TD laser

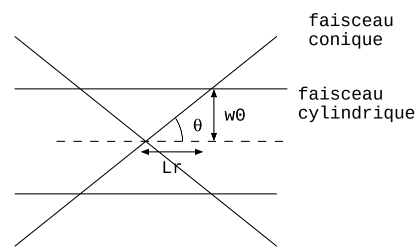
I. Applications du cours

1. Dans la cavité se forment des OS avec deux noeuds aux extrémités. On démontre donc la relation $L = \frac{n\lambda_n}{2}$ d'où les fréquences $f_n = \frac{nc}{2L}$.

L'écart en fréquence entre deux modes longitudinaux dans la cavité est donc $\Delta f = f_{n+1} - f_n = \frac{c}{2L} = 5.10^8\ Hz$.

2. A à l'équilibre thermodynamique on a $\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{E_2-E_1}{k_BT}} = e^{-\frac{hc}{\lambda k_BT}} = 1,5.10^{-33} << 1$: donc à l'équilibre le niveau fondamental d'énergie E_1 est bien le plus peuplé. (en effet $E_2 - E_1 = hf = \frac{hc}{\lambda}$).

3. D'après le modèle ci-contre on a $\tan\theta \approx \theta = \frac{w_0}{L_R}$.
On sait également que tout se passe comme si le faisceau conique diffracte à travers le faisceau cylindrique soit $\theta = \frac{\lambda}{w_0}$. AN: $\theta = \frac{\lambda}{w_0} = 3,17.10^{-6}\ rad$ et $L_R = \frac{w_0}{\theta} = \frac{w_0^2}{\lambda}$.



Le faisceau conique diverge et la largeur de la tache sur la lune est donnée par $\tan\theta \approx \theta = \frac{d_L/2}{D}$ soit $d_L = 2D\theta = 2,4\ km$.

4. Le terme $Bu(\nu)N'$ est positif, il fait donc augmenter N_2 donc il correspond à une absorption. Le nombre d'absorptions est d'autant plus important que N_1 est grand donc $N' = N_1$.

Le terme $-AN''$ est négatif, il fait donc diminuer N_2 donc il correspond à une émission. Ce terme ne dépend pas de $u(\nu)$ donc il s'agit d'émission spontanée qui ne dépend pas du nombre de photons présents. Le nombre d'émissions est d'autant plus important que N_2 est grand donc $N'' = N_2$.

Le terme $-Bu(\nu)N'''$ est négatif, il fait donc diminuer N_2 donc il correspond à une émission. Ce terme dépend pas de $u(\nu)$ soit il dépend du nombre de photons présents donc il s'agit d'émission stimulée. Le nombre d'émissions est d'autant plus important que N_2 est grand donc $N''' = N_2$.

On a donc $\frac{dN_2}{dt} = +Bu(\nu)N_1 - AN_2 - Bu(\nu)N_2$

En régime stationnaire on a $\frac{dN_2}{dt} = 0 = +Bu(\nu)(N_1 - N_2) - AN_2$ donc $N_2 - N_1 = -\frac{AN_2}{Bu(\nu)} < 0$. Soit $N_2 < N_1$: il faut fournir de l'énergie pour procéder à une inversion de population.

On ajoute un processus de pompage soit en régime stationnaire $\frac{dN_2}{dt} = 0 = P + Bu(\nu)N_1 - AN_2 - Bu(\nu)N_2$, on a donc $N_2 - N_1 = -\frac{AN_2}{Bu(\nu)} + \frac{P}{Bu(\nu)}$. Pour réaliser une inversion de population il faut $N_2 - N_1$ soit $P > AN2$.

5. En présence du seul phénomène d'émission spontanée on a $\frac{dN_2}{dt} = -A_{21}N_2$ soit à résoudre $\frac{dN_2}{dt} + A_{21}N_2 = 0$ d'où $N_2(t) = N_2(0)e^{-A_{21}t}$. $\frac{1}{A_{21}}$ représente donc le temps de vie du niveau excité E_2.

II. Laser à 3 niveaux

1. On a $\frac{dN_3}{dt} = +WN_1 - \Gamma N_3$: on met un $+$ devant le terme en W car ce terme fait augmenter N_3, et on met un $-$ devant le terme en Γ car ce terme fait diminuer N_3. Pour que la transition 1-3 se fasse selon W, il faut qu'il y ait des atomes dans le niveau E_1 d'où il faut que le nombre N_1 soit grand. Pour que la transition 3-2 se fasse selon Γ, il faut qu'il y ait des atomes dans le niveau E_3 d'où il faut que le nombre N_3 soit grand.

On a $\frac{dN_2}{dt} = +\Gamma N_3 + B_{12}N_1u(\nu) - B_{21}N_3u(\nu) - A_{21}N_2$: les flèches qui arrivent jusqu'à E_2 sont des termes qui font augmenter N_2 donc on met un $+$ devant, au contraire quand les flèches quittent le niveau E_2, ce sont des termes qui font diminuer N_2 donc on met un $-$ devant. Pour l'absorption et l'émission stimulée, cela dépend de la quantité de photons donc il y a $u(\nu)$ qui intervient dans les expressions.

$N_0 = N_1 + N_2 + N_3$: c'est le nombre total d'atomes qui est constant donc en dérivant on a $\frac{dN_1}{dt} + \frac{dN_2}{dt} + \frac{dN_3}{dt} = \frac{dN_0}{dt} = 0$ donc $\frac{dN_1}{dt} = -\frac{dN_3}{dt} - \frac{dN_2}{dt}$.

2. C'est du calcul, vous pouvez sauter.

3. Faire une inversion de population c'est avoir $N_2 > N_1$ donc on veut $\Delta N > 0$ ce qui impose $W > A_{21}$.

III. Le faisceau laser

1. On lit $w_0 = 4\ mm$ soit une intensité moyenne $I = \frac{P}{\pi w_0^2} = 20\ W.m^{-2}$.

Pour $z = 200\ m$, on lit $r = 12\ mm$ soit $I = \frac{P}{\pi r^2} = 2,2\ W.m^{-2}$.

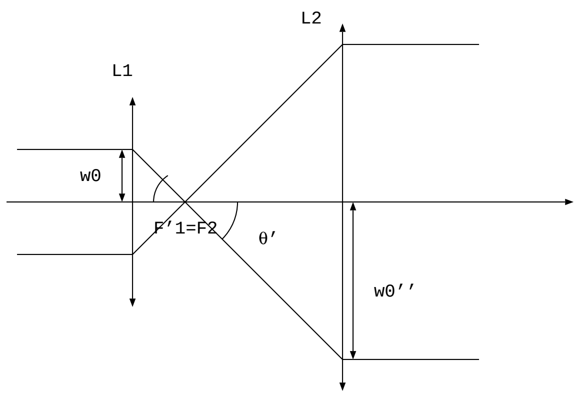
2. On trace le faisceau cylindrique de rayon $w_0 = 4\ mm$ et on trace le faisceau conique. L'intersection des asymptotes se trouve en $z = \pm L_R$, on lit $L_R \approx 70\ m$.

3. L'ouverture angulaire θ du faisceau conique est telle que $\theta = \frac{w_0}{L_R} = 57\ \mu rad$.

On a aussi $\theta = \frac{w(z)}{z}$ soit $w(z) = \theta z = 28\ mm$ pour $z = 500\ m$.

On donne $L_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} = \frac{w_0}{\theta}$, d'où $\theta = \frac{\lambda}{\pi w_0^2}$: c'est une relation de diffraction, l'ouverture angulaire est d'autant plus grande que le waist est petit.

4. Il faut que $F'_1 = F_2$, le grandissement est alors $\gamma = \frac{D'}{D} = \frac{f'_2}{f'_1}$ avec deux lentilles convergentes.

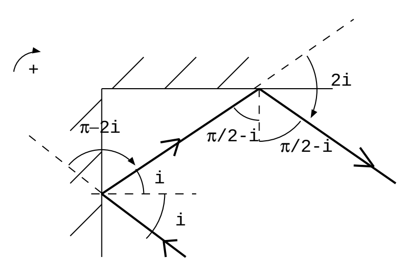


5. Le waist du faisceau émergent se trouve dans le plan focal image de la lentille L_1 et on a $\tan\theta' = \frac{w_0}{f'_1} \approx \theta' = 0,08\ rad$. On en déduit $w'_0 = \frac{\lambda}{\pi\theta'} = 2,9\ \mu m$. On a aussi $L'_R = \frac{w'_0}{L'_R} = 3,6\ \mu m$.

On a $\tan\theta' = \frac{w''_0}{f'_2} \approx \theta'$ soit $f'_2 = 25\ cm$.

IV. Distance Terre Lune

1. On considère un rayon réfléchi sur deux faces du coin de cube. En appliquant les lois de Descartes à la réflexion, on trouve que l'angle de déviation de la lumière réfléchie par rapport à la lumière incidente est égal à $(\pi - 2i) + 2i = \pi$ soit le rayon réfléchi est parallèle au rayon incident.

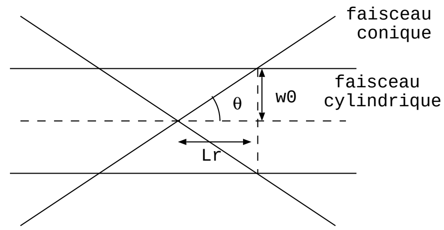


2. La distance Terre-Lune est $d_{TL} = \frac{c\Delta t}{2} = 3,84.10^5\ km$.

3. On note $u(d_{TL})$ et $u(\Delta t)$ les incertitudes sur la mesure de la distance Terre-Lune et sur la mesure du temps d'aller retour de la lumière.

La relation $d_{TL} = \dfrac{c\Delta t}{2}$ conduit à $\dfrac{u(d_{TL})}{d_{TL}} = \dfrac{u(\Delta t)}{\Delta t}$ soit $u(\Delta t) = \dfrac{u(d_{TL})\Delta t}{d_{TL}} = \dfrac{u(d_{TL})2}{c} = 6.10^{-11}\ s$: c'est la précision attendue sur la mesure de Δt pour atteindre une précision de 1 cm sur la mesure de la distance Terre-Lune.

4. On a $\tan\theta = \dfrac{w_0}{L_R} \approx \theta$.



Tout se passe comme si le faisceau conique diffracte à travers l'ouverture circulaire du faisceau cylindrique soit $\theta = 1,22\dfrac{\lambda}{2w_0} = 2,96.10^{-6}\ rad$.

On a donc $L_R = \dfrac{w_0}{\theta} = 60,8\ km$.

5. On applique la relation $\tan\theta = \dfrac{R}{d_{TL}} \approx \theta$. AN: $R = 1,13\ km$.

6. L'intensité lumineuse est le rapport de la puissance que la section du faisceau lumineux.

La puissance émise est $P = \dfrac{E}{\tau} = 10^6\ W$.

A la sortie du laser, le faisceau est cylindrique de rayon w_0 et de section $S = \pi w_0^2$ donc $I_S = \dfrac{P}{\pi w_0^2} = 9,8.10^6\ W.m^{-2}$.

La l'arrivée sur la lune, le faisceau est conique, son rayon est R, sa section est πR^2. On a donc $I_L = \dfrac{P}{\pi R^2} = 0,25\ W.m^{-2}$ soit $\dfrac{I_L}{I_S} = 2,5.10^{-8}$.

7. Un photon a pour énergie $E_{photon} = \dfrac{hc}{\lambda} = 3,7.10^{-19}\ J$. Donc une impulsion émet $N_1 = \dfrac{E}{E_{photon}} = 8,1.10^{17}$ photons.

Une impulsion émet N_1 photons et il arrive sur Terre après réflexion sur la lune $N_1' = N_1.10^{-20} = 8,1.10^{-3}$ photons.

Pour détecter un photon après réflexion sur la lune, il faut donc envoyer $\dfrac{1}{8,1.10^{-3}} = 124$ impulsions.