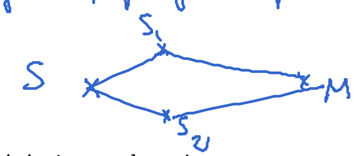
Chapitre OO3 : interférences à 2 ondes cohérentes

Les conditions d'obtention d'interférences à 2 ondes sont:

- Une source principale S monochromatique
- Deux sources secondaires S_1 et S_2 issues de S par un dispositif d'optique géométrique
- $\delta_{2/1}(M) \leqslant \ell_c$



Ces conditions garantissent que les 2 trains d'ondes qui arrivent en M ont été émis par le même atome au même instant. Par conséquent le déphasage entre les deux trains d'onde ne dépend que de la différence de chemins optiques parcourus, appelée différence de marche. On dit que les 2 ondes sont cohérentes

La différence de marche en M s'écrit: $\delta_{2/1}(M) = (SS_2M) - (SS_1M)$

Le déphasage des ondes en M s'écrit: $\varphi_{2/1}(M) = \dfrac{2\pi\,\delta_{2/1}(M)}{\lambda}$

produit en croix pour trouver $\varphi_{2/1}$:
$\delta_{2/1} \longrightarrow \varphi_{2/1}$
$\lambda \longrightarrow 2\pi$

I. Formule de Fresnel

1. *Démonstration*

La source S est monochromatique, elle émet donc un signal sinusoidal de la forme $s(t) = s_0 \cos(\omega t)$.

On note $s_1(M,t)$ l'onde reçue en M à l'instant t après avoir emprunté le chemin 1 (soit le chemin de la source secondaire S_1). Cette onde s'écrit $s_1(M,t) = a_1 \cos(\omega t - \varphi_1(M))$ où $\varphi_1(M)$ est le retard de phase de s_1 lié à la propagation de l'onde de S à M en passant par S_1

L'intensité de cette onde en M est: $I_1 = K\langle s_1^2\rangle = \dfrac{K a_1^2}{2}$ $\left(\langle \cos^2\rangle = 1/2\right)$

On note $s_2(M,t)$ l'onde reçue en M à l'instant t après avoir emprunté le chemin 2 (soit le chemin de la source secondaire S_2). Cette onde s'écrit $s_2(M,t) = a_2 \cos(\omega t - \varphi_2(M))$ où $\varphi_2(M)$ est le retard de phase de s_2 lié à la propagation de l'onde de S à M en passant par S_2

L'intensité de cette onde en M est: $I_2 = K\langle s_2^2\rangle = K\dfrac{a_2^2}{2}$

Remarque: les ondes $s_1(M,t)$ et $s_2(M,t)$ ont le même pulsation que la source car elles sont issues de S par un dispositif d'optique (ondes synchrones et cohérentes)

L'onde résultante en M s'écrit: $s(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t)$

D'où l'intensité en M (on rappelle que $2\cos a \cos b = \cos(a+b) + \cos(a-b)$):

$$I(M) = K\langle s^2(M,t)\rangle = \underbrace{K\langle s_1^2\rangle}_{} + \underbrace{K\langle s_2^2\rangle}_{} + 2K\langle s_1 s_2\rangle$$

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2K\langle a_1 a_2 \cos(\omega t - \varphi_1(M))\cos(\omega t - \varphi_2(M))\rangle$$

soit $I(M) = I_1 + I_2 + K a_1 a_2 \underbrace{\langle \cos(2\omega t - \varphi_1(M) - \varphi_2(M))\rangle}_{=0} + K a_1 a_2 \underbrace{\langle \cos(\varphi_2(M) - \varphi_1(M))\rangle}_{}$

ce terme est indépendant du temps, la valeur moyenne d'une cste c'est elle-même

$I_1 = K\dfrac{a_1^2}{2}$

$\Rightarrow a_1 = \sqrt{\dfrac{2I_1}{K}}$

$a_2 = \sqrt{\dfrac{2I_2}{K}}$

soit $I(M) = I_1 + I_2 + K\sqrt{\dfrac{2I_1\,2I_2}{KK}}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$

terme d'interférences avec $\varphi(M) = \varphi_2(M) - \varphi_1(M) = \varphi_{2/1}(M) = \dfrac{2\pi\,\delta_{2/1}(M)}{\lambda}$

d'où $\boxed{I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\varphi(M)}$

Conclusion:

pas d'interférences

Pour 2 ondes d'intensité I_1 et I_2 incohérentes qui arrivent en M. L'intensité en M s'écrit: $I = I_1 + I_2$

Pour 2 ondes d'intensité I_1 et I_2 cohérentes qui arrivent en M. L'intensité en M s'écrit:

avec interférences

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\varphi_{2/1}(M)$$

Cas particulier: pour 2 ondes cohérentes de même intensité I_0 qui arrivent en M. L'intensité en M s'écrit:

$I_1 = I_2 = I_0$ donne $I(M) = 2I_0\left(1 + \cos\varphi_{2/1}(M)\right)$

2. *Notion d'ordre d'interférences*

On définit l'ordre d'interférences par : $\boxed{p(M) = \dfrac{\delta(M)}{\lambda}}$ c'est un nombre sans dimension

Remarque: en général, on ne précise pas si on calcule $p_{2/1}(M) = \dfrac{\delta_{2/1}(M)}{\lambda}$ ou $p_{1/2}(M) = \dfrac{\delta_{1/2}(M)}{\lambda}$, le signe de p est différent dans ces deux cas. Dans un énoncé de concours, il est d'abord demandé d'exprimer $\delta_{2/1}(M)$ puis d'en déduire $p(M)$, c'est sous entendu par conséquent que $p(M) = \dfrac{\delta_{2/1}(M)}{\lambda}$.

3. *Etude de la fonction intensité en fonction de l'ordre d'interférences* (avec $\varphi_{2/1}(M) = \dfrac{2\pi\,\delta_{2/1}(M)}{\lambda} = 2\pi p(M)$)

La formule de Fresnel s'écrit en fonction de $p(M)$: $I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(2\pi p(M))$

L'intensité est maximale pour $\cos(2\pi p(M)) = +1$ soit $p = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \ldots$ p entier relatif

Pour deux ondes de même intensité I_0: $I_{max} = 4I_0$

Pour deux ondes d'intensités I_1 et I_2 différentes: $I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$

On retient: sur une frange brillante, l'intensité est ...maximale..... et l'ordre d'interférences est un ...entier relatif

L'intensité est minimale pour $\cos(2\pi p(M)) = -1$ soit $p = \pm 1/2, \pm 3/2, \ldots$ p est un demi-entier relatif

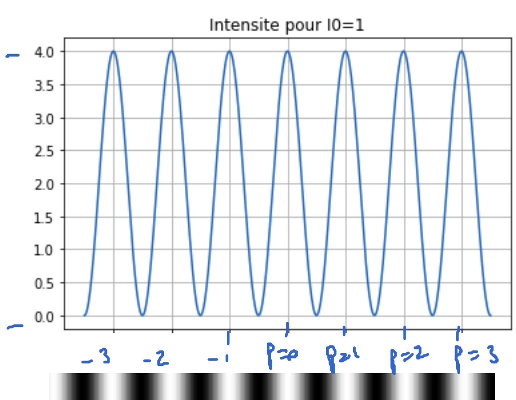
Pour deux ondes de même intensité I_0: $I_{min} = 0$

Pour deux ondes d'intensités I_1 et I_2 différentes: $I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$

On retient: sur une frange sombre, l'intensité est ...minimale......... et l'ordre d'interférences est un ...demi-entier relatif

$I = 2I_0(1 + \cos(2\pi p))$

$I_{max} = 4I_0$

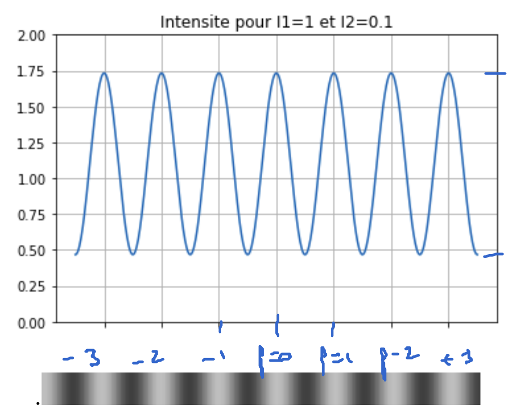


-3 -2 -1 $p=0$ $p=1$ $p=2$ $p=3$

$p = -1{,}5$ $p = -0{,}5$ $p = +0{,}5$ $p = 1{,}5$

$I_{min} = 0$ les franges sombres sont noires

$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(2\pi p)$



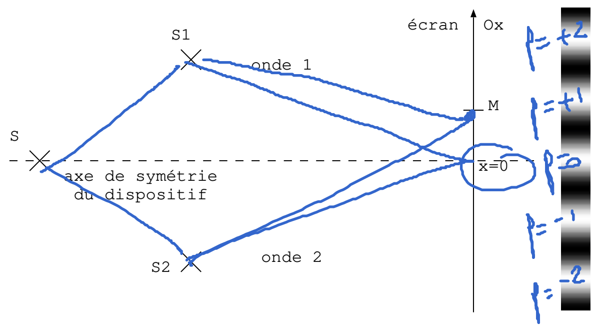
$I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$

$I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$

-3 -2 -1 $p=0$ $p=1$ $p=2$ $+3$

Ici les franges sombres ne sont pas noires et les franges lumineuses sont peu brillantes, on voit moins bien les franges

Lien entre l'ordre d'interférences et le décalage des trains d'onde qui se rencontrent en M:



pour $x>0$: $(SS_2M) > (SS_1M)$ donc $\delta_{21}(M) > 0$ et $p>0$: l'onde 1 est en avance sur l'onde 2

← en $x=0$: les deux ondes suivent le même chemin $\delta_{21}(x=0)=0$ soit $p=0$: c'est la frange centrale

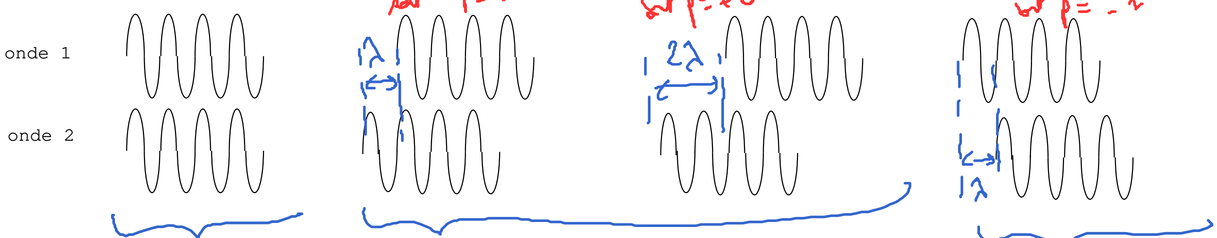
pour $x<0$: $(SS_2M) < (SS_1M)$ donc $\delta_{21}(M) < 0$ l'onde 2 est en retard sur l'onde 1 $p(M) < 0$

.

Lien avec les trains d'onde:

les ondes 1 et 2 arrivent en phase, franges brillantes (p entier)

$\delta_{21} = \lambda$ soit $p=+1$ $\qquad$ $\delta_{21} = 2\lambda$ soit $p=+2$ $\qquad$ $\delta_{21} = -\lambda$ soit $p=-1$



les trains d'onde arrivent en même temps en $x=0$

$p(x=0)=0$

l'onde 1 arrive en M avant l'onde 2 donc M se trouve en $x>0$

pour $\delta_{21} = \lambda \Rightarrow p=+1$

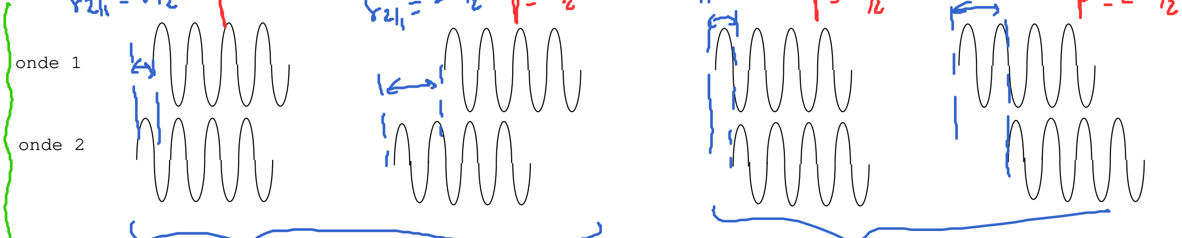
$\delta_{21} = 2\lambda \Rightarrow p=+2$

l'onde 1 arrive en retard en M par rapport à l'onde 2 on se trouve en $x<0$

$\delta_{21} = -\lambda \Rightarrow p=-1$

les ondes 1 et 2 sont en opposition de phase : franges sombres (p demi-entier)

$\delta_{21} = \lambda/2$ $\quad p = 1/2$ $\qquad$ $\delta_{21} = 3\lambda/2$ $\quad p = 3/2$ $\qquad$ $\delta_{21} = -\lambda/2$ $\quad p=-1/2$ $\qquad$ $\delta_{21} = -3/2$ $\quad p = -3/2$



l'onde 1 est en avance sur l'onde 2 en M, M est donc en $x>0$

l'onde 1 est en retard sur l'onde 2 en M, M est donc en $x<0$

4. *Notion de contraste*

Dans le cas où l'on réalise des interférences à 2 ondes d'intensités différentes, on observe que les franges sombres ne sont pas noires, elles sont gris foncé. Les franges brillantes peuvent aussi être peu brillantes. Dans ce cas, il peut se faire que l'on ne distingue pas les franges brillantes des franges sombres. On définit alors le contraste qui est un nombre qui permet de prévoir si les franges sont visibles ou non.

On définit le contraste par

$$\boxed{C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}}$$

où I_{max} est l'intensité des franges brillantes

où I_{min} est " " sombres

La formule de Fresnel permet d'exprimer le contraste en fonction de I_1 et I_2, les intensités des deux ondes issues de S_1 et S_2:

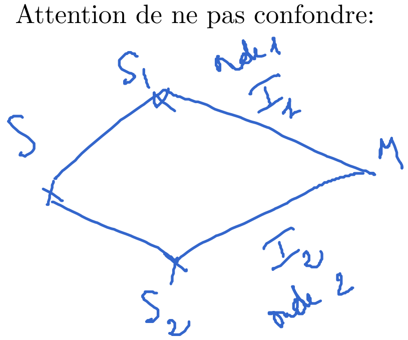
à savoir faire

$$I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$
(pour $\cos(2\pi p) = +1$)

$$I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$
(pour $\cos(2\pi p) = -1$)

$$C = \frac{4\sqrt{I_1 I_2}}{2(I_1 + I_2)} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$$

Attention de ne pas confondre:



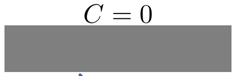
I_1 : intensité de l'onde 1 qui passe par S_1

I_2 : " " 2 " S_2

I_{max} : " des franges brillantes en M

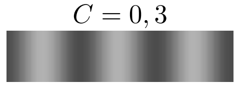
I_{min} : " " sombres en M

$C = 0$

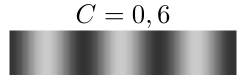


pas de franges

$C = 0,3$



$C = 0,6$



$C = 1$

contraste maximale (pour $I_{min} = 0$) car les franges sombres sont noires

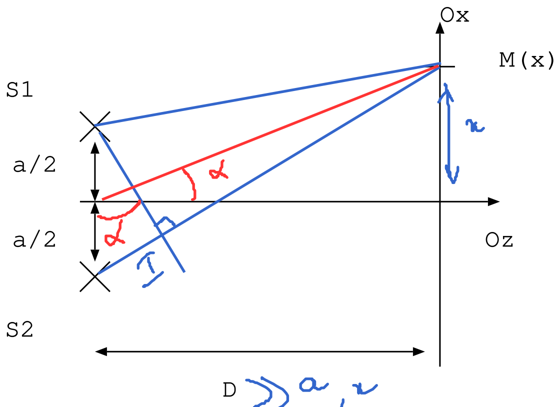
La valeur maximale du contraste est $C = 1$

Le contraste diminue quand les deux ondes ont des intensités différentes, on observe donc que les franges sombres sont gris foncé, les franges brillantes sont moins lumineuses. On estime que le contraste reste bon quand C>05, dans ce cas on arrive encore bien à distinguer les franges brillantes des franges sombres.

II. Dispositif d'Young

1. Expression de la différence de marche

Par une approche simplifiée:



$D \gg a, x$

Par principe de retour inverse de la lumière, M se comporte comme une source d'ondes sphériques. On trace la surface d'onde la plus éloignée de la source M, c'est celle passant par S1. Comme en réalité D>>a, les points S1 et S2 sont très proches de P et la surface d'onde passant par S1 est confondue avec un plan.

$$\delta_{2/1}(M) = (S_2M) - (S_1M) = (S_2I) + \cancel{(IM)} - \cancel{(S_1M)}$$

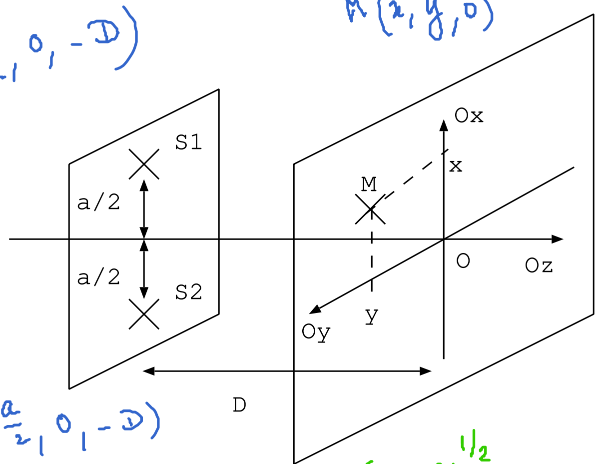
$$\delta_{2/1}(M) = (S_2I) = S_2I$$

entre la surface d'onde S1I et la source M, le chemin optique est constant

$$\tan\alpha = \frac{x}{D} \simeq \alpha \qquad \sin\alpha = \frac{S_2I}{a} \simeq \alpha \quad \text{d'où} \quad \boxed{\delta_{2/1}(M) = \frac{ax}{D}}$$

Par le calcul:

$S_1\left(\frac{a}{2}, 0, -D\right)$ $\qquad M(x, y, 0)$



$S_2\left(-\frac{a}{2}, 0, -D\right)$

$D \gg a$

$D \gg y$

$D \gg x$

$(1+\varepsilon)^{1/2} \simeq 1 + \frac{\varepsilon}{2}$ pour ε petit

$$\overrightarrow{S_1M} = \left(x - \frac{a}{2}\right)\vec{e_x} + y\,\vec{e_y} + D\,\vec{e_z}$$

$$\overrightarrow{S_2M} = \left(x + \frac{a}{2}\right)\vec{e_x} + y\,\vec{e_y} + D\,\vec{e_z}$$

$$\delta_{2/1}(M) = (SS_2M) - (SS_1M)$$

$$= S_2M - S_1M$$

$$= \left(\left(x+\frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2\right)^{1/2} - \left(\left(x-\frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2\right)^{1/2}$$

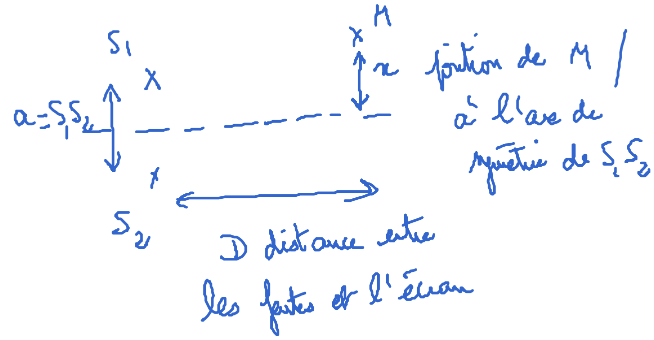
$$= D\left(1 + \underbrace{\frac{y^2}{D^2} + \frac{(x+a/2)^2}{D^2}}_{\text{petit}}\right)^{1/2} - \left(1 + \underbrace{\frac{y^2}{D^2} + \frac{(x-a/2)^2}{D^2}}_{\text{petit}}\right)^{1/2}$$

$$= D\left(\cancel{1} + \cancel{\frac{y^2}{2D^2}} + \frac{(x+a/2)^2}{2D^2} - \cancel{1} - \cancel{\frac{y^2}{2D^2}} - \frac{(x-a/2)^2}{2D^2}\right)$$

$$= \frac{D}{2D^2}\left(x + a/2 + (x - a/2)\right)\left(x + a/2 - (x - a/2)\right)$$

$$\boxed{\delta_{2/1}(M) = \frac{ax}{D}}$$

2. *Ordre d'interférences*



L'ordre d'interférences est: $p(x) = \dfrac{\delta_{2/1}(x)}{\lambda}$

soit $\boxed{p(x) = \dfrac{a\,x}{\lambda D}}$

On en déduit la forme des franges:

les points qui sont sur une même frange sont ceux qui ont la même valeur de p. Or p ne dépend que de x, donc les points qui sont sur une même frange correspondent aux points qui ont le même abscisse x: ces points sont sur une droite perpendiculaire à la direction S1S2.

On retient: les franges sont rectilignes, de direction perpendiculaires à la direction S1S2

On en déduit la position des franges brillantes: les franges brillantes correspondent à p entier

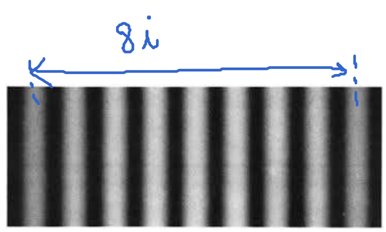
$p(x) = \dfrac{a\,x_k}{\lambda D} = k$ entier donne $x_k = k\dfrac{\lambda D}{a}$

On en déduit la position des franges sombres: les franges sombres correspondent à p demi entier

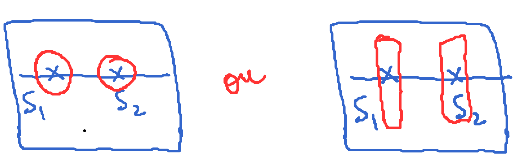
$p(x) = \dfrac{a\,x_k}{\lambda D} = k + 1/2$ demi-entier avec k entier relatif donne $x_k = (k + 1/2)\dfrac{\lambda D}{a}$

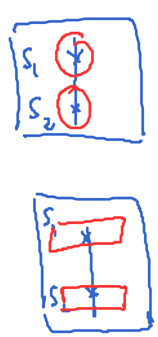
d'où l'interfrange: $\boxed{i = x_{k+1} - x_k = \dfrac{\lambda D}{a}}$

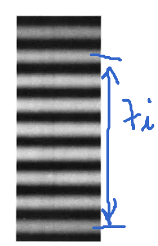
Définition: l'interfrange est la distance entre les milieux de deux franges successives de même nature (deux franges brillantes ou deux franges sombres)



franges verticales car S_1S_2 est horizontale







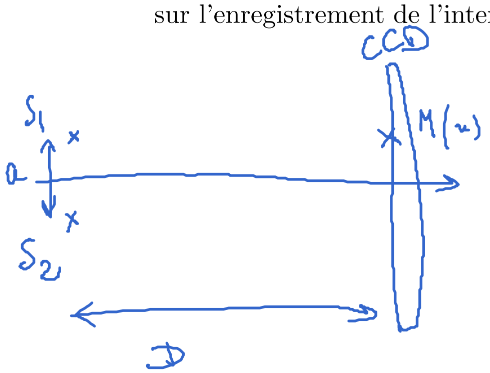
les franges sont horizontales car la direction S_1S_2 est verticale

Remarque: si on définit l'ordre d'interférences par $p(M) = \dfrac{\delta_{1/2}(M)}{\lambda}$

les signes de p en $x > 0$ et $x < 0$ sont inversés

3. *Utilisation de l'ordre d'interférences*

Exemple 1: Soit le dispositif interférentiel des trous d'Young avec $a = 0,2\ mm$, distance entre les trous, $D = 2\ m$ (distance entre l'écran et le plan contenant les trous) et $\lambda = 632\ nm$. Calculer l'interfrange. Calculer l'ordre d'interférences en $x = 1,8\ cm$, $x = 2,2\ cm$ et $x = 5,1\ cm$. Commenter. On place entre $x = -4\ cm$ et $x = +3\ cm$ une barrette CCD. Prévoir le nombre de franges brillantes que l'on peut observer sur l'enregistrement de l'intensité sur la CCD.



$$i = \frac{\lambda D}{a} = \frac{632.10^{-9} \times 2}{2.10^{-4}} = 6,32\ mm$$

$p(x = 1,8\ cm) = \frac{ax}{D\lambda} = 2,84$: gris clair

$p(x = 2,2\ cm) = 3,48$: frange sombre

$p(x = 5,1\ cm) = 8,07$: frange brillante

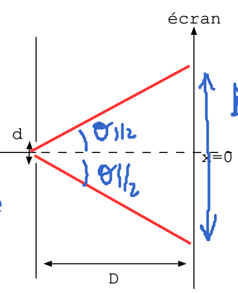
$p(x = -4\ cm) = -6,3$

$p(x = 3\ cm) = +4,7$

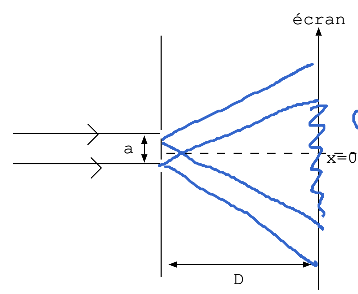
les franges brillantes correspondent à des valeurs de p entières, on compte donc le nombre d'entiers compris entre -6,3 et 4,7 à savoir p=-6,-5,...+4 soit 11 franges brillantes

Exemple 2: Soit une fente fine de largeur $d = 40\ \mu m$. La demi-largeur angulaire de la tache centrale de diffraction est donnée par $\theta_{1/2} = \frac{\lambda}{d}$. Déterminer la largeur de la tache centrale de diffraction sur l'écran à une distance $D = 1\ m$ de la fente. Donnée: $\lambda = 540\ nm$. On place maintenant deux fentes fines identiques distantes de $a = 110\ \mu m$. Calculer le nombre de franges brillantes visibles dans la tache centrale de diffraction.

Il y a de la diffraction, la lumière est déviée de sa direction incidente à la traversée de la fente. Elle est d'autant plus déviée que la fente est fine: $\theta_{1/2}$ grand pour d petit



Δx : tache centrale de diffraction



champ d'interférences à l'intersection des deux taches de diffraction

$$\tan\theta_{1/2} = \frac{\Delta x}{2D} \simeq \theta_{1/2} = \frac{\lambda}{d}$$

$$\text{d'où } \Delta x = \frac{2\lambda D}{d} = 2,7\ cm$$

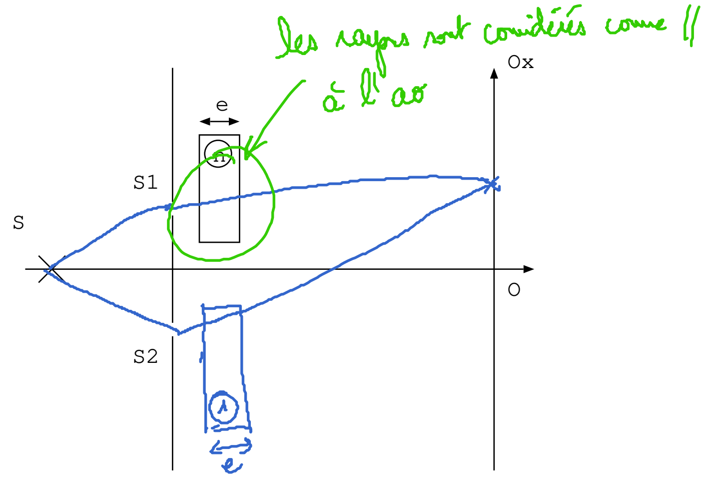
Chaque fente donne une tache de diffraction de largeur Δx. Les fentes sont très peu espacées l'une de l'autre car a<<D donc les taches de diffraction sont superposées et le champ d'interférences est compris entre $x=+\Delta x/2$ et $x=-\Delta x/2$

$$p\left(x = \frac{\Delta x}{2}\right) = p(x = 1,35\ cm) = \frac{ax}{\lambda D} = 2,75$$

$$p\left(x = -\frac{\Delta x}{2}\right) = -2,75$$

Les franges brillantes correspondent à des valeurs de p entières, dans le champ d'interférences, on observe les franges brillantes d'ordre p=-2,-1,0,1,2 soit un total de 5 franges brillantes.

Exemple 3: Dans le dispositif des trous d'Young, on ajoute derrière le trou S_1 une lame de verre d'indice n et d'épaisseur e. On fait l'hypothèse selon laquelle les rayons lumineux sont peu inclinés par rapport à l'axe optique donc la lame est traversée en incidence quasi normale et les rayons qui traversent la lame ne sont pas déviés.



1- Sur l'écran, on observe que les franges ont translaté sans modification de l'interfrange. Justifier le fait que l'interfrange n'est pas modifié et prévoir sans calcul le sens de déplacement des franges (on pourra pour cela s'interroger sur la nouvelle position de la frange centrale).

2- Exprimer la différence de marche et l'ordre d'interférences en M en présence de la lame.

3- Calculer l'ordre d'interférences au point O en présence de la lame et en déduire le nombre de franges brillantes qui ont défilé au point O. Données: $e = 14\ \mu m$, $\lambda = 540\ nm$ et $n = 1,63$.

1- i= lD/a n'est pas modifié puisque la distance a entre les fentes, la distance D des fentes à l'écran et la longueur d'onde l ne sont pas modifiés.
La frange centrale est la frange pour laquelle le chemin optique (SS1M) est égal au chemin optique (SS2M). Autrement dit, les ondes 1 et 2 mettent le même temps pour aller de S à M quand M est sur la frange centrale.
L'onde qui passe par S1 perd du temps en traversant la lame donc pour compenser cette onde doit parcourir un trajet plus court que l'onde 2, donc la distance S1M est plus petite que la distance S2M (pour M sur la frange centrale): la frange centrale est donc en x>0, les franges ont translaté vers le haut.

2- $\delta_{21}(M)_{\text{avec la lame}} = \underbrace{\delta_{21}(M)_{\text{sans la lame}}}_{\frac{ax}{D}} + \underbrace{\delta_{21}(M)_{\text{dans la lame}}}_{e - n \times e}$

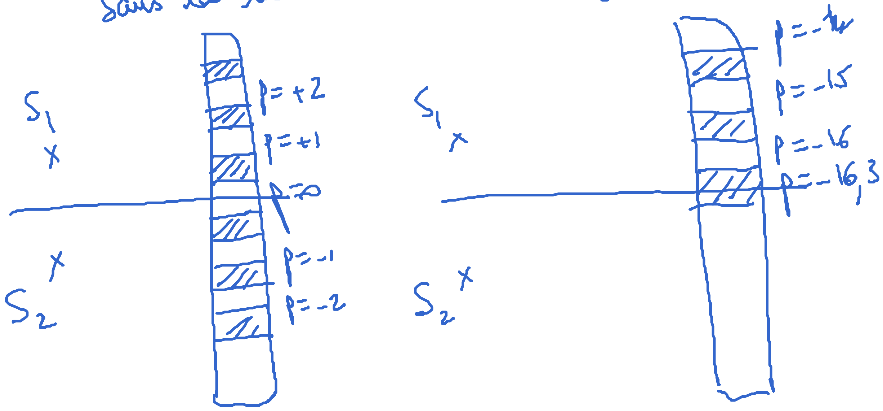
⚠ on fait chemin 2 (dans la lame fictive d'indice 1) moins le chemin 1 (dans la lame d'indice n)

soit $\boxed{\delta_{21}(M) = \frac{ax}{D} + e(1-n)}$

3- $p_{21}(O) = \frac{\delta_{21}(x=0)}{\lambda} = \frac{e(1-n)}{\lambda} = -16,3$

Sans la lame

avec la lame



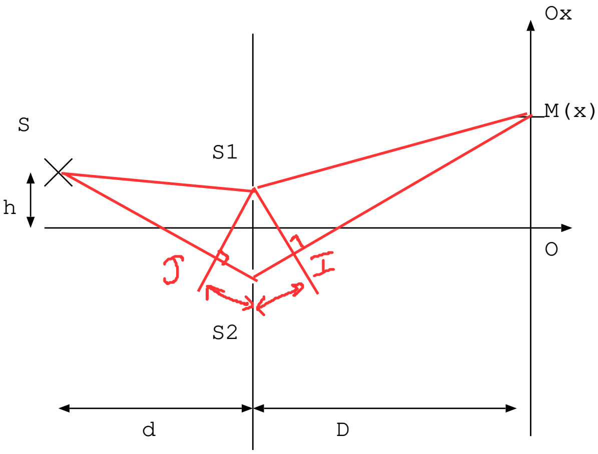
les franges sont montées en haut on a vu défiler les franges p = -1, -2, -3, ..., -16 soit un total de 16 franges brillantes

Exemple 4: dans le dispositif d'Young, on déplace la source principale S vers le haut.

1- On observe les franges se déplacer sans modification de l'interfrange. Justifier le fait que l'interfrange n'est pas modifié et prévoir sans calcul le sens de déplacement des franges (on pourra pour cela s'interroger sur la nouvelle position de la frange centrale).

2- Exprimer la différence de marche et l'ordre d'interférences en M.

3- Calculer l'ordre d'interférences au point O après avoir déplacé la source et en déduire le nombre de franges brillantes qui ont défilé au point O. Données: $a = 100\ \mu m$, $\lambda = 632\ nm$, $d = 60\ cm$, $D = 1\ m$ et $h = 1,7\ cm$.



1- i= lD/a n'est pas modifié puisque la distance a entre les fentes, la distance D des fentes à l'écran et la longueur d'onde l ne sont pas modifiés.
La frange centrale est la frange pour laquelle le chemin optique (SS1M) est égal au chemin optique (SS2M). Autrement dit, les ondes 1 et 2 mettent le même temps pour aller de S à M quand M est sur la frange centrale.
Avant les fentes, le chemin SS2 est plus long que le chemin SS1 donc pour compenser le chemin S2M doit être plus court que le chemin S1M après les fentes (pour M sur la frange centrale). Soit M se trouve en dessous de O pour que S1M>S2M: les franges ont translaté vers le bas.

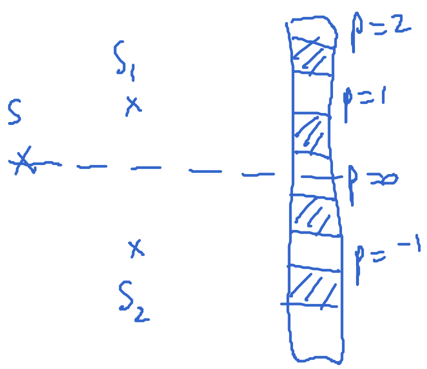
2- Après S_1S_2 : $S_2I = \frac{ax}{D}$

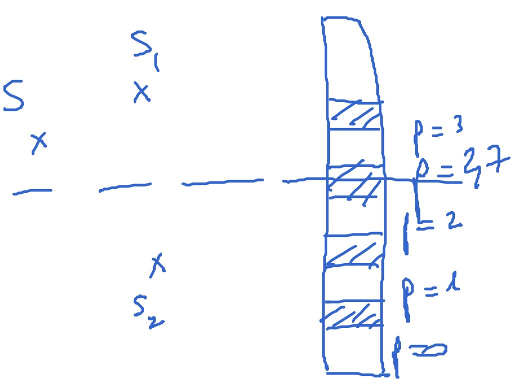
Avant SS_2 : par analogie : $x \to h$, $D \to d$ $\qquad S_2J = \frac{ah}{d}$

$$\delta_{2/1}(M) = (SS_2M) - (SS_1M) = \cancel{(SJ)} + (JS_2) + (S_2I) + \cancel{(IM)} - \cancel{(SS_1)} - \cancel{(S_1M)} = JS_2 + S_2I$$

soit $\boxed{\delta_{2/1}(M) = \frac{ax}{D} + \frac{ah}{d}}$

3- $p(x=0) = \frac{\delta_{2/1}(x=0)}{\lambda} = \frac{ah}{\lambda d} = 2,7$



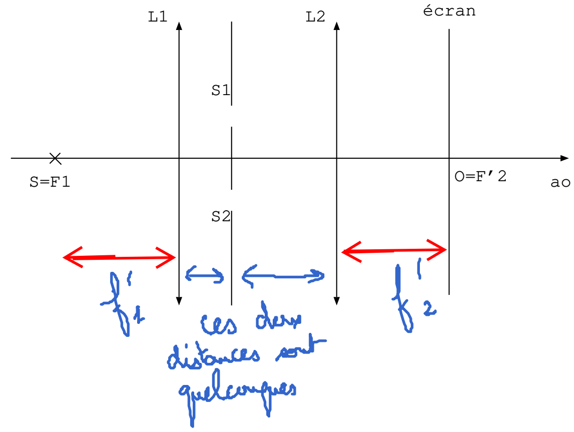


les franges sont descendues.
En O on a vu défiler les franges p=1 et p=2

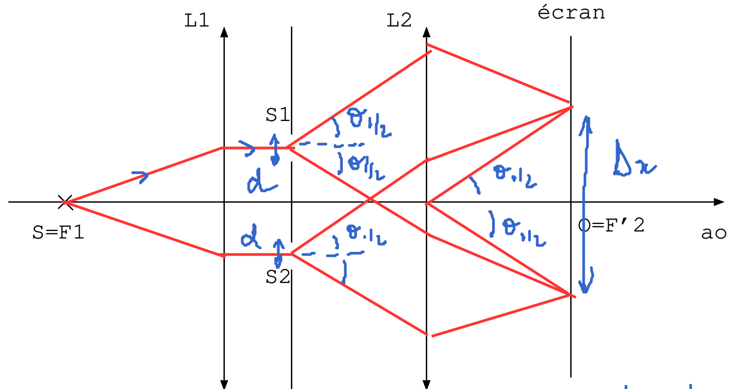
III. Approche expérimentale : montage de Fraunhofer

1. *Le montage*

Dans ce dispositif, la source principale est au plan focal objet d'une première lentille convergente L_1. L'écran est dans le plan focal image d'une deuxième lentille convergente L_2. La distance entre les lentilles est quelconque et l'on place entre les lentilles un plan percé de deux trous ou deux fentes d'Young, la position de ce plan est également quelconque.



2. *Le champ d'interférences*



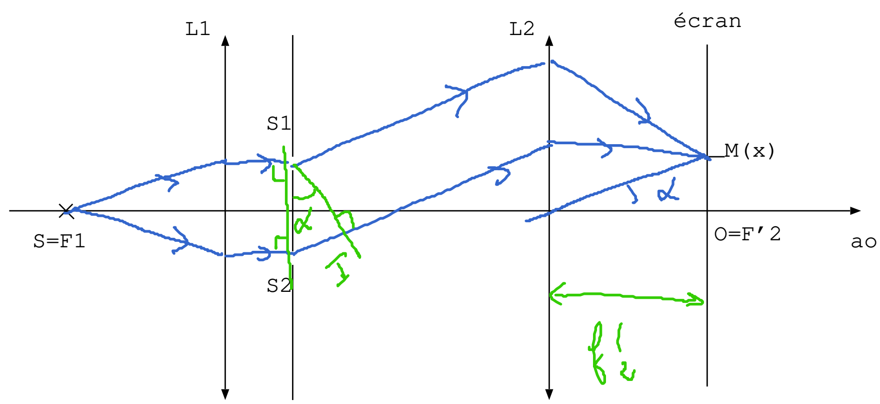
On observe le phénomène de diffraction à travers les deux fentes ou les deux trous, la lumière est déviée à la traversée de S1 et S2, la déviation est d'autant plus importante que les fentes ou trous sont peu larges.
Sur le schéma on représente les deux taches centrales de diffraction par S1 et S2.

$$\tan\theta_{1/2} = \frac{\Delta x/2}{f'_2} \approx \Delta\theta_{1/2} \quad \text{soit} \quad \boxed{\Delta x = \frac{2\Delta\theta_{1/2}}{f'_2}}$$

Les deux taches de diffraction se superposent par construction avec les lentilles. Le champ d'interférences a donc pour largeur la largeur de la tache centrale de diffraction par une ouverture S1 ou S2.

$\Delta\theta_{1/2}$ d'autant + grand que d petit. L'expression de $\Delta\theta_{1/2}$ est donnée par l'énoncé.

3. *Différence de marche et interfrange*



M se comporte comme une source par principe de retour inverse de la lumière.
On trace la surface d'onde la plus éloignée de S avant S1S2 (pour la lumière incidente) et on trace la surface d'onde la plus éloignée de la source M pour la lumière diffractée après S1S2.
Entre une source et une surface d'onde le chemin optique est constant.

$$\delta_{2/1}(M) = (SS_2M) - (SS_1M)$$
$$= \cancel{(SS_2)} + (S_2I) + \cancel{(IM)} - \cancel{(SS_1)} - \cancel{(S_1M)}$$
$$= S_2I$$

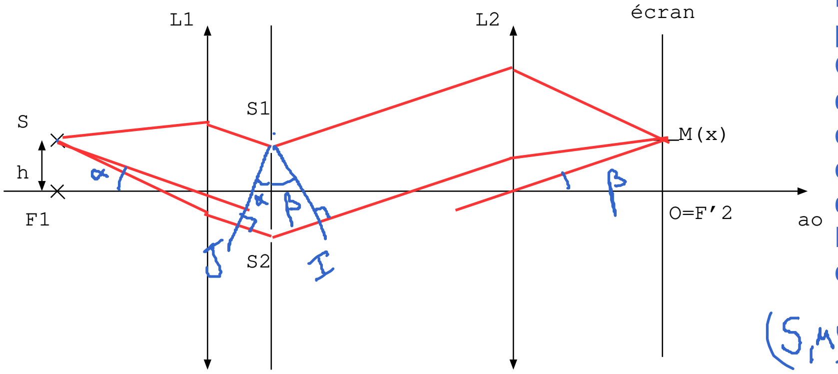
$$\boxed{\delta_{2/1}(M) = \frac{a x}{f'}}$$

$$\tan\alpha = \frac{x}{f'_2} \approx \alpha \quad \text{et} \quad \sin\alpha = \frac{S_2I}{a} \approx \alpha$$

position des franges brillantes : $p = \dfrac{\delta_{2/1}(M)}{\lambda} = \dfrac{a x_k}{\lambda f'} = k$ entier relatif

$$x_k = k\frac{\lambda f'}{a} \quad \text{soit} \quad \boxed{i = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda f'}{a}}$$

4. *Influence du déplacement de la source principale*



M se comporte comme une source par principe de retour inverse de la lumière.
On trace la surface d'onde la plus éloignée de S avant S1S2 (pour la lumière incidente) et on trace la surface d'onde la plus éloignée de la source M pour la lumière diffractée après S1S2.
Entre une source et une surface d'onde le chemin optique est constant.

$$(S_1M) = (IM) \quad \text{et} \quad (SS_1) = (SJ)$$

Exprimer la différence de marche $\delta_{2/1}(M)$, l'interfrange, la position de la frange centrale et l'ordre d'interférences en O.

$$\delta_{2/1}(M) = (SS_2M) - (SS_1M) = \cancel{(SJ)} + (JS_2) + (S_2I) + \cancel{(IM)} - \cancel{(SS_1)}\,\cancel{(S_1M)} = JS_2 + S_2I$$

$$\tan\beta = \frac{x}{f'_2} \simeq \beta \quad \text{et} \quad \sin\beta = \frac{S_2I}{a} \simeq \beta \qquad \tan\alpha = \frac{h}{f'_1} \simeq \alpha \quad \text{et} \quad \sin\alpha = \frac{JS_2}{a} \simeq \alpha$$

$$\delta_{2/1}(M) = \frac{ax}{f'_2} + \frac{ha}{f'_1}$$

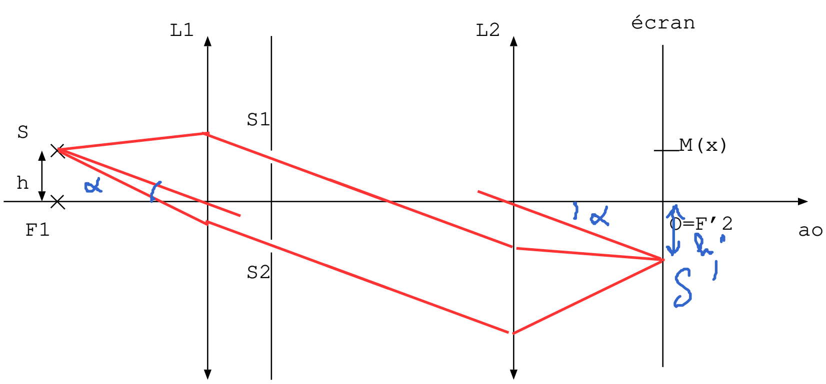
position des franges brillantes : $p = \frac{a x_k}{\lambda f'_2} + \frac{ha}{\lambda f'_1} = k$

$$i = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda f'_2}{a}$$

frange centrale : $p = 0$ ou $\delta = 0$ soit $\frac{ax}{f'_2} + \frac{ha}{f'_1} = 0$ d'où $\boxed{x = -\frac{h f'_2}{f'_1}}$

$p(x=0) = \frac{ha}{\lambda f'_1} > 0$; les franges sont remontées

Remarque: lien avec l'image de S par les deux lentilles. (pas de diffraction ⚠)



$$\tan\alpha = \frac{h'}{f'_2} = \frac{h}{f'_1} \quad \text{soit} \quad h' = h\frac{f'_2}{f'_1}$$

la frange centrale est positionnée sur l'image de la source S par le dispositif d'optique géométrique