Interrogation jeudi 3 avril

I. Cours: laser

Un laser hélium néon a pour waist $w_0 = 5,0\ mm$ et pour longueur d'onde $\lambda = 632\ nm$. Dans un modèle cone-cylindre, estimer le demi angle au sommet du faisceau conique et la longueur de Rayleigh. On pointe ce faisceau vers la Lune, située à distance $D = 384\ 000\ km$. Estimer le diamètre d_L de ce faisceau sur la lune.

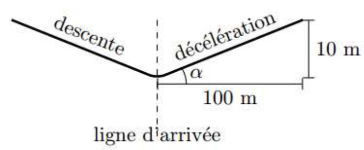
II. Freinage d'une luge

La luge est devenue un sport olympique en 1964 à Innsbruck (Autriche). Le lugeur est allongé, sur le dos et les pieds en avant, sur la luge qui glisse sur une piste de glace. Pour freiner, le lugeur ne peut compter que sur ses pieds car la luge ne comporte pas de frein. Les spécialistes peuvent atteindre des vitesses supérieures à 100 km/h.

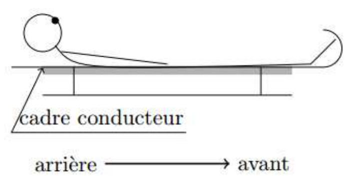
Pour la modélisation, on assimile l'ensemble luge+lugeur (désigné par la suite sous le terme simple de luge) à un point matériel M de masse $m = 100\ kg$. La piste est considérée comme un référentiel galiléen. Donnée: $g = 9,8\ m.s^{-2}$.

La luge franchit la ligne d'arrivée à la vitesse $v_a = 30\ m.s^{-1}$. Les frottements sont négligés devant les autres forces en jeu.

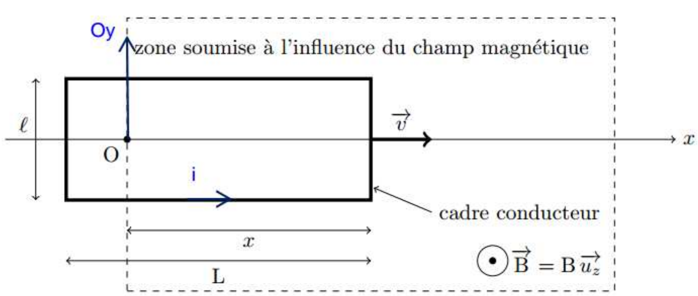
1. Le ralentissement à l'arrivée se fait sur une piste inclinée de 10 % (on monte de 10 m quand on avance horizontalement de 100 m). On note l'angle d'inclinaison α. Déterminer la longueur L de la piste de ralentissement nécessaire pour que la luge passe de $v_a = 30\ m.s^{-1}$ à l'arrêt. Faire l'application numérique et conclure sur la faisabilité de cette méthode de ralentissement.



On cherche une autre solution que celle de la pente inclinée pour ralentir la luge: le freinage par induction. On fixe sous la luge un cadre métallique rigide, conducteur, rectangulaire, de résistance totale $R_c = 10^{-3}\ \Omega$ et de côtés $l = 50\ cm$ et $L = 100\ cm$.



La piste est horizontale et le long de l'axe Ox, dont l'origine O est fixée sur la ligne d'arrivée. La zone de freinage se trouve en $x > 0$. L'origine des temps est également fixée au passage de la ligne d'arrivée. L'axe Oz désigne la verticale ascendante. Un dispositif crée un champ magnétique $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{u_z}$ uniforme avec $B = 1\ T$ sur toute la piste de décélération.



Cadre conducteur entrant dans la zone magnétique

2. On décompose le mouvement de la luge depuis la ligne d'arrivée jusqu'à ce qu'elle ait franchi complètement la zone soumise au champ magnétique, en trois phases. Au cours de la première phase, la luge pénètre dans la zone de champ magnétique. Seul l'avant de la luge est dans la zone de champ magnétique soit $x < L$ (voir schéma).

Dans la deuxième phase, la luge est entièrement dans la zone de champ magnétique qui est supposée de longueur plus grande que la taille L de la luge.

Dans la troisième phase, la luge quitte la zone de champ magnétique. Seul l'arrière de la luge est dans la zone de champ magnétique.

Préciser, en justifiant vos réponses, quelles sont les phases qui présentent un courant induit et prévoir par un raisonnement qualitatif, le signe de celui-ci.

3. Le champ magnétique a une valeur de 1 T. Est-ce élevé ? Quel dispositif pourrait, par exemple, créer un champ de cette intensité ? Quelle est l'ordre de grandeur du champ magnétique terrestre ?

Dans la suite, on s'intéresse au mouvement du cadre lorsqu'il n'a pas entièrement pénétré dans la zone soumise à l'influence du champ magnétique (phase 1 avec $x < L$).

4. Exprimer le flux magnétique ϕ qui traverse le cadre orienté par i, lorsque le cadre pénètre dans la zone magnétique. En déduire la force électromotrice qui apparaît dans le cadre en fonction de la vitesse v du cadre, de sa largeur l et du champ magnétique B.

5. Représenter le circuit électrique équivalent au cadre rectangulaire en négligeant les phénomènes d'auto induction. Exprimer l'intensité i induite dans le cadre en fonction de B, l, v et R_c.

6. Montrer que $v(t)$ vérifie une équation différentielle du type $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = 0$ lorsque la luge pénètre dans la zone soumise au champ magnétique. Exprimer τ en fonction des données.

7. En déduire $v(t)$ puis la position $x(t)$ de la luge en fonction de t, τ et v_a.

Exprimer la durée T que met le cadre de longueur L pour pénétrer entièrement dans la zone magnétique. En déduire l'expression de $v(T)$. Calculer numériquement la variation Δv de vitesse de la luge entre les instants $t = 0$ et T.

8. Quelle est la vitesse de la luge une fois que le cadre est entièrement dans la zone soumise au champ magnétique ? Justifier. En déduire la longueur idéale de la zone soumise au champ magnétique.

9. La zone soumise au champ magnétique n'occupe pas toute la piste de décélération mais est limitée à la longueur idéale déduite précédemment. Que se passe-t-il lorsque le cadre conducteur sort de cette zone ?

10. On installe une alternance de zones magnétiques et non magnétiques. Justifier le fait qu'à chaque passage dans une zone de freinage, la variation de vitesse de la luge est $\Delta v_{zone} = -\frac{2L}{\tau}$. Combien de zones magnétiques sont nécessaires pour que la vitesse de la luge diminue jusque environ $v_f = 5\ m.s^{-1}$, vitesse à partir de laquelle le lugeur peut freiner avec ses pieds ? Quelle est alors la longueur de la piste de ralentissement ?

11. Donner un exemple d'utilisation de freinage par induction.