter chacun des termes du bilan.

A.3.2- Etablir le bilan de puissance mécanique global sous la forme :

$$\frac{\mathrm{d}\left(E_c\left(v(t)\right)\right)}{\mathrm{d}t}+P_A\left(v(t)\right)+\frac{\mathrm{d}\left(E_{pe}\left(z(t)\right)\right)}{\mathrm{d}t}=P_L\left(v(t)\right).$$

Préciser les expressions de $E_c\left(v(t)\right)$, $E_{pe}\left(z(t)\right)$ et $P_A\left(v(t)\right)$.

Interpréter chacun des termes du bilan.

A.3.3- Déduire des deux relations précédentes que :

$$u(t)\cdot i(t)=\frac{\mathrm{d}\left(E_{magn}\right)}{\mathrm{d}t}+P_J\left(i(t)\right)+\frac{\mathrm{d}\left(E_M(t)\right)}{\mathrm{d}t}+P_A\left(v(t)\right).$$

A.3.4- Montrer que la puissance moyenne $\left\langle P_S(t)\right\rangle$ fournie par l'alimentation électrique est reliée à la valeur moyenne du courant au carré consommé par le haut-parleur $\left\langle i(t)^2\right\rangle$ et à la valeur moyenne de la vitesse au carré de l'équipage mobile $\left\langle v(t)^2\right\rangle$ par la relation :

$$\left\langle P_S(t)\right\rangle=R\cdot\left\langle i(t)^2\right\rangle+\lambda\cdot\left\langle v(t)^2\right\rangle.$$

Lequel de ces termes correspond à la puissance utile moyenne $\left\langle P_u(t)\right\rangle$? En déduire l'expression du rendement η.

A.3.5- La tension $u(t)$ appliquée aux bornes du haut-parleur est une tension alternative sinusoïdale, de valeur efficace U_{eff}. La bobine est alors traversée par un courant $i(t)$ alternatif sinusoïdal d'intensité efficace I_{eff}.
On rappelle que le haut-parleur peut se modéliser comme indiqué en figure 5. Montrer que le rendement η défini en question **A3.4**- a pour expression $\eta = \dfrac{R_T - R}{R_T}$.

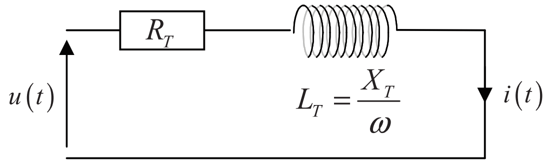

Figure 5 : modélisation du haut-parleur

A.3.6- On donne, en figure 6, la représentation du rendement η en fonction de la pulsation ω. Pour quelle fréquence le rendement est-il maximal ? Est-ce en accord avec les valeurs numériques précédentes ? Justifier votre réponse.

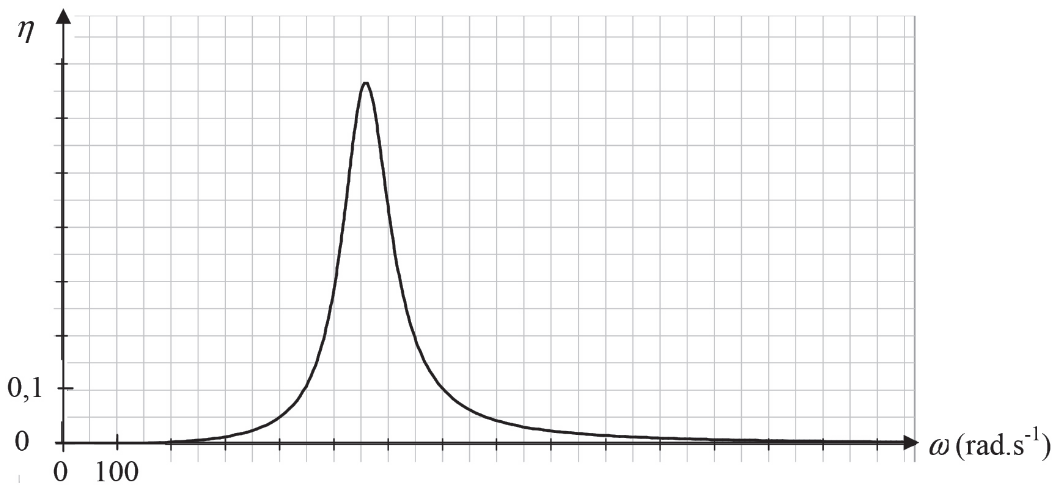

Figure 6 : courbe représentant le rendement η en fonction de la pulsation ω

A.3.7- Dans quelle gamme de fréquences l'utilisation du haut-parleur est-elle intéressante ? Rappeler l'intervalle de fréquences dans lequel l'oreille humaine entend les sons.

A.3.8- Expliquer pourquoi les enceintes acoustiques comportent plusieurs haut-parleurs.