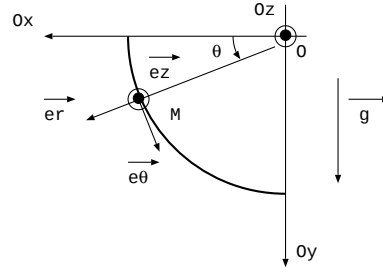


Exercices TMC par rapport à un point

I. Enfant sur un toboggan

Un enfant assimilé à un point matériel M glisse sans frottement sur un toboggan circulaire de rayon R et de centre O . L'enfant est repéré par ses coordonnées polaires. Un de ses parents le retient par son vêtement pour l'empêcher de glisser trop vite, ce qui revient à exercer sur l'enfant une force constante de la forme $\vec{F} = F\vec{e}_x$ avec $F > 0$. Le référentiel d'étude est le référentiel terrestre supposé galiléen.

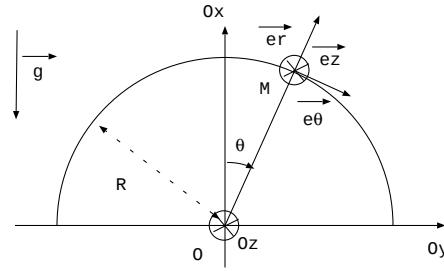


1. Exprimer le moment cinétique de l'enfant par rapport à O .
2. Exprimer les moments des forces exercées sur l'enfant et calculés par rapport à O .
3. Dédire du théorème du moment cinétique appliqué à l'enfant l'équation différentielle vérifiée par θ .

Réponse: $\ddot{\theta} + \frac{F}{mR} \sin \theta - \frac{g}{R} \cos \theta = 0$

II. Objet sur une demi-sphère

Un objet de masse m assimilé à un point matériel M glisse sur une demi-sphère de centre O et de rayon R . Cet objet subit une force de frottement solide $\vec{T}$ de norme T constante. On repère sa position par ses coordonnées polaires. Le référentiel d'étude est le référentiel terrestre supposé galiléen.



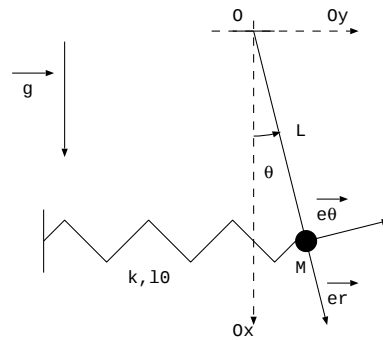
1. Exprimer le moment cinétique de M par rapport à O .
2. Exprimer les moments des forces exercées sur M et calculés par rapport à O .
3. Dédire du théorème du moment cinétique appliqué à M l'équation différentielle vérifiée par θ .

Réponse: $\ddot{\theta} - \frac{g}{R} \sin \theta = -\frac{T}{mR}$

III. Pendule et ressort

Un pendule simple de longueur L et de masse m est accroché au point O , fixe dans référentiel R du laboratoire supposé galiléen. M est également attaché à un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide l_0 . Lorsque le pendule est vertical, le ressort est au repos.

On déplace légèrement M par rapport à la verticale puis on le laisse évoluer librement. Il oscille en décrivant un petit arc de cercle de centre O et on repère sa position par l'angle θ avec la verticale.



L'angle θ est toujours faible, donc on peut considérer que le ressort reste horizontal et on fait l'approximatif des petits angles.

1. Donner l'expression du moment cinétique de M par rapport à O dans le référentiel R , en utilisant une base polaire $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$.
2. Calculer les moments des forces s'exerçant sur M , en fonction de la seule variable θ .
3. Par application du théorème du moment cinétique, déterminer l'équation différentielle vérifiée par θ et en déduire la période des petites oscillations.

Réponses: 2- $\vec{M}_O(\text{forces}) = -(mgl + kl^2)\theta\vec{e}_z$ 3- $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l} + \frac{k}{m}}}$