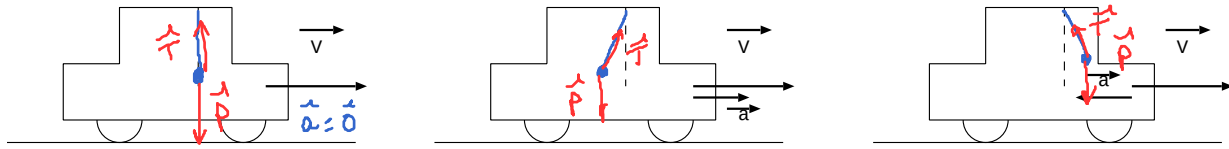


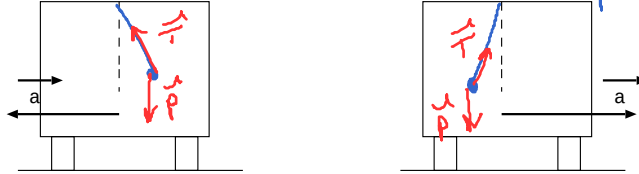
Chapitre M2 : dynamique en référentiel non galiléen

Observations: on étudie le mouvement d'un petit objet accroché au rétroviseur d'une voiture en mouvement.



Le pendule est vertical quand la voiture a un mvt rectiligne uniforme

Le pendule s'écarte de la verticale lorsque la voiture prend une accélération soit parce qu'elle accélère ou décélère soit parce qu'elle tourne



Conclusion: Quand la voiture a un mvt rectiligne uniforme, le pendule est à l'équilibre dans la position verticale sous l'action de son poids et de la tension du fil.

Quand la voiture prend une accélération, la position d'équilibre du pendule n'est pas verticale, les seules forces poids et tension du fil ne peuvent pas expliquer la déviation du pendule: le pendule subit donc des forces supplémentaires dans le réf lié à la voiture, ces forces sont de sens opposé à l'accélération de la voiture

I. Référentiels galiléens ou non

La première loi de Newton s'énonce:

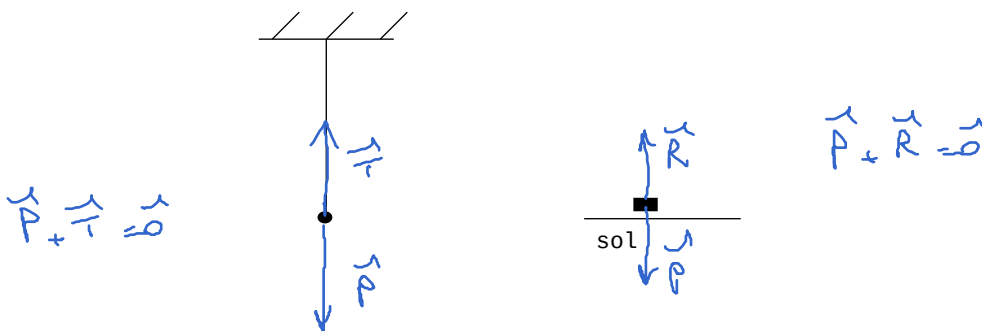
Il existe des référentiels privilégiés par rapport auxquels un objet matériel isolé ou pseudo-isolé a un mvt rectiligne uniforme ou se trouve à l'équilibre. Ces réf. sont appelés réf. galiléens.

En langage mathématique:

$$m \vec{a}(M)/R = \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$$

isolé: ne subit aucune force
pseudo-isolé: la somme des forces est nulle

Exemples:



Il existe donc des référentiels galiléens et des référentiels non galiléens, or les lois de la mécanique: relation fondamentale de la dynamique (deuxième loi de Newton), le théorème du moment cinétique et les théorèmes énergétiques ne s'appliquent que dans les référentiels galiléens.

Le cours doit donc répondre à deux questions:

- Comment reconnaît-on un référentiel galiléen ?
- Que deviennent les lois de la mécanique dans un référentiel non galiléen ?

On cherche ici à répondre à la première question. Pour cela soit un référentiel $\mathcal{R}$ galiléen et un point matériel M pseudo-isolé. On peut donc écrire:

$$\vec{a}(M)_{\mathcal{R}} = \vec{0}$$

Soit $\mathcal{R}'$, un référentiel mobile dans $\mathcal{R}$. La loi de composition des accélérations s'écrit:

$$\vec{a}(M)_{\mathcal{R}} = \vec{a}(M)_{\mathcal{R}'} + \vec{a}_e(M) + \vec{a}_c(M)$$

$\mathcal{R}'$ est galiléen à condition que: $\vec{a}(M)_{\mathcal{R}'} = \vec{0}$ *M est pseudo-isolé dans $\mathcal{R}'$ galiléen, il est à l'équilibre on a un m.u.r. rectiligne uniforme*

d'où $\vec{a}_c(M) = \vec{0} \Rightarrow \mathcal{R}'$ en translation dans $\mathcal{R}$

$\vec{a}_e(M) = \vec{a}(O')_{\mathcal{R}} = \vec{0} \Rightarrow O'$ décrit une droite à vitesse cette

Conclusion: Le réf. $\mathcal{R}'$ mobile dans $\mathcal{R}$ galiléen est galiléen si et seulement si il est en translation rectiligne uniforme dans $\mathcal{R}$. Tout réf. $\mathcal{R}'$ qui n'est pas en translation rectiligne uniforme dans $\mathcal{R}$ n'est pas galiléen

II. Les lois de la mécanique en référentiel non galiléen

Ce paragraphe répond à la deuxième question posée.

Soit $\mathcal{R}$ un référentiel galiléen.

Soit M un point matériel qui subit la résultante des forces extérieures $\vec{F}_{ext}$.

Soit $\mathcal{R}'$ un référentiel mobile dans $\mathcal{R}$, tel que $\mathcal{R}'$ n'est pas en translation rectiligne uniforme dans $\mathcal{R}$ donc $\mathcal{R}'$

On applique la RFD à M dans $\mathcal{R}$ galiléen: $m\vec{a}(M)_{\mathcal{R}} = \vec{F}_{ext}$

On applique la loi de composition des vitesses: $\vec{a}(M)_{\mathcal{R}} = \vec{a}(M)_{\mathcal{R}'} + \vec{a}_e(M) + \vec{a}_c(M)$

$$\text{soit } m\vec{a}(M)_{\mathcal{R}'} = m\vec{a}(M)_{\mathcal{R}} - m\vec{a}_e(M) - m\vec{a}_c(M)$$

$$\boxed{m\vec{a}(M)_{\mathcal{R}'} = \underbrace{\vec{F}_{ext}}_{\vec{F}_{ie}} - \underbrace{m\vec{a}_e(M)}_{\vec{F}_{ic}} - \underbrace{m\vec{a}_c(M)}_{\vec{F}_{ic}}}$$

RFD appliquée à M dans $\mathcal{R}'$, M subit deux forces supplémentaires

Conclusion:

Dans $\mathcal{R}'$ non galiléen, on peut appliquer tous les théorèmes de la mécanique: RFD, R. du moment cinétique et théorèmes énergétiques à condition d'ajouter aux forces d'interaction (pes, tension du fil, frottements, réaction du support...), les forces d'inertie d'entraînement. $\vec{F}_{ie} = -m\vec{a}_e(M)$ et d'inertie de Coriolis: $\vec{F}_{ic} = -m\vec{a}_c(M)$

$$\text{RFD: } m\vec{a}(M)_{\mathcal{R}'} = \vec{F}_{ext} + \vec{F}_{ie} + \vec{F}_{ic}$$

$$\text{TMC: } \frac{d\vec{L}_O(M)}{dt} \Big|_{\mathcal{R}'} = \vec{L}_O'(\vec{F}_{ext}) + \vec{L}_O'(\vec{F}_{ie}) + \vec{L}_O'(\vec{F}_{ic})$$

A l'équilibre de R' : $\vec{0} = \vec{F}_{ext} + \vec{F}_{ie} + \vec{F}_{ic}$

$$\vec{0} = d\vec{t}_0'(\vec{F}_{ext}) + d\vec{t}_0'(\vec{F}_{ie}) + d\vec{t}_0'(\vec{F}_{ic})$$

A retenir : l'expression des forces d'inertie dépend du mouvement de R' dans R , il est donc important dans un exercice de bien identifier en premier lieu ce mouvement.

Les forces d'inertie s'appliquent au barycentre du système.

	R' en translation dans R	R' en rotation dans R
$\vec{F}_{ie}$	$\vec{F}_{ie} = -m\vec{a}(O')_R$	$\vec{F}_{ie} = +m\omega^2 \vec{HM}$: force centrifuge H : point sur l'axe de rotation de R' par rapport à R sur la droite L à l'axe passant par H force conservatrice : $E_{pie} = -m\omega^2 \frac{HM^2}{2}$
$\vec{F}_{ic}$	$\vec{F}_{ic} = \vec{0}$	$\vec{F}_{ic} = -2m\vec{\omega} \wedge \vec{v}(M)_{R'}$ cette force ne travaille pas car elle est $\perp$ au mouvement cette force est nulle à l'équilibre dans R'

Energie potentielle de la force centrifuge:

$$\vec{F}_{ie} = m\omega^2 \vec{HM} = m\omega^2 r \vec{e}_r$$

$$\begin{aligned} \text{Sur } \vec{F}_{ie} &= \vec{F}_{ie} \cdot d\vec{OM} = m\omega^2 r \vec{e}_r (dr \vec{e}_r + r d\theta \vec{e}_\theta + dz \vec{e}_z) \\ &= m\omega^2 r dr \end{aligned}$$

$$\text{Sur } \vec{F}_{ie} = -dE_{pie} \text{ soit } \frac{dE_{pie}}{dr} = -m\omega^2 r$$

$$\text{et } E_{pie} = -m\omega^2 \frac{r^2}{2} \quad \text{d'où } \boxed{E_{pie} = -m\omega^2 \frac{HM^2}{2}} \quad \heartsuit$$

Energie potentielle de la force d'inertie d'entraînement dans le cas où $\vec{a}(O')_R$ est constante:

$$\begin{aligned} \text{cas : } \vec{a}(O')_R &= a \vec{e}_x & \text{Sur } \vec{F}_{ie} &= \vec{F}_{ie} \cdot d\vec{OM} = -ma \vec{e}_x (dx \vec{e}_x + dy \vec{e}_y + dz \vec{e}_z) = -ma dx \\ \vec{F}_{ie} &= -ma \vec{e}_x & \text{ou } \text{Sur } \vec{F}_{ie} &= -dE_{pie} \text{ soit } \frac{dE_{pie}}{dx} = -ma \text{ et } \boxed{E_{pie} = -max} \end{aligned}$$

Question philosophique : pourquoi faire tout cela?

Dans R galiléen, la PFD s'écrit : $m\vec{a}(M)_R = \vec{F}_{ext}$

l'expression des forces est simple
mais $\vec{a}(M)_R$ est souvent compliqué

Dans R' non galiléen, la PFD s'écrit : $m\vec{a}(M)_{R'} = \vec{F}_{ext} + \vec{F}_{ie} + \vec{F}_{ic}$

$\vec{a}(M)_{R'}$ est simple
(M a un mouvement rectiligne ou circulaire dans R')

mais il faut ajouter les forces d'inertie