

# Révisions de thermodynamique

## I. Détendeur (oral type CCP)

Du méthane est transporté dans un gazoduc, avec un débit massique  $q_m = 2,5 \text{ kg.s}^{-1}$ . sous haute pression  $P_1$  avant d'être détendu à la pression  $P_2$ . La section de la conduite est la même en aval et amont du détendeur et vaut  $S = 0,2 \text{ m}^2$ . L'écoulement du gaz est permanent et le détendeur fonctionne de façon adiabatique.

A l'entrée du détendeur :  $P_1 = 80 \text{ bars}$ ,  $T_1 = 300 \text{ K}$ ,  $v_1 = 0,0170 \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$  (volume massique du méthane),  $h_1 = 1120 \text{ kJ.kg}^{-1}$  (enthalpie massique du méthane), et  $s_1 = 9,10 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$  (entropie massique du méthane).

A la sortie du détendeur :  $P_2 = 3 \text{ bars}$ ,  $T_2$  est inconnue et on donne :

$$h(T, P_2) = 2,21T + 539 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

$$s(T, P_2) = 75.10^{-3}T + 8,75 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$$

$$v(T, P_2) = 1,7.10^{-3}T + 0,013 \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$$

1. Appliquer le premier principe industriel au méthane qui traverse le détendeur et montrer que, dans le cas où l'on néglige les variations d'énergie mécanique du méthane, le fluide subit une détente isenthalpique type détente de Joule-Thomson, en déduire  $T_2$ .

2. Déduire du débit massique, les vitesses du gaz en amont et aval du détendeur. Calculer les énergies cinétiques massiques et valider l'hypothèse précédente.

3. Déterminer l'entropie créée par unité de temps.

4. Partant de l'état 1 le méthane traverse maintenant une turbine adiabatique qui remplacerait le détendeur et qui aurait aussi une pression de sortie  $P_3 = 3 \text{ bars}$ . Sous 3 bars la température de liquéfaction du méthane est  $T_l = 128 \text{ K}$ , le liquide saturant a une entropie  $s_l = 5,39 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  et la vapeur saturante a pour entropie  $s_v = 10,4 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  et pour enthalpie  $h_v = 820 \text{ kJ.kg}^{-1}$ . L'état en sortie de la turbine est notée 3.

4.a. Préciser dans le cas d'une détente adiabatique réversible dans la turbine la valeur de l'entropie massique  $s_3$  en sortie de la turbine. En déduire que l'état 3 correspond à un état diphasé et calculer  $x_v$  la fraction massique en vapeur.

4.b. On admet que  $x_v = 0,74$ . Calculer l'enthalpie  $h_3$  en sortie de la turbine (L'enthalpie du liquide saturant est négligée devant celle de la vapeur).

4.c. Déduire du premier principe industriel, la puissance maximale que pourrait récupérer une turbine adiabatique.

Réponses: 1-  $T_2 = 263 \text{ K}$  2-  $c_1 = 0,21 \text{ m.s}^{-1}$   $c_2 = 5,75 \text{ m.s}^{-1}$  3-  $48,4 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{s}^{-1}$  4-  $P_u = -2030 \text{ kW}$ .

## II. Etat final dans un calorimètre

Dans un calorimètre parfaitement calorifugé de capacité thermique  $C = 100 \text{ J.K}^{-1}$ , on verse une masse  $m_1 = 190,0 \text{ g}$  d'eau liquide à la température  $t_1 = 15^\circ\text{C}$ . On introduit une masse  $m_2 = 80,0 \text{ g}$  de glace à la température  $t_2 = -20^\circ\text{C}$  et on agite jusqu'à l'obtention d'un équilibre.

1. Calculer  $m_e$ , la masse équivalente en eau du calorimètre.

2. Calculer  $Q_1$ , le transfert thermique que l'eau liquide et le calorimètre perdent en se refroidissant de sa température initiale jusqu'à la température de fusion  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ .

3. Calculer  $Q_2$ , le transfert thermique nécessaire pour amener le glaçon à la température de fusion  $t_0 = 0^\circ\text{C}$  puis  $Q'_2$  le transfert thermique nécessaire pour le faire fondre entièrement.

4. Déduire des valeurs numériques de  $Q_1$ ,  $Q'_2$  et  $Q_2$ , que le système est composé dans l'état final d'eau liquide et de glace. Déterminer la température et les masses d'eau liquide et de glace dans l'état final.

Données : capacité thermique massique de l'eau liquide  $c_l = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ , capacité thermique massique de l'eau solide  $c_s = 2,1 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ , enthalpie massique de fusion de la glace à  $0^\circ\text{C}$ :  $\Delta h_{fus} = 333 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .

Réponses: 1-  $m_{eq} = 24 \text{ g}$  2-  $220 \text{ g}$  de liquide et  $50 \text{ g}$  de glace

### III. Mélange liquide-glace

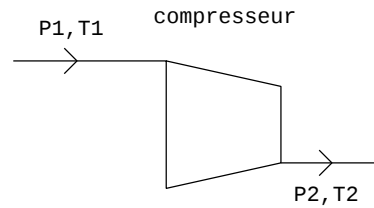
Dans un calorimètre de valeur équivalente en eau  $M = 20 \text{ g}$ , on dispose une quantité d'eau liquide de masse  $m_1 = 200 \text{ g}$  à la température ambiante  $t_1 = 25^\circ\text{C}$  (c'est également la température initiale du calorimètre). On ajoute un glaçon de masse  $m_2 = 10 \text{ g}$  à la température  $t_2 = -5^\circ\text{C}$ . Lorsque l'équilibre thermique est réalisé, on mesure la température  $t_f = 20,4^\circ\text{C}$ . Calculer la chaleur latente de fusion de la glace et l'entropie créée du système liquide-glace.

Données : capacité thermique massique de l'eau liquide  $c_l = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ , capacité thermique massique de l'eau solide  $c_s = 2,1 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ , l'entropie d'une phase condensée de capacité thermique massique  $c$  s'écrit  $S(T) = mc \ln T + S_0$  et la variation d'entropie d'un changement d'état de l'état 1 à l'état 2 à la température  $T_{12}$  s'écrit  $\Delta S_{12} = \frac{\Delta H_{12}}{T_{12}}$ .

Réponses:  $\Delta h_{fus} = 327 \text{ kJ.kg}^{-1}$ ,  $S_c = 1,1 \text{ J.K}^{-1}$

### IV. Compresseur à deux étages

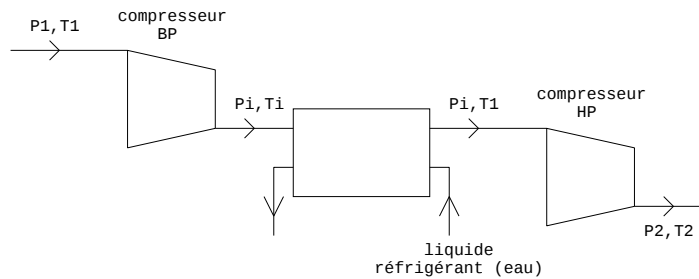
On étudie la compression adiabatique réversible de l'air dans un compresseur en écoulement permanent. L'air, assimilable à un gaz parfait tel que  $c_p = 1,0 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  et de coefficient  $\gamma = 1,4$ , est aspiré dans les conditions ( $P_1 = 1,0 \text{ bar}$ ,  $T_1 = 27^\circ\text{C}$ ) avec un débit massique  $\dot{D}_m = 1,3 \text{ kg.s}^{-1}$ . Le rapport de compression est  $a = \frac{P_2}{P_1} = 25$ . On négligera toute variation d'énergie cinétique ou potentielle.



1. Calculer la température  $T_2$  de l'air à la sortie du compresseur.
2. Calculer le travail utile massique de compression ainsi que la puissance correspondante.

Le compresseur comporte à présent deux étages (BP et HP):

- dans un premier temps, l'air est comprimé jusqu'à une pression intermédiaire  $P_i$
- il est ensuite refroidi sans perte de pression par passage dans un refroidisseur intermédiaire qui le ramène à la température initiale  $T_1$
- dans le second étage, l'air est comprimé jusqu'à la pression finale  $P_2$ .



3. Exprimer littéralement le travail utile massique global de compression  $w_g$  fourni par les deux étages du compresseur en fonction de  $T_1$ ,  $a$ ,  $c_p$ ,  $\gamma$  et  $r = \frac{P_i}{P_1}$  (rapport intermédiaire de compression).

4. Pour  $a$  fixé, déterminer la valeur de  $r$  qui rend ce travail minimal. Applications numériques : calculer  $r$ ,  $T_i$ ,  $T_2$  et le travail utile massique  $w_g$ .

5. La réfrigération de l'air est assurée par une circulation d'eau liquide qui entre à la température  $T_0 = 283 \text{ K}$  et dont la température finale ne doit pas dépasser  $T_f = 293 \text{ K}$ . Sachant que le refroidisseur est parfaitement calorifugé, déterminer le débit massique d'eau minimal nécessaire. On donne la capacité thermique massique de l'eau  $c_e = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .

Réponses: 1-  $T_2 = 752 \text{ K}$  2-  $P_m = 588 \text{ W}$  3-  $w_g = c_p T_1 (r^{(\gamma-1)/\gamma} + \frac{a}{r})^{(\gamma-1)/\gamma} - 2$  4-  $r = \sqrt{a} = 5$ ,  $T_i = T_2 = 475 \text{ K}$ ,  $w_g = 350 \text{ kJ.kg}^{-1}$

## V. Moteur (oral CCP 2024)

Un moteur thermique avec un rendement égal à la moitié du rendement de Carnot, fonctionne avec deux sources de températures  $280^{\circ}\text{C}$  et  $520^{\circ}\text{C}$ . Ce moteur produit une puissance  $850\text{ kW}$ .

Calculer la chaleur prélevée à la source chaude en une heure.

Réponse:  $Q_c = 20,4 \cdot 10^9\text{ J}$

## VI. Réfrigérateur

On considère un réfrigérateur qui reçoit un travail  $W$  et un transfert thermique  $Q_1$  de la part de la source à la température  $T_1$  et cède le transfert thermique  $Q_2$  à la source de température  $T_2$ .

1. Calculer  $e$ , l'efficacité du réfrigérateur en fonctionnement réversible.
2. Calculer l'efficacité réelle  $e'$  sachant que  $(\frac{Q_2}{Q_1})_{\text{reel}} = k(\frac{Q_2}{Q_1})_{\text{rev}}$ . Conclure.

Données: les sources sont aux températures  $3^{\circ}\text{C}$  et  $20^{\circ}\text{C}$  et  $k = 1,4$ .

Réponses: 1-  $e = 16,2$  2-  $e' = 2$

## VII. Pompe à chaleur

Une pompe à chaleur dont le fonctionnement est supposé réversible, effectue des transformations cycliques en échangeant de la chaleur avec deux sources : l'une est l'eau d'un lac dont la température est  $T_0 = 280\text{ K}$ , l'autre est une masse d'eau  $M = 800\text{ kg}$  dont la température initiale est  $T_i = 290\text{ K}$ . La capacité thermique massique de l'eau liquide est  $c = 4,2 \cdot 10^3\text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .

1. On note  $\delta Q_F$ ,  $\delta Q_c$  et  $\delta W$ , les énergies échangées par la pompe à chaleur au cours d'un cycle. Faire un schéma en précisant la nature des sources froide et chaude, et en indiquant les sens des échanges thermiques, en déduire les signes de  $\delta Q_F$ ,  $\delta Q_c$  et  $\delta W$ . Comment évoluent les températures de la masse  $M$  d'eau et de l'eau du lac au cours du temps? justifier votre réponse.
2. Calculer, lorsque la masse  $M$  d'eau a atteint la température finale  $T_f = 333\text{ K}$ : les transferts thermiques  $Q_f$  et  $Q_c$ , le travail  $W$  absorbé par la pompe et l'efficacité globale de la pompe à chaleur.
3. Calculer le temps nécessaire pour atteindre la température voulue avec une pompe de puissance  $P = 5\text{ kW}$ .

Réponses: 2-  $Q_c = -1,67 \cdot 10^5\text{ kJ}$ ,  $Q_f = +1,50 \cdot 10^5\text{ kJ}$ ,  $W = 0,17 \cdot 10^5\text{ kJ}$

## VIII. Hibernation d'un ours (CCINP 2019)

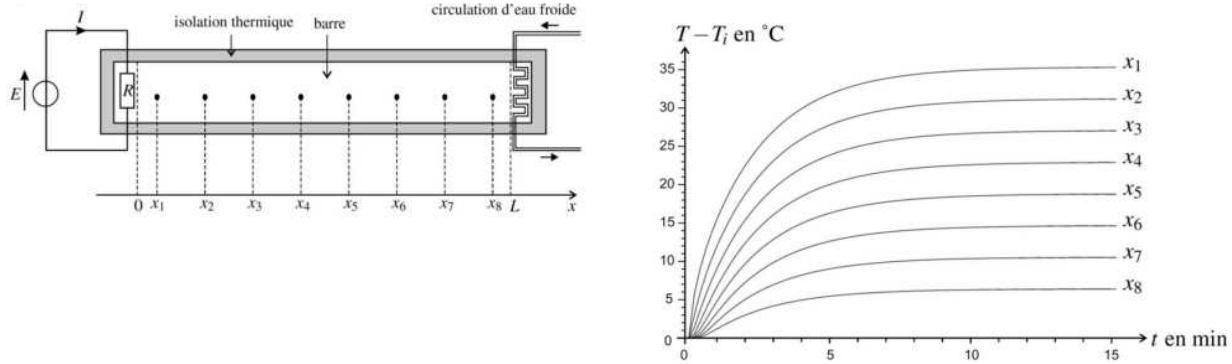
Un ours en hibernation est modélisé par une sphère de rayon  $R = 0,7\text{ m}$ , recouverte d'une couche sphérique de fourrure d'épaisseur  $e = 5\text{ cm}$ , et de conductivité thermique  $\lambda = 0,01\text{ SI}$ . La température de l'ours est de  $T_i = 37^{\circ}\text{C}$  et l'air extérieur est à  $T_{\text{air}} = 2^{\circ}\text{C}$ .

1. Déterminer l'ordre de grandeur de la puissance thermique  $P$  perdue par l'ours pendant son hibernation et de la résistance thermique de sa fourrure. A.N.
2. Il faut tenir compte du phénomène de conducto-convection de l'air avec un coefficient  $h = 10\text{ SI}$ . On rappelle la loi de Newton concernant la conducto-convection: le vecteur densité de courant thermique s'écrit  $j = h(T_s - T_f)$  où  $T_s$  est la température de surface d'un solide et  $T_f$  la température du fluide. Calculer la nouvelle résistance thermique. La résistance et le flux thermique sont-ils modifiés?
3. L'ours utilise ses réserves pour garder son corps à  $T_i = 37^{\circ}\text{C}$  pendant son hibernation, 1 gramme de lipide correspond à la libération de  $32\text{ kJ}$ . L'ours hibernant 4 mois, quelle est sa perte de masse?
4. Ecrire l'équation vérifiée par sa température lorsque l'ours a épuisé toutes ses réserves, en introduisant les grandeurs et hypothèses nécessaires.

Réponses: 1-  $P = 46\text{ W}$  et  $R_{th} = 0,76\text{ K.W}^{-1}$  2-  $R_c = \frac{1}{h4\pi(R+e)^2}$  3- il perd  $15\text{ kg}$  4-  $T(t) = T_a + (T_i - T_a)e^{-t/\tau}$

## IX. Diffusion thermique dans un barreau

Une barre cylindrique en cuivre de section  $S = 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$  est calorifugée sur sa surface latérale. Elle est chauffée à son extrémité  $x = 0$  (avec une puissance  $P = 15 \text{ W}$ ) et une circulation d'eau froide maintient son autre extrémité à température constante. Des sondes de températures sont disposées régulièrement le long de la barre (selon un espacement  $e = 22 \text{ mm}$ ).



1. Cette expérience permet-elle d'observer le régime stationnaire ? Calculer une estimation du coefficient de diffusion.
2. Montrer que ce protocole permet de mesurer la conductivité thermique du cuivre et en faire l'estimation.

Réponses: 1-  $D \approx 3.10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  2-  $\lambda = 400 \text{ SI}$

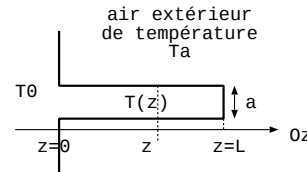
## X. Effet d'ailette par les balcons

Bien que la ressemblance entre les ailettes de refroidissement de moteur et les balcons d'un bâtiment ne soit à première vue pas évidente, ces deux éléments sont pourtant comparables. Les ailettes sur un moteur sont des lames métalliques qui servent à augmenter la surface de contact entre le corps chaud (l'air près du moteur) et le corps froid (l'air ambiant) afin d'éviter que le moteur ne chauffe trop et ne soit endommagé.

Or un mur de soutènement (plancher d'un balcon) perpendiculaire à la façade d'un immeuble joue le même rôle qu'une ailette provoquant ainsi d'importantes pertes thermiques dans l'immeuble.



On modélise un balcon par une dalle en béton de section rectangulaire de côtés  $a = 10 \text{ cm}$  selon  $Oy$ ,  $b = 2 \text{ m}$  selon  $Ox$  et  $L = 1,2 \text{ m}$  selon  $Oz$ . La dalle est fixée à une paroi de température  $T_0 = 20^\circ\text{C}$  (température de la dalle en  $z = 0$ ) et est en contact avec l'air de température  $T_a = 5^\circ\text{C}$ .



On rappelle la loi de Newton :  $j_{th} = h(T(z) - T_a)$ , où  $j_{th}$  est le flux thermique surfacique sortant de l'ailette à l'abscisse  $z$  en régime stationnaire et  $T(z)$  la température de l'ailette à l'abscisse  $z$ . On donne  $h = 15 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$  pour l'interface béton-air et la conductivité thermique du béton  $\lambda = 1,75 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

1. Montrer que  $T(z)$  en régime permanent vérifie l'équation différentielle  $\frac{d^2 T(z)}{dz^2} - \frac{T(z)}{\delta^2} = -\frac{T_a}{\delta^2}$ . Exprimer et calculer  $\delta$  en faisant l'hypothèse  $b \gg a$ .
2. En déduire  $T(z)$  en supposant la dalle de longueur infinie. A quelle condition, l'hypothèse 'dalle infinie' est-elle légitime?
3. En déduire la puissance thermique évacuée par la dalle.

Réponses:  $\delta = \sqrt{\frac{a\lambda}{2h}} = 7,6 \text{ cm}$ ,  $T(z) = T_a + (T_0 - T_a)e^{-z/\delta}$  et  $P = 2hb\delta(T_0 - T_a)$

## XI. Machine thermique

On adopte le modèle de machine à vapeur suivant : un système ouvert en régime stationnaire constitué d'eau sous deux phases liquide et vapeur décrit un cycle ABCD. Les évolutions BC et DA sont adiabatiques et réversibles, AB et CD sont isothermes et isobares. Soit  $x$  le titre massique en vapeur.

| états  | A   | B   | C     | D     |
|--------|-----|-----|-------|-------|
| P(bar) | 20  | 20  | 1     | 1     |
| T(K)   | 485 | 485 | 373   | 373   |
| x      | 0   | 1   | $x_C$ | $x_D$ |

| T(K) | P(bar) | $v_l(m^3/kg)$  | $h_l(kJ/kg)$ | $s_l(J.K^{-1}.kg^{-1})$ | $v_v(m^3/kg)$ | $h_v(kJ/kg)$ | $s_v(J.K^{-1}.kg^{-1})$ |
|------|--------|----------------|--------------|-------------------------|---------------|--------------|-------------------------|
| 485  | 20     | $1,18.10^{-3}$ | 909          | 2,45                    | 0,0998        | 2801         | 6,35                    |
| 373  | 1      | $1,04.10^{-3}$ | 418          | 1,30                    | 1,70          | 2676         | 7,36                    |

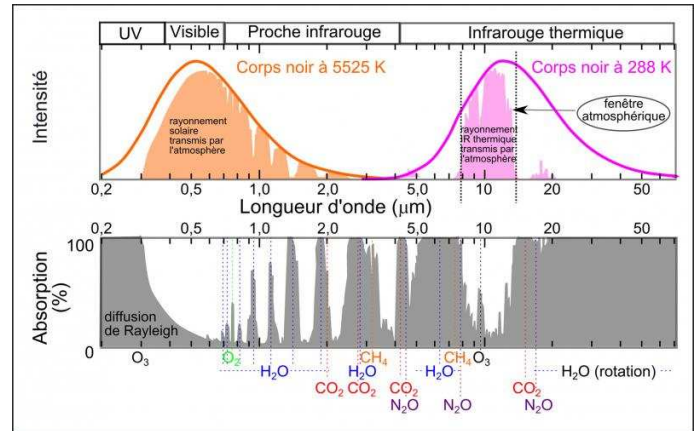
1. Tracer dans le diagramme entropique la courbe de saturation et le cycle ABCD décrit par l'eau.
2. Calculer  $x_C$  et  $x_D$  les titres massiques en vapeur en C et D.
3. Calculer les enthalpies massiques  $h_A$ ,  $h_B$ ,  $h_C$  et  $h_D$ .
4. Calculer le travail utile massique et le transfert thermique massique avec la source chaude au cours d'un cycle pour cette machine. En déduire son rendement.

Réponses :  $x_C = 0,83$ ,  $x_D = 0,19$ ,  $h_C = 2290 \text{ kJ/kg}^{-1}$ ,  $h_D = 847 \text{ kJ/kg}^{-1}$ ,  $w_u = -450 \text{ kJ/kg}^{-1}$ ,  $r = 0,24$

## XII. L'effet de serre atmosphérique

On considère que le soleil et la terre se comportent comme des corps noirs de températures respectives  $T_s$  et  $T_0$ . Données :

- Rayon du soleil :  $R_s = 700\,000 \text{ km}$
- Rayon de la terre :  $R_T = 6400 \text{ km}$
- Distance terre-soleil :  $d = 150.10^6 \text{ km}$
- Constante de Stefan :  $\sigma = 5,67.10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.K^{-4}$
- Constante de Wien :  $K = 2898 \mu\text{m}.K$ .



1. Quelques chiffres.

1.a. Exprimer la puissance totale rayonnée par le soleil  $P_s$  en fonction de  $\sigma$ ,  $T_s$  et  $R_s$ .

1.b. Exprimer la puissance totale reçue par la terre  $P_T$  en fonction de  $\sigma$ ,  $T_s$ ,  $R_s$ ,  $R_t$  et  $d$ . En déduire que la puissance surfacique du rayonnement émis par le soleil et reçue par la Terre s'écrit  $\phi_s = \sigma T_s^4 \frac{R_s^2}{4d^2}$ . Pour la suite on prend  $\phi_s = 348 \text{ W.m}^{-2}$ .

1.c. Sur les documents donnés dans l'introduction, identifiez les courbes donnant l'intensité du rayonnement émis par le soleil et par la Terre en fonction de la longueur d'onde. Vérifier que les courbes sont en accord avec la loi de Wien.

2. Dans un premier modèle où l'on ne tient pas compte de la présence de l'atmosphère, exprimer à l'équilibre thermique, la température  $T_0$  en fonction de  $\phi_s$  et  $\sigma$ . Faire l'AN et comparer à la valeur de  $T_0$  lue sur les courbes de l'introduction. Donnée:  $T_s = 5525 \text{ K}$ .

3. En réalité le rayonnement émis par la terre est piégé par l'atmosphère et constitue ce qu'on appelle l'effet de serre. L'atmosphère laisse passer le rayonnement solaire qui est transparente dans le visible mais absorbe l'infrarouge. On peut considérer l'atmosphère comme un corps noir qui émet dans l'infrarouge. Déterminer la température de surface de la terre  $T_1$  en tenant compte de l'atmosphère. Conclure.

4. En vous aidant du document donné dans l'introduction, comment pourrait-on améliorer le modèle ? Pourquoi le rejet par les activités humaines de méthane et de CFC dont la bande d'absorption est dans l'intervalle  $8 - 12 \mu\text{m}$  doit-il être limité au maximum ?

Réponses: 2-  $T_0 = (\frac{\phi_s}{\sigma})^{1/4}$  3-  $T_1 = (\frac{2\phi_s}{\sigma})^{1/4}$

### XIII. Sédimentation

Une particule sphérique de masse  $m$  et de rayon  $a$ , en chute libre dans de l'eau, acquiert, très rapidement, une vitesse limite  $v_{lim}$ , sous l'action de son poids et de la force de traînée, donnée par la formule de Stokes  $\vec{f} = -6\pi\eta a \vec{v}$  où  $\eta$  est la viscosité dynamique de l'eau. Données pour l'hémoglobine :  $a = 1 \text{ nm}$ ,  $M = 68 \text{ kg.mol}^{-1}$  (masse molaire) et  $N_a = 6,0.10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

On note  $Oz$  l'axe vertical ascendant.

**1.** Vérifier que l'on peut négliger la poussée d'Archimède devant le poids et déterminer la vitesse limite  $\vec{v}_{lim}$ .

**2.** Un grand nombre de particules identiques de masse  $m$  et de rayon  $a$  est dispersé dans un tube cylindrique vertical de section  $S$ , rempli d'eau. On appelle  $n(z, t)$  la densité volumique de particules où  $Oz$  désigne la verticale ascendante.

**2.a.** Déterminer le flux particulaire  $\phi_g(z, t)$  par unité de temps, au travers d'une section  $S$  d'altitude  $z$  dû à l'action de la gravité.

**2.b.** Expliquer pourquoi on observe le phénomène de diffusion. On appelle  $D$  la diffusivité des particules dans l'eau. Déterminer le flux particulaire  $\phi_d(z, t)$  par unité de temps, au travers d'une section  $S$  d'altitude  $z$  dû à la diffusion.

**2.c.** Quand le régime permanent est établi, déterminer  $n(z)$ . En interprétant cette expression avec la statistique de Boltzman soit  $n(z)$  proportionnel à  $e^{-E_p/k_B T}$ , déterminer  $\eta$  en fonction de  $D$ ,  $a$ ,  $k_B$  et  $T$ . Donnée :  $k_B = 1,38.10^{-23} \text{ SI}$ ,  $D = 6,9.10^{-11} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$  à  $T = 293 \text{ K}$ .

**2.d.** Calculer la viscosité dynamique de l'eau et la vitesse limite d'une particule. Faire un calcul permettant de justifier l'expression de la force de traînée.

Réponses :  $\phi_g = \frac{nmgS}{6\pi\eta a}$ ,  $\phi_d = -D \frac{dn}{dz} S$ ,  $\eta = \frac{k_B T}{6\pi a D} = 3.10^{-3} \text{ Pa.s}$ ,  $v_l = 2.10^{-11} \text{ m/s}$

et  $Re = 1,3.10^{-14} \ll 1$

### XIV. Conduction thermique d'un métal

On donne les caractéristiques physiques de l'aluminium et du cuivre:

| Métal     | Masse molaire             | Masse volumique              | Capacité thermique                    | Conductivité thermique               |
|-----------|---------------------------|------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|
| Cuivre    | $63,5 \text{ g.mol}^{-1}$ | $9,0.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ | $385 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ | $401 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ |
| Aluminium | $27 \text{ g.mol}^{-1}$   | $2,7.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ | $897 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ | $237 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ |

**1.** Ces données sont-elles en accord avec la loi de Dulong et Petit qui stipule que les capacités thermiques molaires des solides sont proches de  $3R$  avec  $R = 8,14 \text{ SI}$ , constante des gaz parfaits ?

**2.** Une barre de cuivre cylindrique, calorifugée sur sa surface latérale, de longueur  $L = 1 \text{ m}$  et de rayon  $a$ , est mise en contact thermique à une extrémité avec un bain d'eau bouillante et à l'autre extrémité avec un bain d'eau glacée (eau + glace). En régime stationnaire la quantité de glace qui fond par unité de temps est  $q = 5 \text{ g.min}^{-1}$ .

**2.a.** Estimer l'ordre de grandeur de la durée d'établissement du régime stationnaire dans la barre.

**2.b.** On donne la chaleur latente de fusion de la glace  $l = 350 \text{ kJ.kg}^{-1}$  à pression atmosphérique. En régime stationnaire, on note  $P_{th}$ , le transfert thermique par unité de temps reçu par la glace. Faire une analogie électrique pour décrire le système étudié et déduire de cette analogie et des données, l'expression de  $a$  en fonction de  $q$ ,  $l$ ,  $L$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  et  $\lambda_{Cu}$ .

**2.c.** Quelle serait la valeur de  $q$  si la barre avait la même géométrie mais était en aluminium ?

Réponses :  $\frac{C_p M}{3R} \approx 1$ ,  $\tau = \frac{L^2}{D} = 10^4 \text{ s}$ ,  $a = 1,5 \text{ cm}$ ,  $q_{Al} = 3 \text{ g.min}^{-1}$ .