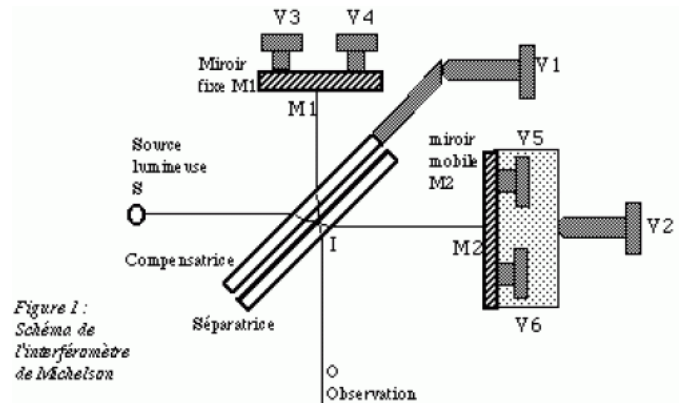


Chapitre OO5: interféromètre de Michelson

I. Présentation



L'interféromètre de Michelson est un dispositif interférentiel à deux ondes à division d'amplitude. Il est composé de:

2 miroirs plans M_1 et M_2 , une source S , une séparatrice et une compensatrice

V1 sert à faire pivoter la compensatrice pour la mettre // à la séparatrice

V2 sert à déplacer le miroir M_2 (en le rapprochant ou en l'éloignant de la séparatrice)

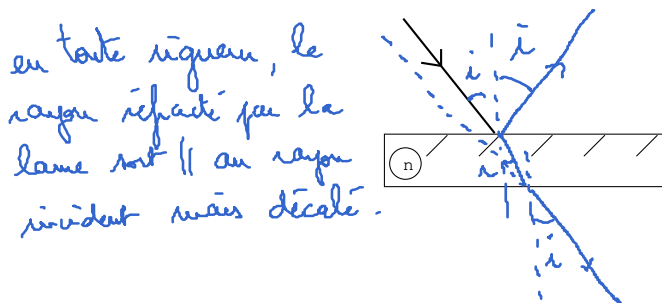
V3 et V4 servent à faire pivoter le miroir M_1 (vis de réglage fin)

V5 et V6 servent à faire pivoter le miroir M_2 (vis de réglage grossier)

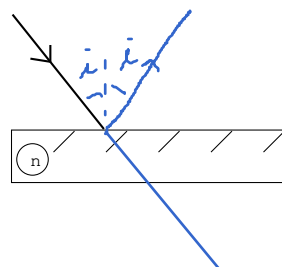
Qu'est-ce que la séparatrice?

La séparatrice est une lame de verre à faces parallèles dont l'une des faces a subi un traitement semi-réfléchissant (cette face a des coefficients de réflexion et de transmission en énergie égaux à 0,5).

En toute rigueur:



De façon approchée:

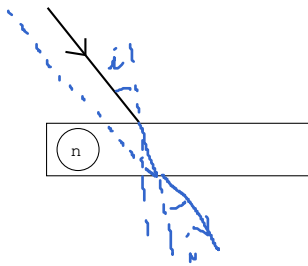


de façon, approchée on néglige le décalage des rayons réfracté et incident car l'épaisseur de la lame est très faible

Qu'est-ce que la compensatrice?

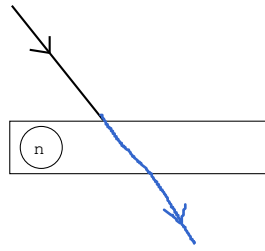
La compensatrice est une lame de verre à faces parallèles identique à la séparatrice (même verre et même épaisseur) qui n'a subi aucun traitement semi-réfléchissant.

En toute rigueur:



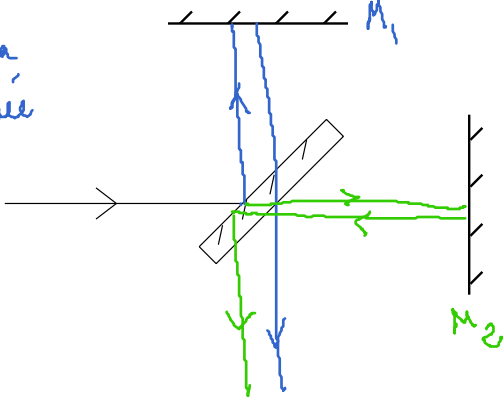
De façon approchée:

comme pour la séparatrice



Pour comprendre son rôle, observons le trajet suivi par la lumière en présence et en absence de la compensatrice:

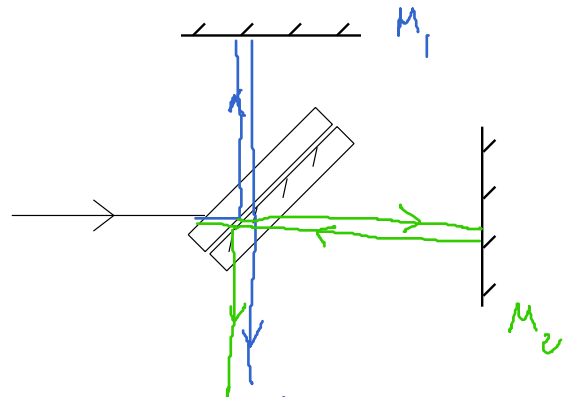
En absence de compensatrice



la réflexion se fait sur la face d'entrée de la séparatrice

le rayon réfléchi sur M_1 traverse 1 fois une lame
celui réfléchi sur M_2 traverse 3 fois une lame

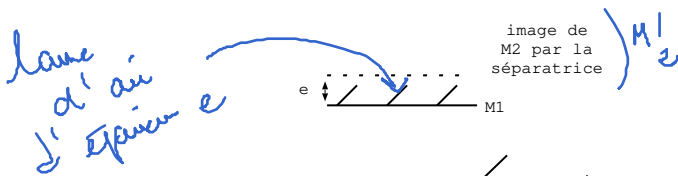
En présence de compensatrice



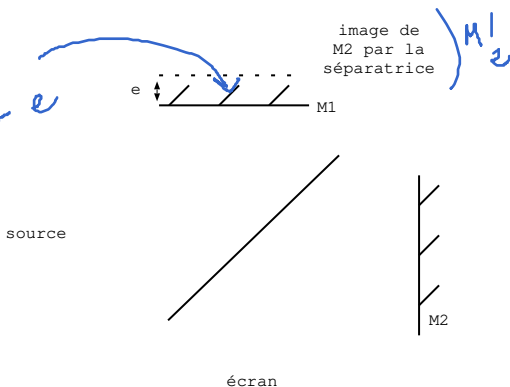
le rayon réfléchi sur M_1 traverse 1/2 fois une lame

le rayon réfléchi sur M_2 traverse 1/2 fois une lame
il n'y a donc pas de différence de marche supplémentaire introduite par la séparatrice

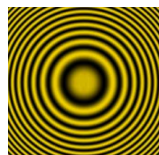
Quel type de franges observe-t-on avec un interféromètre de Michelson?



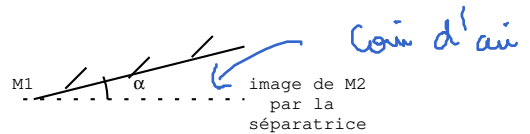
lame d'air d'épaisseur e



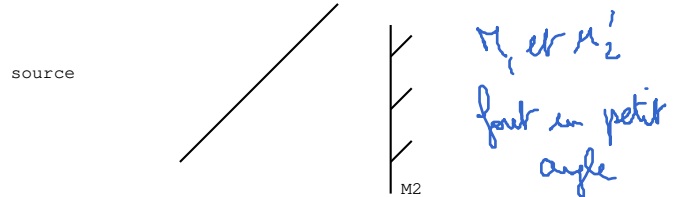
M_1 et M_2
sont $\perp$ with
 M_1' et M_2'
sont $\parallel$



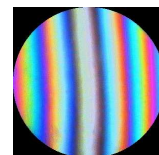
franges circulaires
Lignes annulaires ou
franges d'égale inclinaison



coin d'air



M_1 et M_2'
font un petit angle

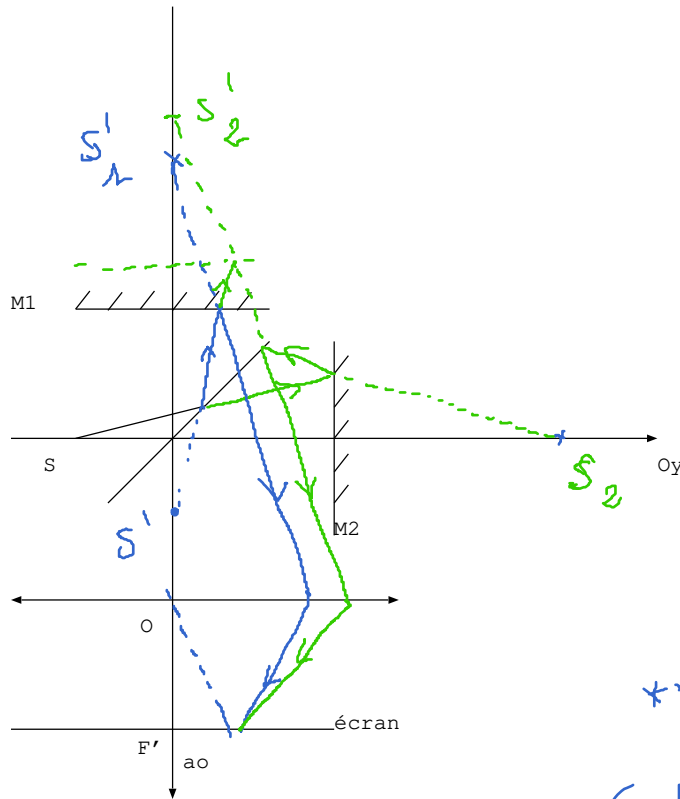


franges rectilignes
Lignes d'égale épaisseur

II. Michelson éclairé par une source étendue et réglé en lame d'air

Les miroirs M_1 et M_2 sont perpendiculaires entre eux soit le miroir M_1 et l'image M_2' du miroir M_2 par la séparatrice sont parallèles et forment une lame d'air d'épaisseur e .

1. Construction des deux rayons qui interfèrent



S'_1 : image de S par la séparatrice

S_2 : image de S par M_2

S'_2 : image de S_2 par la séparatrice

S'_1 : image de S' par M_1

les rayons sortent du Michelson parallèles entre eux, ils semblent venir de S'_2 et S'_1

les rayons sont // entre eux, ils semblent provenir des réflexions sur M_1 et M'_2

(Conclusion : on oublie M_2 pour les constructions)

Schéma équivalent avec utilisation des sources secondaires *

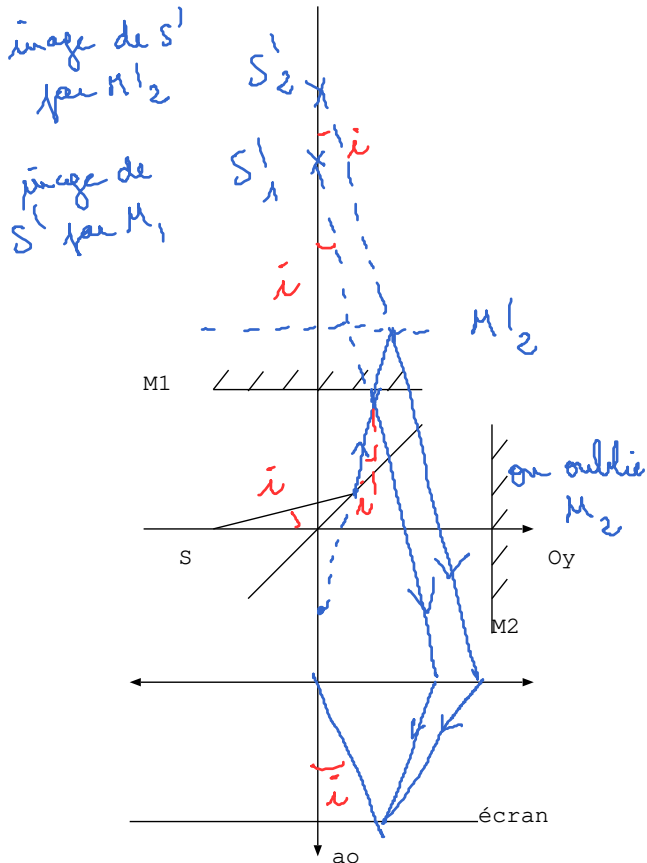
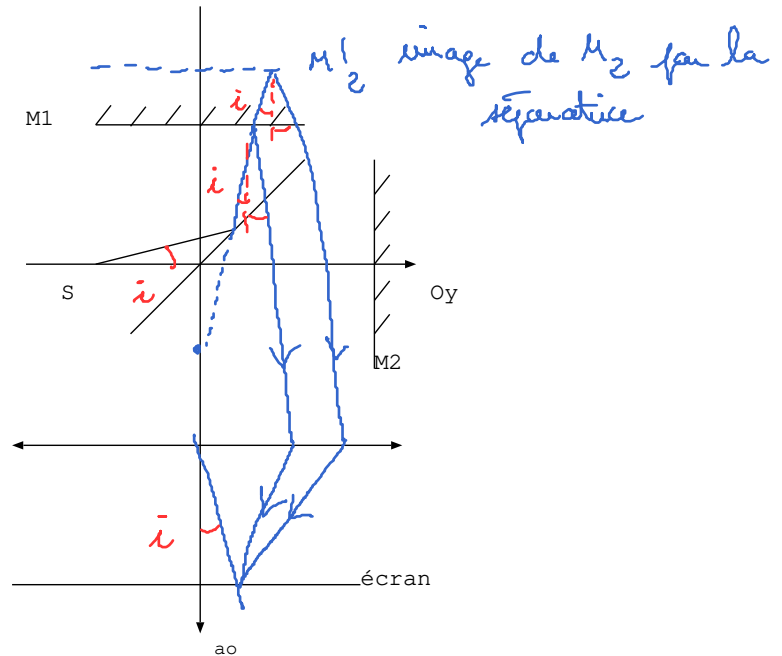
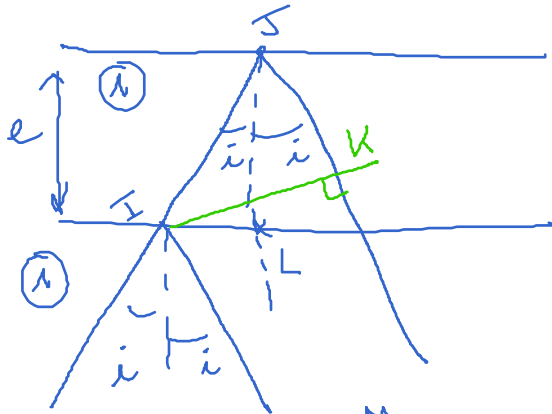


Schéma équivalent sans utilisation des sources secondaires **



2. Calcul de la différence de marche



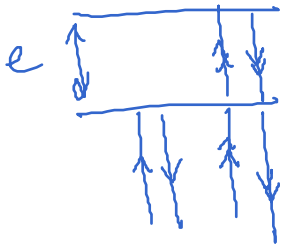
$$\cos i = \frac{e}{IJ}$$

$$\cos(2i) = \frac{JK}{IJ}$$

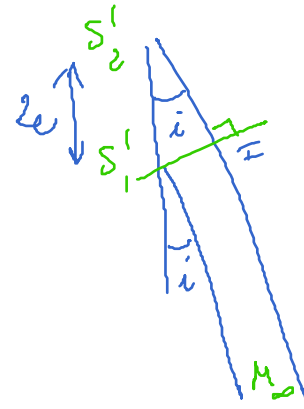
$$\cos(2i) + 1 = 2\cos^2 i$$

$$\begin{aligned} \delta &= (IJ) + (JK) + (\cancel{KL}) - (\cancel{IL}) \\ &= IJ + JK = \frac{e}{\cos i} (1 + \cos(2i)) = 2e \cos i \end{aligned}$$

Vérification pour $i = 0$:



$$\delta = 2e$$



$$\begin{aligned} \delta &= (S'_2 M_\infty) - (S'_1 M_\infty) \\ &= (S'_2 I) + (\cancel{IK}) - (\cancel{S'_1 M_\infty}) \\ &= S'_2 I = 2e \cos i \end{aligned}$$

3. Ordre d'interférences

Expression de l'ordre d'interférences

$$P = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{2e}{\lambda} \cos i = p_0 \cos i$$

on pose $p_0 = \frac{2e}{\lambda}$ B
ordre d'interférences
pour $i = 0$ en F'

Forme des franges

les points qui sont sur une même frange ont la même valeur de p soit la même valeur de i : ce sont des anneaux ou franges d'égale inclinaison. Le centre des anneaux est F' (foyer de la lentille) il correspond à $i = 0$

Variation de p sur la figure d'interférences

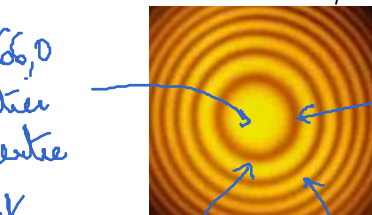
$p = p_0 \cos i$
p est maximal au centre des anneaux: $p = p_{\max} = p_0$
p ↓ quand on s'éloigne du centre des anneaux

Attention quand on calcule p_0 , on garde au moins un chiffre après la virgule

Pour $\lambda = 589 \text{ nm}$ et $e = 579 \mu\text{m}$: $p_0 = 1966,0$

Pour $\lambda = 589 \text{ nm}$ et $e = 148 \mu\text{m}$: $p_0 = 502,5$

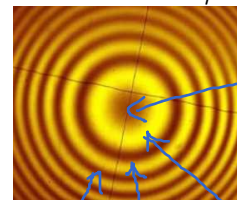
ici $p_0 = 1966,0$
c'est un entier donc le centre est brillant



1^{ère} frange brillante
 $p_1 = 1965$

1^{ère} frange sombre:
 $p = 1965,5$

2^{ème} frange brillante:
 $p_2 = 1964$



ici $p_0 = 502,5$, le centre est noir

$p_3 = 500$
3^{ème} anneau brillant

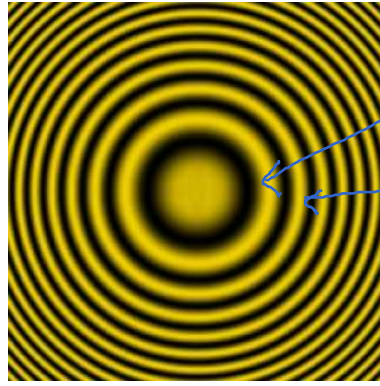
$p_2 = 501$
2^{ème} anneau brillant

$p_1 = 502$
1^{ère} anneau brillant

Cas général:

$$p_0 = \frac{2e}{\lambda} \text{ est un nombre quelconque}$$

Rq: on ne trouve pas un anneau brillant puis un autre mais d'un anneau brillant à l'autre
 $p_{m+1} - p_m = -1$



1^{er} anneau brillant

$$p_1 = \lfloor p_0 \rfloor$$

2^{ème} anneau brillant

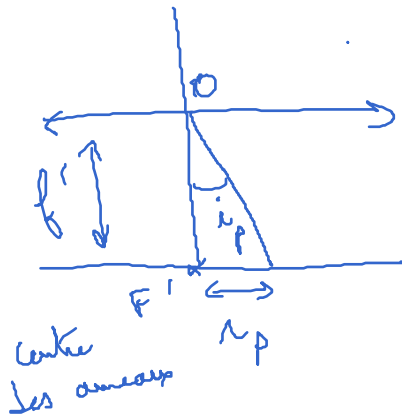
$$p_2 = \lfloor p_0 \rfloor - 1$$

n^{ième} anneau brillant:

$$p_n = \lfloor p_0 \rfloor - n + 1$$

Rayon de l'anneau d'ordre p:

i : angle d'incidence des rayons sur les miroirs



$$\tan i_p = \frac{r_p}{f'}$$

$$p = p_0 \cos i_p$$

$$\text{d'où } i_p = \arccos\left(\frac{p}{p_0}\right)$$

$$\text{et } r_p = f' \tan\left(\arccos\left(\frac{p}{p_0}\right)\right)$$

pour petits angles:

$$r_p \approx f' i_p$$

$$p = p_0 \left(1 - \frac{i_p^2}{2}\right)$$

$$\text{soit } i_p = \sqrt{2 \left(1 - \frac{p}{p_0}\right)}$$

$$r_p = f' \sqrt{2 \left(1 - \frac{p}{p_0}\right)}$$

Rq: travailler avec p_0 pour avoir des résultats cohérents et précis

Exemples d'application

Exemple 1: Calculer l'ordre d'interférences au centre de l'écran et calculer r_4 , le rayon du 4^{ème} anneau brillant. Données: épaisseur de la lame d'air $e = 0,80 \text{ mm}$, $\lambda = 632 \text{ nm}$ et $f' = 50 \text{ cm}$.

$$p_0 = \frac{2e}{\lambda} = 2531,6$$

⚠ penser à mettre le chiffre après la virgule

1^{er} anneau brillant: $p_1 = 2531$

2^{ème} " $p_2 = 2530$

3^{ème} " $p_3 = 2529$

4^{ème} " $p_4 = 2528$

$$\tan i_p = \frac{r_p}{f'} \approx i_p$$

$$p = p_0 \cos i_p = p_0 \left(1 - \frac{i_p^2}{2}\right)$$

$$\Rightarrow r_p = f' \sqrt{2 \left(1 - \frac{p}{p_0}\right)}$$

$$\text{Avec } r_4 = 50 \sqrt{2 \left(1 - \frac{2528}{2531,6}\right)} = 2,67 \text{ cm}$$

Exemple 2 : Un interféromètre de Michelson est réglé en lame d'air d'épaisseur e . On observe les interférences dans le plan focal d'une lentille de focale $f' = 50 \text{ cm}$. Calculer l'épaisseur de la lame d'air e sachant que l'ordre d'interférence du cinquième anneau brillant est de 1513 et que l'éclairement au centre de l'écran est nul.

$p_5 = 1513,0$ l'ordre d'interférences augmente quand on s'approche du centre

$p_4 = 1514$ $p_3 = 1515$ $p_2 = 1516$ $p_1 = 1517$ $p_0 = 1517,5$ le centre est noir

$p_e = \frac{2e}{\lambda} \Rightarrow e = \frac{p_0 \lambda}{2} = 439 \mu\text{m}$

Exemple 3 : On considère un Michelson réglé en lame d'air d'épaisseur $e = 100 \mu\text{m}$. La source lumineuse ($\lambda_0 = 550 \text{ nm}$) éclaire l'interféromètre avec un angle d'ouverture maximale $\theta_{\max} = 10^\circ$ (soit 10° de part et d'autre de l'axe optique). Calculer le nombre N de franges brillantes que l'on peut observer.

Soit i compris entre 0 et 10°

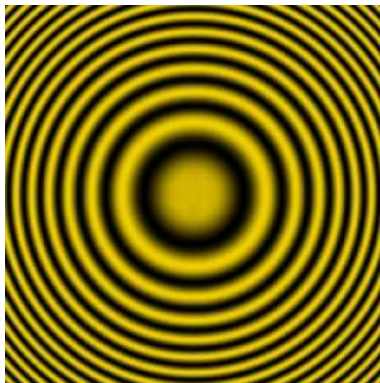
$p_{\max} = \frac{2e}{\lambda} = p_0 = 363,6$ ordre d'interférences maximal au centre de l'écran

$p_{\min} = p_0 \cos i = p_0 \cos \theta_{\max} = 358,1$ ordre d'interférences minimal au bord de l'écran

On voit les anneaux brillants correspondant à :

$p = 359, 360, 361, 362$ et 363 soit 5 anneaux brillants

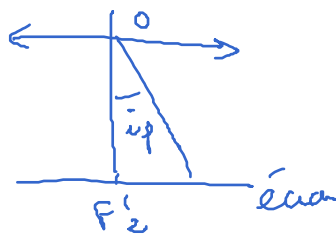
Exemple 4 : mesurer sur la photo les rayons du premier et du cinquième anneaux brillants. En déduire l'épaisseur de la lame d'air. Données : $\lambda = 632 \text{ nm}$ et $f' = 60 \text{ cm}$.



$$R = \frac{d_{\max} + d_{\min}}{4}$$

$$r_1 = \frac{20 + 16}{4} = 9 \text{ mm}$$

$$r_5 = \frac{41 + 39}{4} = 20 \text{ mm}$$



$$\tan ip = \frac{r_p}{f'_1} \approx ip$$

$$p = p_0 \cos ip = p_0 \left(1 - \frac{ip^2}{2}\right)$$

$$p = p_0 \left(1 - \frac{r_p^2}{2f_1'^2}\right)$$

On ne connaît ni p_1 , ni p_5 mais on sait que $p_1 - p_5 = 4$

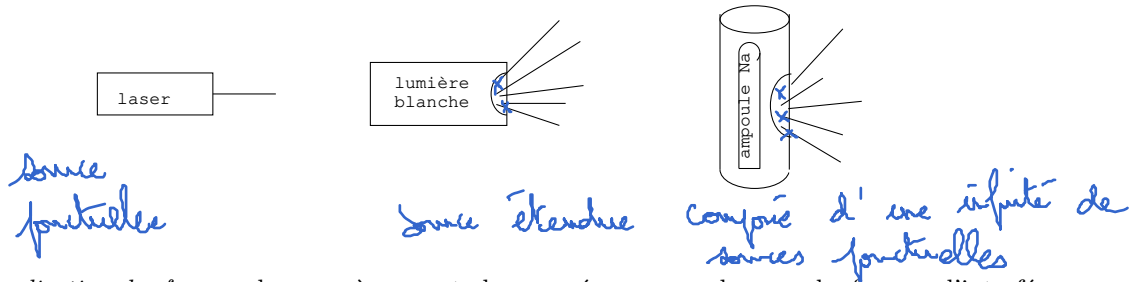
$$p_1 - p_5 = 4 = p_0 \left(\frac{r_5^2 - r_1^2}{f_1'^2} \right) \Rightarrow p_0 = \frac{2 \times 4 \times f_1'^2}{r_5^2 - r_1^2} = 7912,1$$

$$p_0 = \frac{2e}{\lambda} \Rightarrow e = \frac{p_0 \lambda}{2} = 2,5 \text{ mm}$$

4. Utile pour les TP

5. Montage expérimental

On classe les sources de lumière utilisées en deux catégories: les sources ponctuelles et les sources étendues.



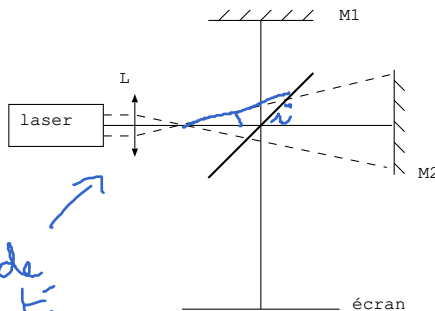
On appelle localisation des franges, la zone où on peut placer un écran pour observer des franges d'interférences. C'est-à-dire la zone où les rayons sortant du dispositif (et issus du même rayon incident) se croisent.

Résultat admis:

Avec une source ponctuelle comme le laser, les franges ne sont pas localisées, on peut les voir sur un écran placé n'importe où dans l'espace.

Avec une source étendue comme la lumière blanche ou la source à vapeur de Na, les franges sont localisées à l'infini, on les observe sur un écran placé au plan focal de la lentille ou un écran loin du Michelson (solution pas choisie car on perd trop de lumière).

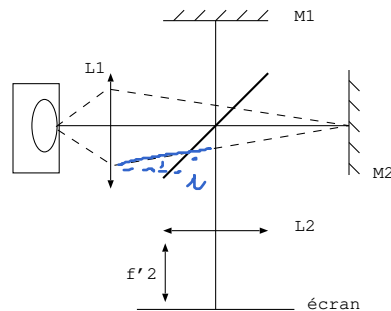
Montage expérimental avec le laser:



lentille de microscope très convergente pour avoir plein de valeurs de i , pour voir plein d'anneaux.

L'écran est placé n'importe où, de préférence près du Michelson pour ne pas perdre trop de lumière.

Montage expérimental avec une source étendue:

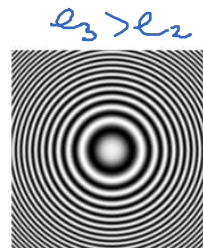


la lentille L_1 sert à faire converger la lumière sur M_2 : elle a une courte focale, est très convergente pour avoir i assez grand.

la lentille L_2 a une grande focale pour voir de gros anneaux. La lentille est près du Michelson (pour ne pas perdre de lumière) et l'écran est au plan focal de la lentille.

6. Qu'observe-t-on quand on modifie l'épaisseur de la lame d'air?

pour $e=0$: on est au contact optique, on ne voit qu'un seul gros anneau lumineux



Quand e augmente, on voit de plus en plus d'anneaux à l'écran, ils semblent naître depuis le centre de l'écran.

Quand e diminue, on voit de moins en moins d'anneaux à l'écran, ils semblent s'engloutir vers le centre de l'écran.

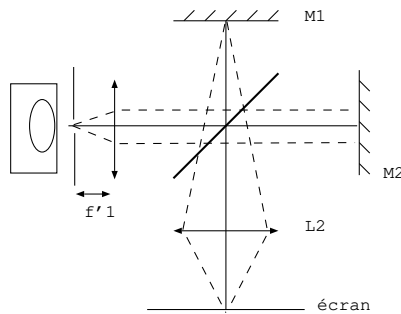
Le centre de l'écran est clair ou foncé cela dépend de la valeur de p_0 (soit de la valeur de e et de la longueur d'onde).

On ne peut pas définir d'interfrange en configuration en lame d'air, car les anneaux sont de plus en plus serrés quand on s'éloigne du centre.

III. Interféromètre de Michelson réglé en coin d'air

Le miroir M_1 et l'image M_2' du miroir M_2 par la séparatrice font un angle α **petit** entre eux.

1. Montage expérimental

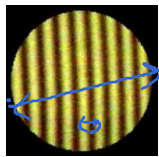


La lentille L1 sert à fabriquer un faisceau de lumière parallèle pour que les miroirs soient éclairés en incidence normale.

La lentille L2 sert à faire l'image des miroirs sur l'écran car en source étendue les franges sont localisées sur les miroirs (donc on les observe directement sur les miroirs mais on ne peut pas faire de mesures ou on les observe sur l'écran en faisant l'image du miroir sur celui-ci).

Lien entre ce que l'on voit sur les miroirs et ce que l'on voit sur l'écran:

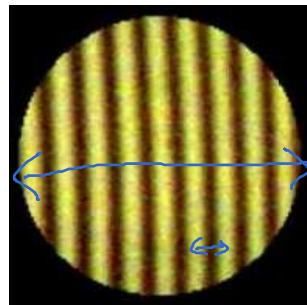
Sur les miroirs:



diamètre du miroir: d_m

Les franges sont rectilignes, dites franges d'épaisseur, car elles sont équidistantes, on peut mesurer l'interfrange i_m .

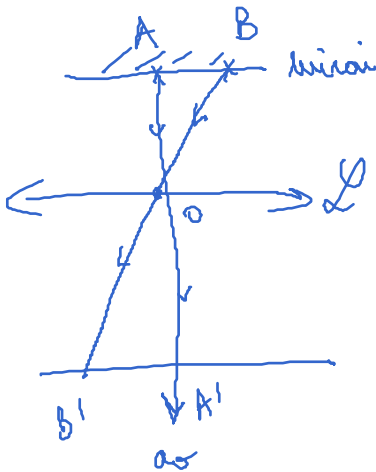
Sur l'écran:



sur l'écran, on voit la même chose que sur les miroirs mais gamma fois plus grand où gamma est le grandissement du dispositif avec la lentille.

$d_e = |\gamma| d_m$: diamètre de l'image du miroir à l'écran

$i_e = |\gamma| i_m$: interfrange à l'écran



$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

$$\overline{OA} < 0 \quad (\overline{OA} : \text{distance lentille miroir})$$

$$\overline{OA'} > 0 \quad (\overline{OA'} : \text{distance lentille écran})$$

généralement $f' \approx 20 \text{ cm}$

on prend $D = AA'$ (distance miroir - écran) supérieure à $4 \times f'$

⚠ l'écran n'est pas au foyer de la lentille

2. Différence de marche et interfrange pour des rayons en incidence normale sur les miroirs

$$\delta u_1(u) = 2e(u)$$

avec $\tan \alpha = \frac{e(u)}{u} \approx \alpha$

donc $\left[\delta u_1(u) = 2\alpha u \right]$ (donné par l'équation)

Position des franges lumineuses:

$$p = 2\alpha u_e = h \quad \text{entier relatif} \quad \text{soit } u_e = \frac{h\lambda}{2\alpha}$$

interfrange: $\left[\bar{i} = u_{h+1} - u_h = \frac{\lambda}{2\alpha} \right]$ $\Delta \alpha$ en radian par l'AN

+ les miroirs sont écartés (α grand) + l'interfrange est petit (ou soit + de franges à l'écran elles sont très proches les unes des autres)

AN: calculer α pour $i = 1 \text{ mm}$ et $\lambda = 500 \text{ nm}$

$$\bar{i} = \frac{\lambda}{2\alpha} \Rightarrow \alpha = \frac{\lambda}{2\bar{i}} = 25 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$$

$$\bar{i} = 25 \cdot 10^{-6} \times \frac{180}{\pi} = (1,43 \cdot 10^{-2})^\circ = 0,8' = 51''$$

$\times 60 \quad \times 60$

3. Exercices d'application

On rappelle que $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$ et $\gamma = \frac{OA'}{OA}$.

Exercice 1 : Un Michelson est réglé en coin d'air avec $\alpha = 20''$ d'arc. Les miroirs plans ont pour diamètre $d = 2 \text{ cm}$. On place à 35 cm de M_1 une lentille convergente de focale image 30 cm . La source monochromatique a pour longueur d'onde $\lambda = 500 \text{ nm}$.

Déterminer la distance entre M_1 et l'écran. Calculer l'interfrange sur M_1 et l'interfrange sur l'écran. Combien de franges peut-on observer?

Réponses : sur le miroir $i = 2,58 \text{ mm}$ sur l'écran $i_e = 1,55 \text{ cm}$

Exercice 2 : On observe des franges rectilignes avec un interféromètre de Michelson. On utilise une lentille de focale image $f' = 20 \text{ cm}$ qui donne un grandissement de -4 . Où faut-il placer l'écran pour observer les franges? On mesure un interfrange $i_e = 1 \text{ mm}$ sur l'écran pour $\lambda = 589 \text{ nm}$. En déduire α en rad et en minute d'angle. On introduit une lame de verre d'épaisseur e et d'indice $n = 1,5$ devant et parallèlement au miroir M_1 . On observe un déplacement de 25 franges. En déduire l'épaisseur de la lame.

Réponses : distance miroir écran $1,25 \text{ m}$, $\alpha = 1,18 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$, $e = 14,7 \mu\text{m}$

Exercice 3 : Le Michelson est éclairé par une source de longueur d'onde $\lambda = 589 \text{ nm}$. On projette la figure d'interférences à l'aide d'une lentille de focale image $f' = 40 \text{ cm}$ sur un écran placé à la distance $D = 2 \text{ m}$ de M_1 . On donne la photo de l'écran. Calculer la valeur de α , angle du coin d'air.

Aide: on peut poser $\overline{AO} = x$ (distance entre M_1 et la lentille) et montrer que x vérifie l'équation $x^2 - Dx + Df' = 0$. On en déduit x puis le grandissement de la lentille.

Réponses: $x = 0,6 \text{ m}$ et $\alpha = 1,77 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$

