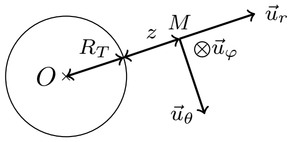
# Corrigé du sujet e3a PC 2024

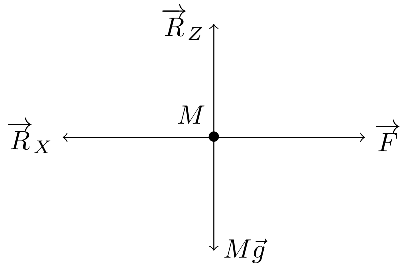
Ce corrigé à été rédigé par Marie Thorey. N'hésitez pas à me signaler par mail (thoreymarie@aol.com) toute coquille ou erreur. Vous pouvez le distribuer à vos élèves.

1. On utilise les coordonnées sphériques.
   La masse est invariante par toutes les rotations autour de $O$, donc $g$ ne dépend que de $r = R_T + z$.
   Les plans $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ et $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\varphi)$ sont des plans de symétrie de la répartition de masse, donc $\vec{g}$ est suivant $\vec{u}_r$.

   On choisit comme surface de Gauss une sphère de centre $O$ et de rayon $r$.
   D'après le théorème de Gauss, $\oiint \vec{g}.\overrightarrow{dS} = -4\pi G M_{int}$.

   Pour une altitude $z$, donc à l'extérieur de la Terre, $g(z).4\pi(R_T+z)^2 = -4\pi G M_T$, donc $\boxed{\vec{g} = -\dfrac{GM_T}{(R_T+z)^2}\vec{u}_z}$
2. $\boxed{g(z_0) = 9,73 \text{ m.s}^{-2} \text{ et } g(z_1) = 9,72 \text{ m.s}^{-2}}$
3. Ces valeurs sont très proches, donc on eut considérer que le champ de pesanteur est uniforme à ces altitudes avec une incertitude de 0,01 m.s$^{-2}$.
4. D'après la loi fondamentale de l'hydrostatique, $\overrightarrow{\text{grad}}P = \mu\vec{g}$, soit $\boxed{\dfrac{dP}{dz} = -\mu g}$
5. D'après la loi des gaz parfaits, on a $PV = nRT$, donc $\mu = \dfrac{m}{V} = \dfrac{nM_{air}}{V} = \dfrac{PM_{air}}{RT}$.
   On en déduit que $\dfrac{dP}{dz} = -\dfrac{PM_{air}g}{RT}g$.
   On intègre en séparant les variables : $\dfrac{dP}{P} = -\dfrac{M_{air}g}{R(T_0 + a(z - z_0))}dz$
   $\ln\left(\dfrac{P}{P_0}\right) = -\dfrac{M_{air}g}{Ra}\ln\left(\dfrac{T_0 + a(z-z_0))}{T_0}\right)$
   On en déduit que $\boxed{P(z) = P_0\left(1 + \dfrac{a}{T_0}(z - z_0)\right)^{-\dfrac{M_{air}g}{Ra}}, \text{ soit } b = \dfrac{a}{T_0} \text{ et } \alpha = -\dfrac{M_{air}g}{Ra}}$
6. On a $\mu(z_1) = \dfrac{P_0 M_{air}}{RT_0}\left(1 + \dfrac{a}{T_0}(z_1 - z_0)\right)^{-\dfrac{M_{air}g}{Ra}}$, soit $\boxed{\mu(z_1) = 4,1.10^{-2} \text{ kg.m}^{-3}}$
   La valeur obtenue est du même ordre de grandeur mais plus faible que la valeur réelle.
7. L'avion est soumis à l'attraction gravitationnelle de la Terre, à la force de traînée et la force de portance, ainsi qu'à une force de propulsion $\overrightarrow{F}$.

   
   
8. On a $[C_x] = \dfrac{[R_X]}{[\mu_1 v^2 S]}$, donc $[C_x] = \dfrac{M.L.T^{-2}}{M.L^{-3}.L^2.T^{-2}.L^2} = 1$.
   $\boxed{C_x \text{ et } C_z \text{ sont donc des coefficients sans dimension.}}$
9. On applique le PFD à l'avion de masse $M$ dans le référentiel terrestre galiléen :
   $$\begin{cases} M\dfrac{dv_x}{dt} = F - R_X \\ M\dfrac{dv_z}{dt} = R_Z - Mg \end{cases}$$
10. Lorsque l'avion est à sa vitesse de croisière, $\dfrac{dv_z}{dt} = 0$, donc $\dfrac{1}{2}\mu_1 C_z v_c^2 S = Mg$, soit $\boxed{v_c = \sqrt{\dfrac{2Mg}{\mu_1 C_z S}} = 69 \text{ m.s}^{-1}}$

11. On a également $\frac{dv_x}{dt} = 0$, soit $\boxed{F = \frac{1}{2}\mu_1 C_x v_c^2 S = 79 \text{ N}}$

    On en déduit la puissance $\boxed{\mathcal{P} = F.v_c = 5,5 \text{ kW}}$

12. Le rendement du moteur électrique étant de 90%, l'avion doit disposer d'une puissance électrique de 6,1 kW.

    Le rendement des panneaux photovoltaïques est lui de 24%, donc les panneaux solaires doivent recevoir une puissance lumineuse de 25 kW, ce qui correspond à une surface de 21 m$^2$.

    Les panneaux de l'avion ayant une surface de 22 m$^2$, ses concepteurs ont pris un tout petit peu de marge par rapport à la puissance nécessaire pour aller à la vitesse de croisière.

13. On a $E = \frac{hc}{\lambda}$ avec $\lambda$ compris entre 400 et 800 nm dans le visible, donc $\boxed{E_{min} = 1,55 \text{ eV et } E_{max} = 3,11 \text{ eV}}$

    Lorsque le matériau est éclairé par de la lumière visible, les électrons ont assez d'énergie pour passer le gap d'énergie $1,11$ eV.

14. La variation du nombre d'impuretés dans le volume élémentaire entre $t$ et $t + dt$ s'écrit $dN = c(x, t + dt)Sdx - c(x, t)Sdx = \frac{\partial c}{\partial t} Sdxdt$.

    On peut aussi écrire $dN = j_d(x, t)Sdt - j_d(x + dx, t)Sdt = -\frac{\partial j_d}{\partial x} Sdtdx$.

    On en déduit que $\boxed{\frac{\partial c}{\partial t} = -\frac{\partial j_d}{\partial x}}$

15. D'après la loi de Fick, $j_d = -D\frac{\partial c}{\partial x}$, d'où $\boxed{\frac{\partial c}{\partial t} = D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}}$

16. On a $\frac{\partial c}{\partial t} = \left(\frac{dA}{dt} + \frac{x^2}{B(t)^2}\right) e^{-x^2/B(t)}$ ; $\frac{\partial c}{\partial x} = -\frac{2xA(t)}{B(t)} e^{-x^2/B(t)}$ et $\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = \left(-\frac{2A(t)}{B(t)} + \frac{4x^2}{B(t)^2}\right) e^{-x^2/B(t)}$.

    D'après la relation (1) en $x = 0$, on a $\frac{dA}{dt} = -2D\frac{A(t)}{B(t)}$, soit $\frac{-K}{2t^{3/2}} = -2D\frac{K}{t^{1/2}B(t)}$.

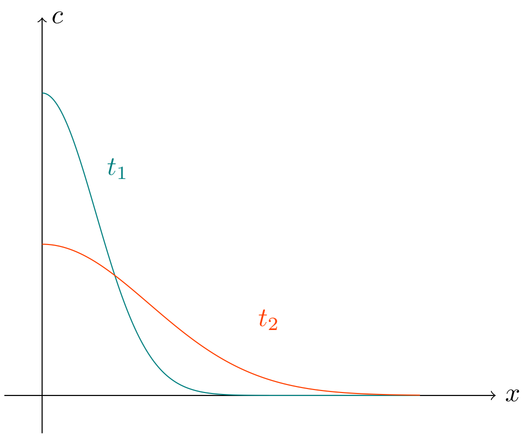
    On en déduit que $\boxed{B(t) = 4Dt}$

    De plus, par conservation du nombre total d'impuretés, on a $N_0 = \int_0^{+\infty} c(x, t)dx$, $\forall t$.

    On a ainsi $N_0 = A(t) \int_0^{+\infty} e^{-x^2/B(t)}dx$. On pose $u = \frac{x}{\sqrt{B(t)}}$, d'où $N_0 = A(t)\sqrt{B(t)} \int_0^{+\infty} e^{-u^2}du$.

    On en déduit que $N_0 = \frac{K}{\sqrt{t}}\sqrt{4Dt}\frac{\sqrt{\pi}}{2}$, soit $\boxed{K = \frac{N_0}{\sqrt{\pi D}}}$

17. Lorsque $t$ augmente, $A(t)$ diminue et $B(t)$ augmente, d'où le tracé suivant :




18. On a $c(\delta, t_0) = \frac{c(0, t_0)}{2}$ si $e^{-\delta^2/4Dt_0} = \frac{1}{2}$, soit $\boxed{\delta = 2\sqrt{Dt_0 \ln(2)} \text{ et } \delta(1h) = 0,18\ \mu\text{m}}$

19. Les électrons majoritaires dans la zone dopée N vont migrer dans l'autre zone, laissant ainsi un manque de charges négatives, soit une charge positive et $\rho_2 > 0$.

    De même, la zone dopée P se retrouve avec une charge négative en l'absence de trous qui migrent dans l'autre zone et $\rho_1 < 0$.

    La zone de déplétion étant neutre, on a $\boxed{\rho_1 x_1 = \rho_2 x_2}$

20. On choisit comme contour de Gauss un cylindre de section $S$, d'axe $Ox$ situé entre $x_1$ et $x \geq x_1$.
D'après le théorème de Gauss, $\oiint \overrightarrow{E}.\overrightarrow{dS} = \dfrac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$.
Le flux du champ électrique est nul au travers de la surface latérale du cylindre, et en $x_1$.
Si $x_1 \leq x \leq 0$, on a $E.S = \dfrac{\rho_1(x - x_1)S}{\varepsilon_0}$, donc $E(x) = \dfrac{\rho_1(x - x_1)}{\varepsilon_0}$.
Si $0 \leq x \leq x_2$, on a $E.S = \dfrac{(-\rho_1 x_1 + \rho_2 x)S}{\varepsilon_0}$, donc $E(x) = \dfrac{(\rho_2 x - \rho_1 x_1)}{\varepsilon_0}$.
Si $x \geq x_2$, on a $E.S = \dfrac{(-\rho_1 x_1 + \rho_2 x_2)S}{\varepsilon_0}$, donc $E(x) = 0$.
On en déduit le tracé suivant :