

Chapitre OO6: Cohérences spatiale et temporelle

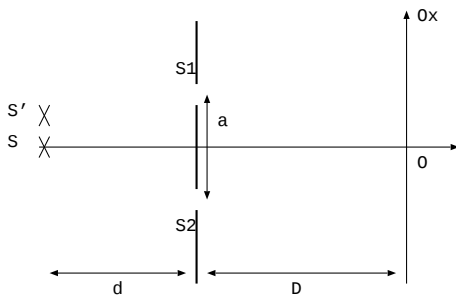
I. Cohérence spatiale

Problématique : les sources réelles ne sont pas ponctuelles, comment la largeur d'une source influe-t-elle sur les figures d'interférences?

Idée de départ : Une source étendue spatialement peut-être vue comme l'association d'une infinité de sources ponctuelles. Les différentes sources ponctuelles ne sont pas cohérentes entre elles. Chacun des points sources donne naissance à un phénomène d'interférences et on observe sur l'écran la superposition de l'ensemble des figures d'interférences obtenues pour chaque point de la source.

1. Approche simplifiée : la source est constituée de deux sources ponctuelles.

Dispositif étudié:



Les deux sources sont synchrones et non cohérentes :

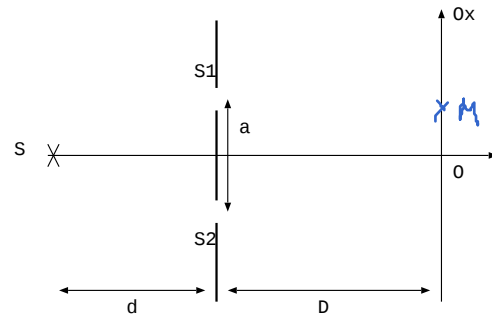
même fréquence
et même longueur d'onde

les ondes qui se rencontrent en M ne viennent pas du même atome et ne peuvent pas interférer (déphasage aléatoire)

Si la source S est seule :

On observe des franges rectilignes de direction $\perp$ à $S_1 S_2$ avec une frange centrale brillante en O .

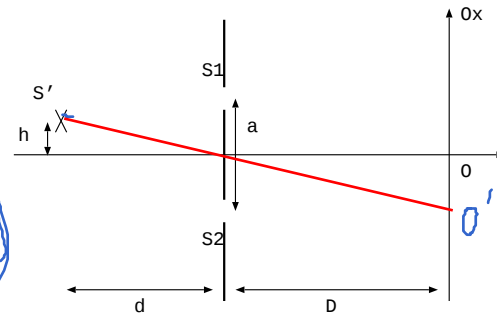
$$P_S(M) = \frac{a^2}{\lambda D} \text{ et } I_S(M) = 2I_0 (1 + \cos(2\pi p_S))$$



Si la source S' est seule :

On observe des franges rectilignes de direction $\perp$ à $S_1 S_2$ avec une frange centrale brillante en O' .

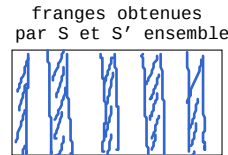
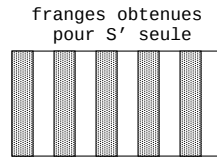
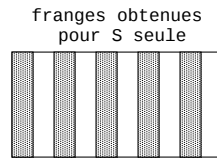
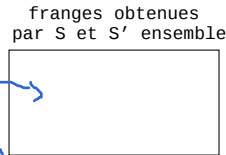
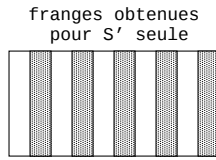
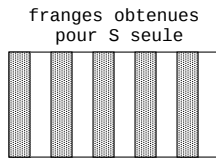
$$P_{S'}(M) = \frac{a^2}{\lambda D} + \frac{a^2 h}{\lambda D} \text{ et } I_{S'}(M) = 2I_0 (1 + \cos(2\pi p_{S'}(M)))$$



L'intensité en M est

$I(M) = I_S(M) + I_{S'}(M)$ à l'écran on observe la superposition des 2 systèmes de franges car les ondes issues de S et S' ne sont pas cohérentes.

Observations: Les deux systèmes de franges obtenues pour S et S' ont donc le même interfrange et sont juste décalés, on étudie les deux situations extrêmes.



Lorsque les franges brillantes du système obtenu pour S se superposent

aux franges sombres du système obtenu pour S' : l'écran est uniformément éclairé, il n'y a plus de franges : blanchage ou anticoincidence

Lorsque les franges brillantes du système obtenu pour S se superposent

aux franges brillantes du système obtenu pour S' : il y a des franges bien contrastées à l'écran : coïncidence

On peut en déduire les valeurs de SS' pour lesquelles le contraste reste maximal:

Les franges brillantes de S se superposent aux franges brillantes de S' :

$$\left. \begin{array}{l} p_S(m) \text{ entier} \\ p_{S'}(m) \text{ entier} \end{array} \right\} \rightarrow p_{S'}(m) - p_S(m) = k \quad \text{entier relatif}$$

$$\frac{a \sin \theta}{\lambda d} = k \quad \text{soit} \quad \sin \theta = k \frac{\lambda d}{a}$$

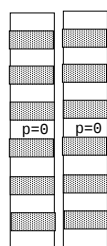
On peut en déduire les valeurs de SS' pour lesquelles le contraste est nul:

Les franges sombres de S se superposent aux franges brillantes de S' :

$$\left. \begin{array}{l} p_S(m) = \text{demi entier} \\ p_{S'}(m) : \text{entier} \end{array} \right\} \rightarrow p_{S'}(m) - p_S(m) = k + \frac{1}{2}$$

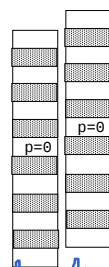
$$\frac{a \sin \theta}{\lambda d} = k + \frac{1}{2} \quad \text{soit} \quad \sin \theta = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda d}{a}$$

coïncidence



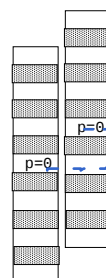
$$p_S(m) - p_{S'}(m) = 0$$

$$p_S(m) - p_{S'}(m) = \frac{1}{2}$$



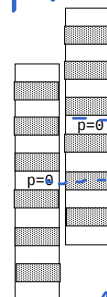
blanchage

coïncidence



$$p_S(m) - p_{S'}(m) = 1$$

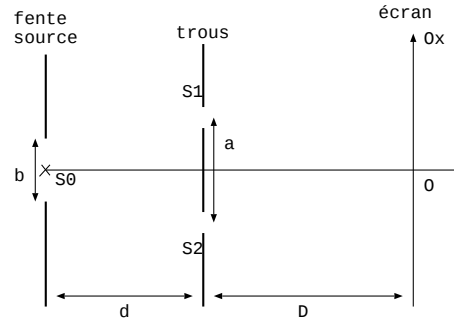
$$p_S(m) - p_{S'}(m) = \frac{3}{2}$$



blanchage

2. Exercice :

On réalise une expérience d'interférences avec des trous d'Young. La source principale est une fente de largeur b , le centre S_0 de la fente est sur l'axe optique. Le plan des trous est situé à une distance d de la source et on note a la distance entre les trous S_1 et S_2 . On observe le phénomène sur un écran placé à la distance D du plan des trous. La lumière, monochromatique, a pour longueur d'onde λ .



Quel est l'avantage d'éclairer le dispositif par une fente?

L'intensité lumineuse est plus grande

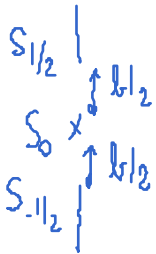
L'inconvénient est que sur l'écran on observe un brouillage des franges pour des valeurs de b supérieures à une valeur limite, expliquer le phénomène.

Chaque point de la fente source constitue une source ponctuelle qui donne à l'écran son propre système de franges, à l'écran on observe la superposition de tous les systèmes de franges obtenus par chacun de ces points car ces points sources ne sont pas cohérents entre eux. Ces systèmes de franges sont décalés entre eux et peuvent conduire à un brouillage.

La condition de brouillage s'écrit $|\Delta p_{1/2}| > \frac{1}{2}$ où $\Delta p_{1/2} = p_{S_{1/2}}(M) - p_{S_0}(M)$ avec S_0 point de la fente source sur l'axe optique et $S_{1/2}$ point sur l'une des extrémités de la fente source.

Interpréter cette condition de brouillage et en déduire les valeurs de b pour lesquelles les franges sont visibles.

AN : $d = 10 \text{ cm}$, $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$ et $a = 2 \text{ mm}$.



Tous les points de la fente constituent des points sources non cohérents entre eux qui donnent chacun leur propre système de franges. On observe la superposition de tous ces systèmes de franges décalés les uns par rapport aux autres.

On observe le décalage des systèmes obtenus pour S_0 et $S_{1/2}$

$p_{S_0}(M) - p_{S_{1/2}}(M) = \frac{1}{2}$ signifie que les 2 systèmes de franges sont décalés d'un demi-interfrange donc les franges sombres de l'un tombent sur les franges brillantes de l'autre

$$|p_{S_0}(M) - p_{S_{1/2}}(M)| = \frac{b/2 \cdot a}{\lambda d} > \frac{1}{2} \text{ pour } \boxed{b > \frac{\lambda d}{a}} = 25 \mu\text{m}$$

⚠ le phénomène n'est pas périodique, plus on ouvre la fente source plus il y a d'intensité mais plus il y a de systèmes de franges qui se superposent il y a brouillage pour $\boxed{b > \frac{\lambda d}{a}}$

II. Cohérence temporelle dans le dispositif d'Young

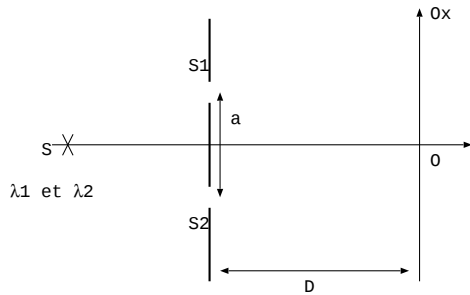
Problématique : les sources réelles ne sont pas monochromatiques, quelles sont les conséquences de la polychromaticité des sources lumineuses sur les figures d'interférences?

Idée de départ : Lorsque l'on place une source réelle (donc polychromatique) en amont d'un dispositif interférentiel, chacune des longueurs d'onde du spectre de la source donne naissance à un phénomène d'interférences. Sur un écran, on observe alors la superposition de l'ensemble des figures d'interférences obtenues pour chaque longueur d'onde de la source.

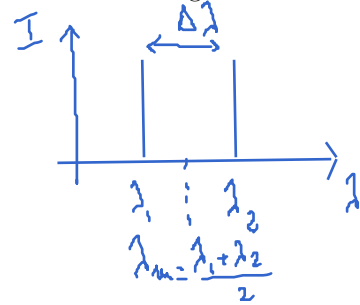
1. Cas où la source comprend un doublet

Exemple concret : Les lampes à vapeur de mercure ou de sodium possèdent toutes deux dans leurs spectres un doublet jaune, c'est-à-dire deux longueurs d'onde suffisamment proches pour qu'elles ne puissent pas être séparées par un filtre.

Dispositif étudié:



- Le spectre de la source comprend deux raies monochromatiques de longueurs d'onde λ_1 et $\lambda_2 > \lambda_1$
- Les deux raies du spectre ont la même intensité I_0
- La source est ponctuelle
- On note $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ l'écart de longueur d'onde et $\lambda_m = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$



Si la source ne présente qu'une longueur d'onde λ_1 :

On observe un système de franges rectilignes avec $i = \frac{\lambda_1 D}{a}$
et une frange brillante en 0
$$p_{\lambda_1}(u) = \frac{a}{\lambda_1 D} \quad \text{et} \quad I_{\lambda_1}(u) = 2I_0 \left(1 + \cos(2\pi p_{\lambda_1}(u)) \right)$$

Si la source ne présente qu'une longueur d'onde $\lambda_2 > \lambda_1$:

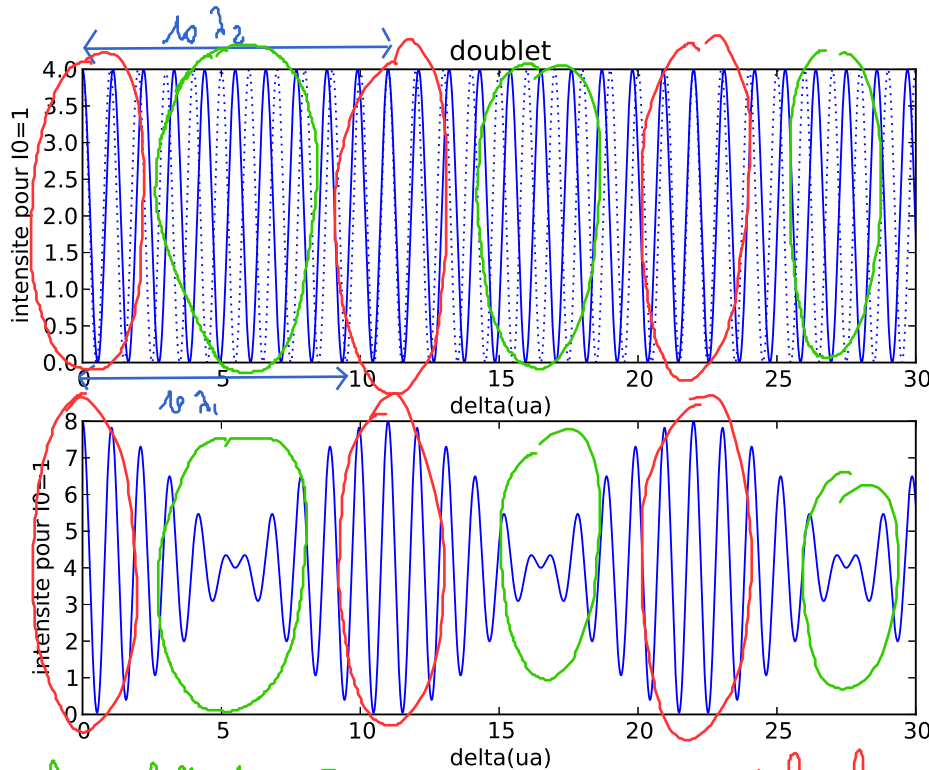
On observe un système de franges rectilignes avec $i = \frac{\lambda_2 D}{a}$
et une frange brillante en 0
$$p_{\lambda_2}(u) = \frac{a}{\lambda_2 D} \quad \text{et} \quad I_{\lambda_2}(u) = 2I_0 \left(1 + \cos(2\pi p_{\lambda_2}(u)) \right)$$

Si la source contient un doublet :

La source S comprend deux sources ponctuelles monochromatiques non cohérentes entre elles. On observe à l'écran la superposition des systèmes de franges obtenus par S_{λ_1} et S_{λ_2} soit
$$I(u) = I_{\lambda_1}(u) + I_{\lambda_2}(u)$$

pour $\delta = k\lambda$: franges brillantes

pour $\delta = (k + \frac{1}{2})\lambda$: franges sombres



— courbe $I_{\lambda_1}(u)$
 --- courbe $I_{\lambda_2}(u)$
 $\lambda_2 > \lambda_1$

zones où les franges brillantes de S_{λ_1} se superposent aux franges sombres de S_{λ_2} il y a brouillage (sur l'écran on ne voit plus de franges dans cette zone)

zones où les franges brillantes de S_{λ_1} et de S_{λ_2} se superposent le contraste des franges reste bon; dans ces zones on voit toujours des franges à l'écran.

On peut en déduire les valeurs de x sur l'écran où il y a anticoincidence ou brouillage :

Les franges brillantes de S_{λ_1} se superposent aux franges sombres de S_{λ_2} soit :

$$\left. \begin{array}{l} p_{\lambda_1}(u) \text{ entier} \\ p_{\lambda_2}(u) \text{ } 1/2 \text{ entier} \end{array} \right\} \Rightarrow p_{\lambda_2}(u) - p_{\lambda_1}(u) = k + \frac{1}{2}$$

$$\frac{ax}{\lambda_2 D} - \frac{ax}{\lambda_1 D} = k + \frac{1}{2}$$

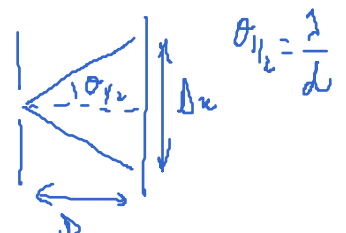
$$\text{soit } x_k = \frac{\lambda_1 \lambda_2 D}{(\lambda_2 - \lambda_1) a} \left(k + \frac{1}{2} \right) = \frac{\lambda_m^2 D}{\Delta \lambda a} \left(k + \frac{1}{2} \right)$$

Application numérique : lampe au sodium : $\lambda_1 = 589,0 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$, dispositif des fentes d'Young: $a = 0,4 \text{ mm}$, $D = 1 \text{ m}$, $d = 0,1 \text{ mm}$ (largeur d'une fente). Ce dispositif permet-il d'observer le brouillage du doublet du sodium?

Les brouillages se produisent pour $x_{k=0} = 0,73 \text{ m}$, $x_{k=-1} = -0,73 \text{ m}$,

$x_{k=1} = 2,17 \text{ m}$, $x_{k=-2} = -2,17 \text{ m} \dots$

La tache centrale de diffraction : $\Delta x = \frac{\lambda}{d} \times D = 5,9 \text{ mm}$

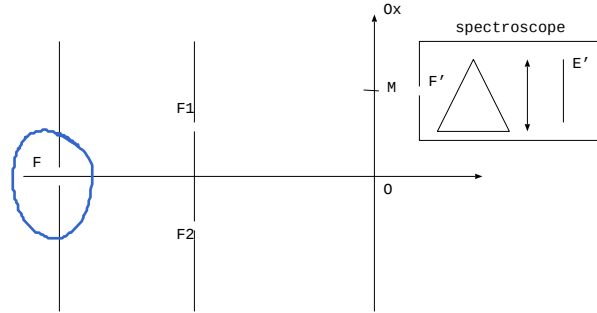


2. Montage d'Young en lumière blanche

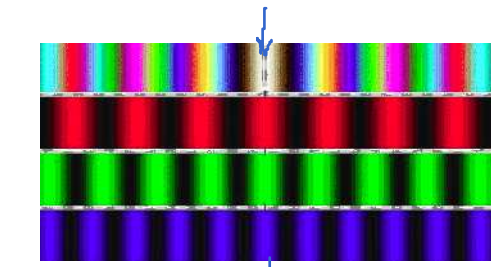
Soit un montage d'Young où la fente fine F est éclairée par une lampe à incandescence qui émet de la lumière blanche contenant toutes les longueurs d'onde comprises entre $\lambda_B = 400 \text{ nm}$ et $\lambda_R = 800 \text{ nm}$.

la source comprend une infinité de sources de λ différentes ces sources ne sont pas cohérentes entre elles on devra à l'écran la superposition de tous les systèmes de franges

Voici ce que l'on observe sur l'écran :



au point 0
sur l'écran



$$i_{\text{max}} = \frac{\lambda_{\text{red}} D}{a}$$

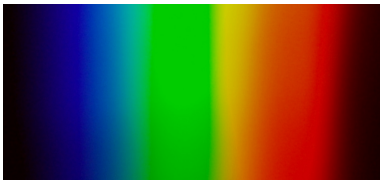
$$i_{\text{bleu}} = \frac{\lambda_{\text{bleu}} D}{a}$$

$x=0$
frange centrale brillante
en 0 par toutes les longueurs d'onde

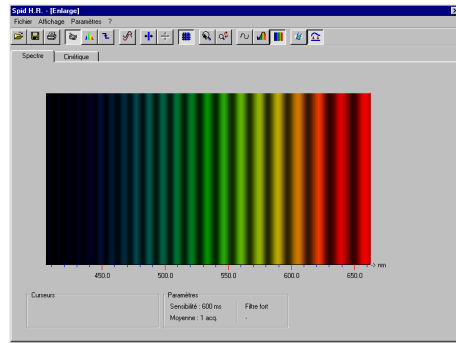
Les systèmes de franges n'ont pas le même interférence car $i = \frac{\lambda D}{a}$ dépend de λ .
En se superposant, les systèmes de franges donnent en $x=0$ une frange brillante blanche entourée de 2 franges noires puis de franges irisées (de couleurs $\neq$)

la superposition de toutes ces franges brillantes donne en 0 une frange brillante blanche

Voici les spectres que l'on observe en fonction du point que l'on vise sur l'écran:



spectre au point 0 de l'écran
toutes les λ donnent une frange brillante, toutes les λ sont présentes dans le spectre



spectre en des points M au voisinage de 0 on observe des cannelures : bandes noires qui correspondent aux λ qui donnent des franges noires en ce point

Re $\frac{1}{2}$ Au delà de 5 cannelures, l'œil voit du blanc

On se place en M , un peu éloigné de O (on choisit M tel que $\delta(M) = 5 \mu m$). Sur l'écran ce point est éclairé en blanc. Calculer toutes les longueurs d'onde qui donnent des franges brillantes en ce point. Calculer toutes les longueurs d'onde éteintes (celles qui donnent des franges noires). En déduire l'allure du spectre de la lumière en ce point.

On calcule p_{min} et p_{max} au point M

$$p_{min} = \frac{\delta}{\lambda_R} = 6,25$$

$$p_{max} = \frac{\delta}{\lambda_b} = 12,5$$

Il y a donc 7 raies dans le spectre obtenues pour $p = 6,5 - 7,5 - \dots - 12,5$

p	6,5	7,5	8,5	9,5	10,5	11,5	12,5
$\lambda = \frac{\delta}{p}$	770 nm	667 nm	588 nm	526 nm	476 nm	434 nm	400 nm

Pour déterminer x_{lim} la valeur limite de x sur l'écran à partir de laquelle on n'observe plus d'interférences car il y a trop de franges qui se superposent, on peut appliquer le critère semi quantitatif de brouillage : $|p_{\lambda_{max}} - p_{\lambda_{moy}}| > \frac{1}{2}$. Expliquer ce critère et calculer x_{lim} .

$$p_{\lambda_{max}} - p_{\lambda_{moy}} = \delta \left(\frac{1}{\lambda_{max}} - \frac{1}{\lambda_{moy}} \right) = \delta \left(\frac{\lambda_{moy} - \lambda_{max}}{\lambda_{moy} \lambda_{max}} \right) \approx \delta \frac{\Delta \lambda}{2 \lambda_{moy}^2} > \frac{1}{2}$$

$$\text{soit } \delta > \frac{\lambda_{moy}^2}{\Delta \lambda}$$

on $\Delta f = \frac{1}{\Delta t} = \frac{c}{l_c} = c \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2}$ d'où $\frac{\lambda^2}{\Delta \lambda} = l_c$

$l_c = c \tau$ l_c : longueur moyen d'un train d'onde
 τ : durée

avec $f = \frac{c}{\lambda}$ soit $\frac{df}{d\lambda} = -\frac{c}{\lambda^2}$ et $\Delta f = c \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2}$

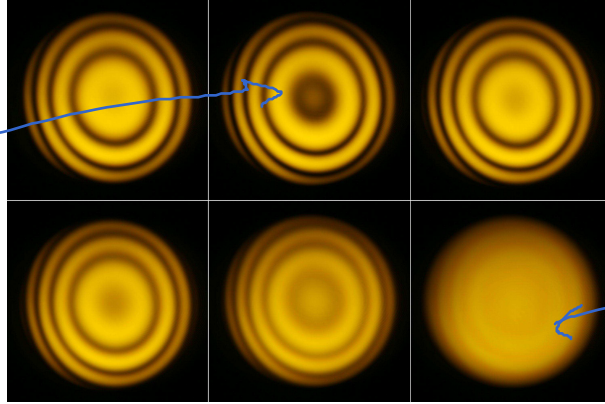
Il y a brouillage pour $\delta > l_c$

III. Cohérence temporelle: interféromètre de Michelson

1. Michelson en lame d'air éclairé par la lampe à vapeur de sodium

La source comprend deux longueurs d'onde qui constituent deux sources S_{λ_1} et S_{λ_2} incohérentes entre elles. Chaque source donne son système de franges circulaires et on observe la superposition des 2 systèmes de franges.

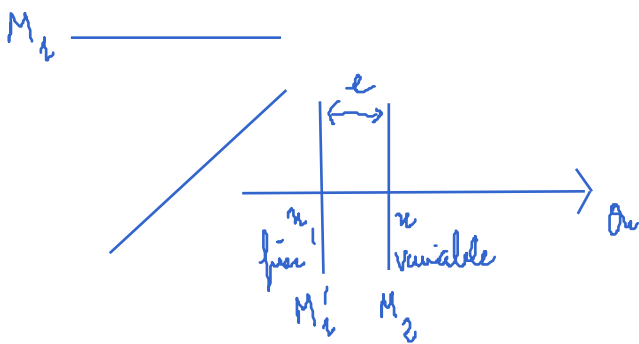
Le contraste reste bon lorsque les franges brillantes de S_{λ_1} se superposent aux franges brillantes de S_{λ_2} .



il y a lavage quand les franges brillantes de S_{λ_1} se superposent aux franges sombres de S_{λ_2} .

Exercice : On éclaire l'interféromètre, en configuration lame d'air, par une lampe à vapeur de sodium. On observe alors deux annulations successives du contraste pour les valeurs suivantes, correspondant au repérage du miroir mobile : $x' = 13,24 \text{ mm}$ et $x'' = 13,52 \text{ mm}$. En déduire la valeur expérimentale $\Delta\lambda$ de l'écart en longueur d'onde du doublet jaune.

Donnée : longueur d'onde moyenne : $\lambda = 589,3 \text{ nm}$.



Il y a lavage lorsque les franges brillantes de S_{λ_1} se superposent aux franges sombres de S_{λ_2} .

$$\left. \begin{array}{l} p_{\lambda_1}(m) \text{ entier} \\ p_{\lambda_2}(m) \text{ demi-entier} \end{array} \right\} \Rightarrow p_{\lambda_1} - p_{\lambda_2} = k + \frac{1}{2}$$

$$\frac{2e \cos i}{\lambda_1} - \frac{2e \cos i}{\lambda_2} = k + \frac{1}{2} \quad \text{soit} \quad e_k = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda_1 \lambda_2}{2(\lambda_2 - \lambda_1)} = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda_m^2}{2 \Delta \lambda}$$

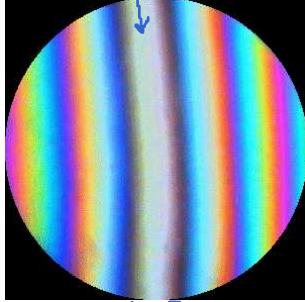
$$\begin{aligned} (\cos i \approx 1) \\ e_k &= n' - n_1 \\ e_{k+1} &= n'' - n_1 \end{aligned}$$

$$e_{k+1} - e_k = \frac{\lambda_m^2}{2 \Delta \lambda} = n'' - n' \Rightarrow \boxed{\Delta \lambda = \frac{\lambda_m^2}{2(n'' - n')}} = 6.10^{-10} \text{ m}$$

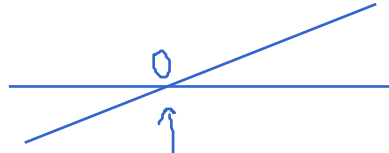
2. Michelson en coin d'air éclairé en lumière blanche?

Voici ce que l'on voit sur l'écran (quand on fait l'image des miroirs sur l'écran):

O : sur l'axe
est sur une frange brillante
pour toutes les λ : frange blanche



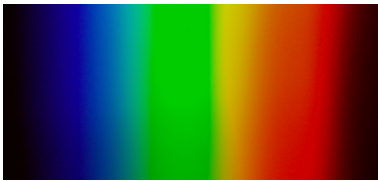
2 franges noires extérieures
de franges intérieures (couleurs $\neq$)



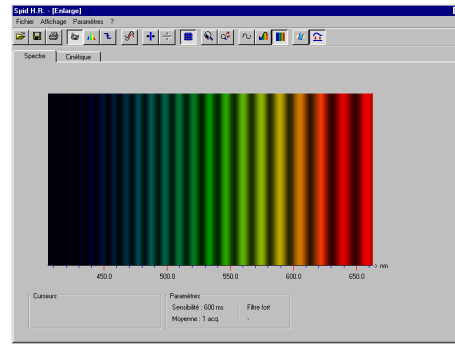
Au niveau de
l'axe, la différence
de marche est nulle

Chaque $\lambda \neq$ constitue une source
partielle monochromatique. Les $\neq$
sources S_λ sont incohérentes entre
elles donc on observe la répétition
de tous les systèmes de franges
qui ont tous une frange brillante en O
mais décalés car $i = \frac{\lambda}{2d}$ dépend
de λ

Voici les spectres que l'on observe en fonction du point que l'on vise sur l'écran:



spectre au point O ; toutes les
 λ donnent une frange brillante



spectre autour de O : certains λ donnent
en ce point des franges sombres qui
correspondent dans le spectre à des
cannelures