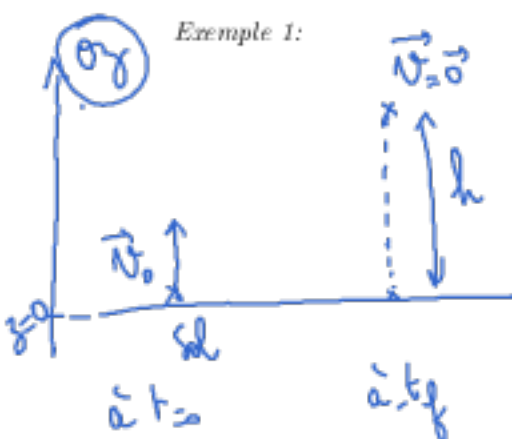




Système : point M
réf. d'étude est galiléenne
M ne subit que son poids qui est conservatif:
 $G_p = +mgz$
l'énergie mécanique du système est conservée
donc $E_m(t_0) = E_m(t_f)$

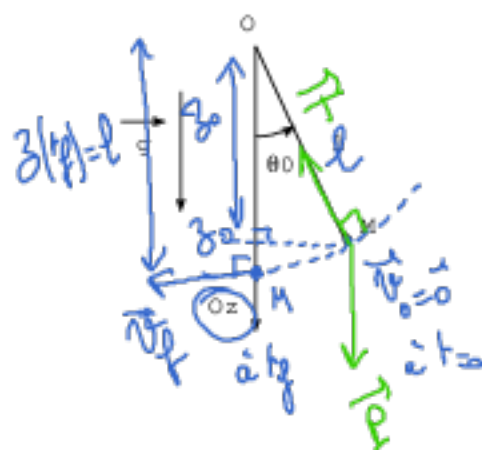
$$\frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = 0 + mgh$$

soit $h = \frac{v_0^2}{2g}$

$F = ma = mg$

m $m \cdot s^{-2}$ $m \cdot s^{-2}$

Exemple 2:



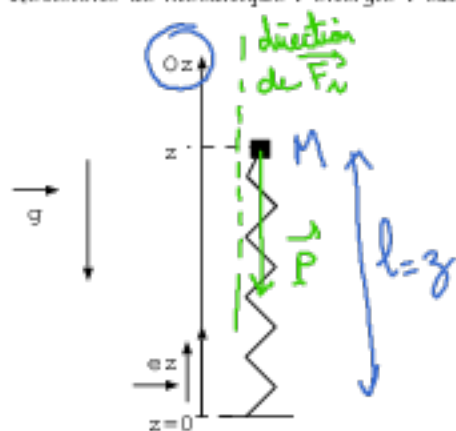
Système : point M
réf. d'étude galiléenne
Au lieu des forces:
 $\vec{T}$ ne travaille pas

$\vec{P}$ conservatif : $G_p = -mgz$

soit $E_m = \frac{mv^2}{2} - mgz$: elle est écrite car
il n'y a pas de forces non conservatives

$$E_m(t_0) = E_m(t_f)$$

$$0 - mgl \cos \theta_0 = \frac{mv_f^2}{2} - mgl \Rightarrow v_f = \sqrt{2gl(1 - \cos \theta_0)}$$



système : objet matériel M

le référentiel d'étude supposé galiléen

liste des forces sur M :

× la force conservative : $E_p(M) = \oplus mgy$

× la force de rappel élastique conservative :

$$E_{el}(M) = \frac{k}{2} (l-l_0)^2 = \frac{k}{2} (z-l_0)^2$$

d'où $E_k(M) = E_c(M) + E_p(M) = \frac{1}{2} m \dot{z}^2 + mgy + \frac{k}{2} (z-l_0)^2$

Il n'y a pas de force non conservative : $\frac{dE_M}{dt} = 0$

$$\frac{dE_M}{dt} = \frac{m}{2} \frac{d(\dot{z}^2)}{dt} + mg \frac{dz}{dt} + \frac{k}{2} \frac{d(z-l_0)^2}{dt} = 0$$

$$= \frac{m}{2} \cancel{z} \cancel{z} \ddot{z} + mg \cancel{z} + \frac{k}{2} \cancel{z} (z-l_0) \cancel{z} = 0$$

$$m \ddot{z} + kz = kl - mg$$

d'où $\boxed{\ddot{z} + \frac{k}{m} z = \frac{kl}{m} - g}$

on reconnaît un OH de pulsation
propre $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

solution : $z(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t) + z_p$

$$\ddot{z}_p = 0$$

$$\frac{k}{m} z_p = \frac{kl}{m} - g$$

$$z_p = \underbrace{l_0 - \frac{mg}{k}}_{< 0} = z_{\text{éq}}$$

d'où $z(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t) + l_0 - \frac{mg}{k}$

C.I. $z(t=0) = l_0 = A + l_0 - \frac{mg}{k} \Rightarrow A = \frac{mg}{k}$

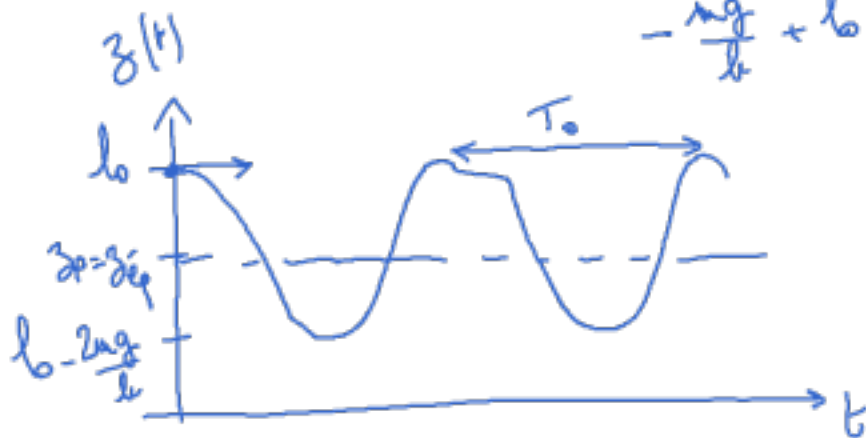
$$\dot{z}(t=0) = 0 = B \omega_0 \Rightarrow B = 0$$

$$\dot{z}(t) = -A \omega_0 \sin(\omega_0 t) + B \omega_0 \cos(\omega_0 t)$$

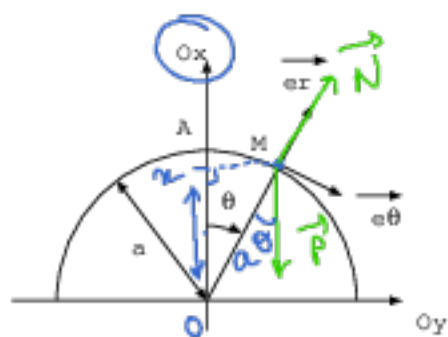
$$z(t) = \frac{mg}{k} \cos(\omega_0 t) + b - \frac{mg}{k}$$

$z(t)$ varie entre $+\frac{mg}{k} + b - \frac{mg}{k} = b$

$$-\frac{mg}{k} + b - \frac{mg}{k} = b - \frac{2mg}{k}$$



$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$$



$$\cos \theta = \frac{z}{a}$$

$$\vec{OM} = a \vec{e}_r \quad \vec{v}(M) = a \dot{\theta} \vec{e}_\theta$$

$$\text{Soit } E_m(M) = \frac{m v^2}{2} + E_p = \frac{m a^2 \dot{\theta}^2}{2} + m g a \cos \theta$$

M ne subit pas de frottement donc son E_m est constante :

$$E_m(A) = E_m(M)$$

$$0 + m g a = \frac{m v^2}{2} + m g a \cos \theta \quad \text{d'où} \quad \boxed{v = \sqrt{2 g a (1 - \cos \theta)}}$$

$$\text{RFD appliqué à } M : m \vec{a}(M) = \vec{P} + \vec{N}$$

$$\text{avec } \vec{a}(M) = -\frac{v^2}{a} \vec{e}_r + \frac{dv}{dt} \vec{e}_\theta \quad \vec{N} = \|\vec{N}\| \vec{e}_r$$

$$\vec{P} = m g (-\cos \theta \vec{e}_r + \sin \theta \vec{e}_\theta)$$

$$-m \frac{v^2}{a} \vec{e}_r + m \frac{dv}{dt} \vec{e}_\theta = \|\vec{N}\| \vec{e}_r - m g \cos \theta \vec{e}_r + m g \sin \theta \vec{e}_\theta$$

$$\text{On projette sur } \vec{e}_r : -\frac{m v^2}{a} = \|\vec{N}\| - m g \cos \theta$$

$$\text{d'où } \|\vec{N}\| = m g \cos \theta - \frac{m v^2}{a} = m g \cos \theta - \frac{m}{a} 2 g a (1 - \cos \theta)$$

$$\boxed{\|\vec{N}\| = 3 m g \cos \theta - 2 m g}$$

Rp: M décolle du support
lorsque $\|\vec{N}\| = 0$

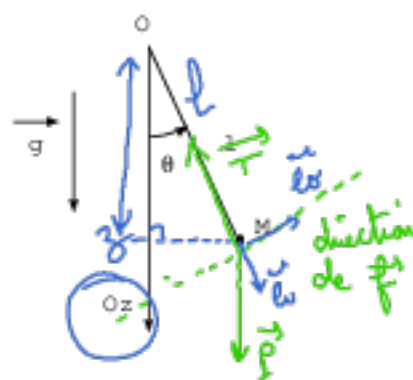
Système : point M

Repértoire d'étude référentiel galiléen

Bilan des forces :

* la réaction normale $\vec{N}$ ne travaille pas
car $\perp$ au $\vec{v}$

* le poids conservatif : $E_p = \oplus m g z = m g a \cos \theta$



$$\cos \theta = \frac{z}{l} \quad \vec{v}(M/K) = l \dot{\theta} \vec{e}_\theta$$

Système : point M

Référentiel d'étude supposé galiléen

Autan des forces :

* la tension du fil est $\perp$ au $\vec{v}$: ne travaille pas* la force conservative : $E_p = -mgy = -mgl \cos \theta$ * la force de frottement $\vec{f} = -mh \vec{v}(M/K)$
non conservative

$$\text{d'où } E_m(M/K) = \frac{1}{2} m \vec{v}(M/K)^2 + E_p = \frac{m l^2 \dot{\theta}^2}{2} - mgl \cos \theta$$

Ici cette énergie mécanique n'est pas conservée à cause de la force de frottement non conservative, d'après le th. de la puissance mécanique

$$\text{on a : } \frac{dE_m(M/K)}{dt} = \mathcal{P}(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \vec{v}(M/K) = -mh v^2 = -mh l^2 \dot{\theta}^2 < 0$$

$$\text{soit } \frac{dE_m}{dt} = \frac{m l^2}{2} \frac{d(\dot{\theta}^2)}{dt} - mgl \frac{d(\cos \theta)}{dt} = \frac{m l^2}{2} 2 \dot{\theta} \ddot{\theta} - mgl \left(\frac{d(\cos \theta)}{d\theta} \times \frac{d\theta}{dt} \right)$$

$$\text{soit } m l^2 \dot{\theta} \ddot{\theta} + mgl \sin \theta \dot{\theta} = -mh l^2 \dot{\theta}^2$$

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = -h \dot{\theta} \quad \text{soit}$$

$$\boxed{\ddot{\theta} + h \dot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0}$$

aux petits angles
 $\sin \theta \approx \theta$