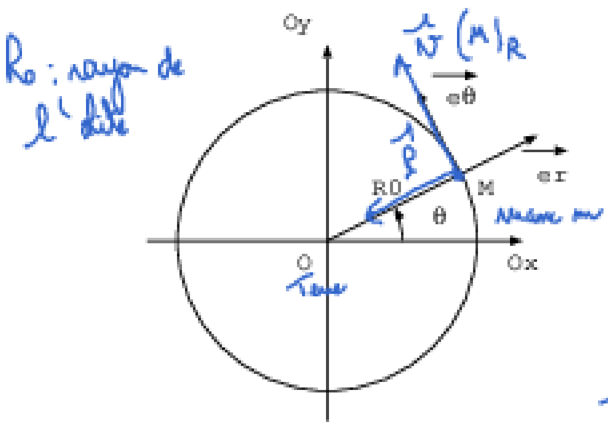


Système : satellite M

référentiel : $R(O, \vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z})$ galiléen

Forces exercées sur M : $\boxed{\vec P = -G\frac{m\, m_0}{R_0^2}\vec{e_r}}$

(poids ou interaction gravitationnelle de la Terre)

RFD : $m\vec a(M)_R = \vec P$ (on néglige les frottements)

Pour un mvt circulaire : $\boxed{\vec a(M)_R = -\frac{v^2}{R_0}\vec{e_r} + \frac{dv}{dt}\vec{e_\theta}}$

d'où $-\cancel{m}\frac{v^2}{R_0}\vec{e_r} + \frac{dv}{dt}\cancel{m}\,\vec{e_\theta} = -G\frac{\cancel{m}\, m_0}{R_0^2}\vec{e_r}$

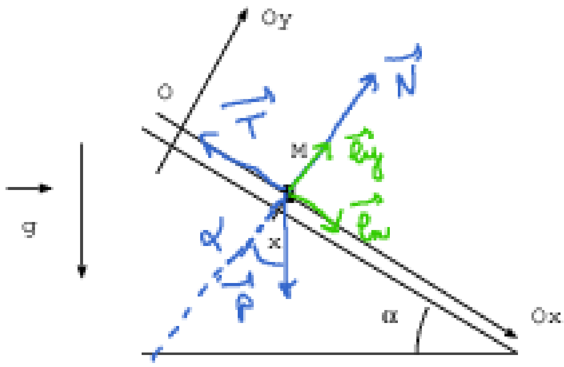
On projette sur $\vec{e_\theta}$: $\frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow$ mvt uniforme ($v = $ cste)

sur $\vec{e_r}$: $-\frac{v^2}{R_0} = -G\frac{m_0}{R_0^2}$ d'où $\boxed{v = \sqrt{G\frac{m_0}{R_0}}}$

Période du satellite : $\boxed{T_0 = \frac{\text{distance parcourue}}{\text{vitesse}}} = \frac{2\pi R_0}{v} = \boxed{2\pi\sqrt{\frac{R_0^3}{G m_0}}}$

Em du satellite : $E_m = E_c + E_{pg} = m\frac{v^2}{2}\boxed{-G\frac{m\, m_0}{R_0}}$

$$\boxed{E_m = \frac{m}{2}G\frac{m_0}{R_0} - G\frac{m\, m_0}{R_0} = -G\frac{m\, m_0}{2R_0}}$$



Système : M

Référentiel terrestre supposé galiléen

Forces exercées sur M :

- poids $\vec P$
- réaction du support : $\vec R = \vec N + \vec T$

RFS : $\vec P + \vec R = \vec 0$ M équilibre sur le plan incliné

$\vec T = -\|\vec T\| \vec e_x$ $\quad \vec N = \|\vec N\| \vec e_y$ $\quad \vec P = mg(\sin\alpha \, \vec e_x - \cos\alpha \, \vec e_y)$

On projette sur $\vec e_x$: $mg\sin\alpha - \|\vec T\| = 0 \to \|\vec T\| = mg\sin\alpha$

$\vec e_y$: $-mg\cos\alpha + \|\vec N\| = 0 \to \|\vec N\| = mg\cos\alpha$

lois de Coulomb à l'équilibre : $\|\vec T\| \leq f\|\vec N\|$

$\cancel{mg}\sin\alpha \leq f\,\cancel{mg}\cos\alpha \to \tan\alpha \leq f$

$\boxed{\alpha \leq \tan^{-1}(f)}$

RFD : $m\vec a(M)_R = \vec P + \vec R$ avec $\vec{OM} = x\,\vec e_x$ $\quad \vec v(M)_R = \dot x\,\vec e_x$ $\quad \vec a(M)_R = \ddot x\,\vec e_x$

On projette sur (Ox) : $mg\sin\alpha - \|\vec T\| = m\ddot x$ (*)

sur (Oy) : $-mg\cos\alpha + \|\vec N\| = 0 \to \|\vec N\| = mg\cos\alpha$

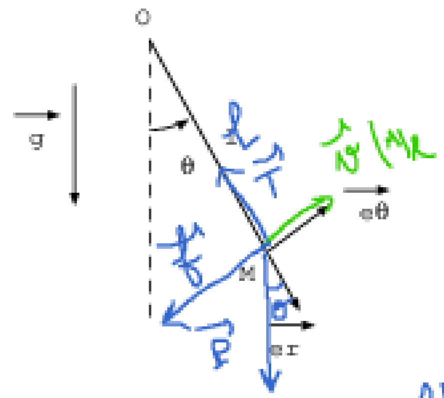
lois de Coulomb quand M glisse : $\|\vec T\| = f\|\vec N\| = f\,mg\cos\alpha$

(*) $\cancel{m}\ddot x = \cancel{m}g\sin\alpha - f\cancel{m}g\cos\alpha$ = cste

$\dot x = g(\sin\alpha - f\cos\alpha)\,t + A^{=0}$ M n'a pas de vitesse à $t=0$ $\dot x(t=0) = 0$

$x = g(\sin\alpha - f\cos\alpha)\frac{t^2}{2} + B^{=0}$ $x(t=0) = 0$

d'où $\boxed{x(t) = g(\sin\alpha - f\cos\alpha)\frac{t^2}{2}}$ mvt rectiligne uniformément accéléré



Système : point matériel M

Référentiel terrestre supposé galiléen

Forces exercées sur M :

* le poids $\vec{P}$
* la tension du fil $\vec{T}$
* les frottements : $\vec{f} = -mh\,\vec{v}(M)_{/R}$

RFD : $m\,\vec{a}(M)_{/R} = \vec{P} + \vec{T} + \vec{f}$

$\vec{T} = -\|\vec{T}\|\,\vec{e_r}$ $\quad \vec{P} = mg\left(+\cos\theta\,\vec{e_r} - \sin\theta\,\vec{e_\theta}\right)$ $\quad \vec{f} = -mh\,l\dot{\theta}\,\vec{e_\theta}$

$\vec{OM} = l\,\vec{e_r}$ $\quad \vec{v}(M)_{/R} = l\dfrac{d\vec{e_r}}{dt} = l\dot{\theta}\,\underbrace{\vec{e_\theta}}_{\text{fct du temps}}$ $\quad \vec{a}(M)_{/R} = l\ddot{\theta}\,\vec{e_\theta} + l\dot{\theta}\dfrac{d\vec{e_\theta}}{dt}$

$= l\ddot{\theta}\,\vec{e_\theta} - l\dot{\theta}^2\,\vec{e_r}$

RFD : $m\left(l\ddot{\theta}\,\vec{e_\theta} - l\dot{\theta}^2\,\vec{e_r}\right) = mg\left(\cos\theta\,\vec{e_r} - \sin\theta\,\vec{e_\theta}\right) - \|\vec{T}\|\,\vec{e_r} - mh\,l\dot{\theta}\,\vec{e_\theta}$

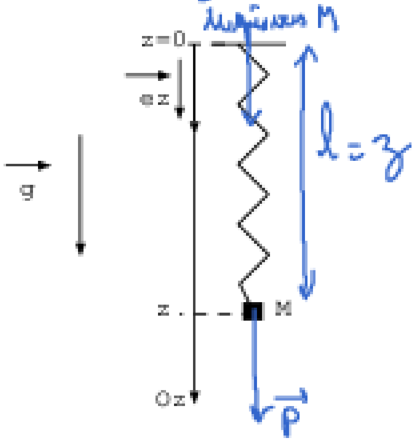
On projette sur $\vec{e_r}$: $-ml\dot{\theta}^2 = mg\cos\theta - \|\vec{T}\|$ ⇒ cette éq. sert à trouver $\|\vec{T}\|$

sur $\vec{e_\theta}$: $ml\ddot{\theta} = -mg\sin\theta - mh\,l\dot{\theta}$ ⇒ cette éq. donne l'éq. différentielle vérifiée par θ

on divise par ml

$$\boxed{\ddot{\theta} + h\dot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0}$$

aux petits angles $\sin\theta \simeq \theta$



Système : M

Référentiel terrestre supposé galiléen

Forces exercées sur M :

* le poids $\vec P$
* la force de rappel du ressort :

$\vec F_r = -k(l-l_0)\,\hat u_{\text{ressort vers } M}$

$= -k(z-l_0)\,\hat e_z$

ici $l = z$, $\hat u = \hat e_z$

M est à l'équilibre : RFS : $\vec 0 = \vec P + \vec F_r$ avec $\vec P = +mg\,\hat e_z$

sur (Oz) : $0 = +mg - k(z_e - l_0) \Rightarrow \boxed{z_e = l_0 + \underbrace{\frac{mg}{k}}_{>0}} > l_0$ ressort étiré

M est hors équilibre : RFD : $m\,\vec a(M)_R = \vec P + \vec F_r$

avec $\vec{OM} = z\,\hat e_z$ $\quad \vec v(M)_R = \dot z\,\hat e_z$ $\quad \vec a(M)_R = \ddot z\,\hat e_z$

on projette sur $(\hat e_z)$: $m\ddot z = +mg - k(z - l_0)$

$$m\ddot z + kz = mg + kl_0$$

$$\boxed{\ddot z + \underbrace{\frac{k}{m}}_{>0} z = g + \frac{kl_0}{m}}$$

c'est l'éq. diff. d'un O.H. de pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$z(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t) + z_p$

$\ddot z_p = 0$

$\frac{k}{m} z_p = g + \frac{kl_0}{m}$

$z_p = \frac{mg}{k} + l_0 = z_e$

$z(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t) + z_e$

$\dot z(t) = -A\omega_0\sin(\omega_0 t) + B\omega_0\cos(\omega_0 t) + 0$

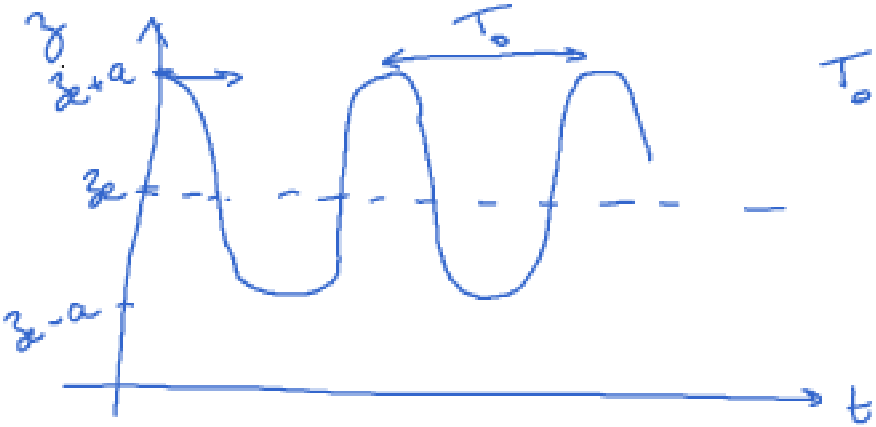
C.I. $\dot z(t=0) = 0 = \cancel{-A\omega_0 \sin 0} + B\omega_0\cos 0 = B\omega_0 \Rightarrow \underline{B = 0}$

$z(t=0) = z_e + a = A\cos 0 + z_e = A + z_e \Rightarrow \underline{A = a}$

$$\boxed{z(t) = z_e + a\cos(\omega_0 t)}$$

maxi : $z_{max} = z_e + a$

mini : $z_{min} = z_e - a$



$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$$