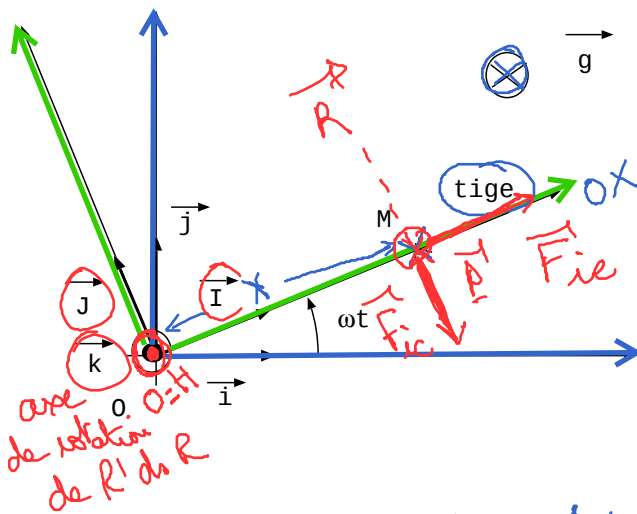


Anneau sur une tige

plan horizontal



R : réf. lié au sol

R' : réf. lié à la tige en rotation dans R donc R' n'est pas galiléen :

$$\vec{F}_{ie} = m\omega^2 \vec{OM}$$

$$\vec{F}_{ic} = -2m\vec{\omega} \wedge \vec{v}(M/R')$$

1) M décrit une droite de R' : $\vec{v}(M/R') = \dot{x} \vec{I}$ $\vec{a}(M/R') = \ddot{x} \vec{I}$

2) R' en rotation de R : $\vec{F}_{ie} = m\omega^2 \vec{OM} = m\omega^2 x \vec{I}$

$$\vec{F}_{ic} = -2m\omega \frac{d}{dt} x \vec{I} = -2m\omega \dot{x} \vec{J}$$

3) Bilan des forces de R' non galiléen : $\vec{P} = -mg \vec{k}$

Sans frottements : $\vec{R}$ est $\perp$ à la tige OX

$$\Rightarrow R_x = 0$$

$$\vec{F}_{ie} = m\omega^2 x \vec{I} \quad (\text{force centrifuge})$$

$$\vec{F}_{ic} = -2m\omega \dot{x} \vec{J} \quad (\dot{x} > 0)$$

RFD appliquée à M dans R' : $m\vec{a}(M)/R' = \vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_{ie} + \vec{F}_{ic}$

$$m\ddot{x} \vec{I} = -mg \vec{k} + R_y \vec{J} + R_z \vec{k} + m\omega^2 x \vec{I} - 2m\omega \dot{x} \vec{J}$$

on projette sur $\vec{I}$: $m\ddot{x} = m\omega^2 x \Rightarrow \ddot{x} - \omega^2 x = 0$ soit à trouver $x(t)$

sur $\vec{J}$: $0 = R_y - 2m\omega \dot{x} \Rightarrow R_y = 2m\omega \dot{x}$

sur $\vec{k}$: $0 = -mg + R_z \Rightarrow R_z = mg$

seulement à trouver $\vec{R}$

$\ddot{X} - \omega^2 X = 0$ ⚠ ce n'est pas un OH à cause du "-"

eq. caractéristique : $(\ddot{X} \rightarrow \lambda^2 \quad \dot{X} \rightarrow \lambda \quad X \rightarrow 1)$

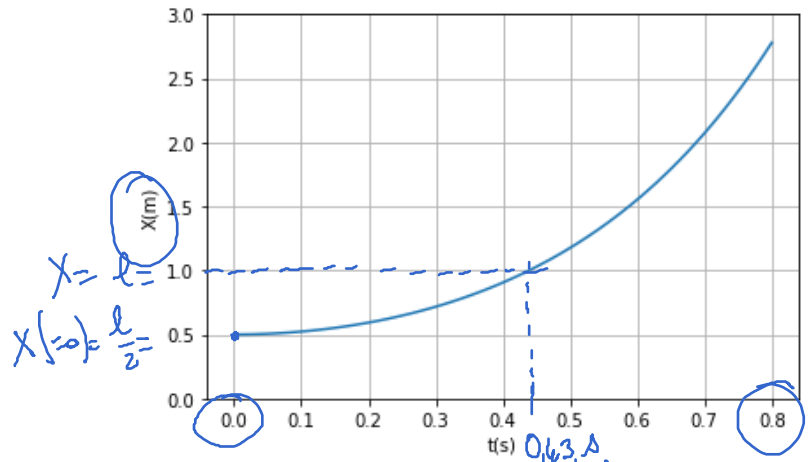
$$\lambda^2 - \omega^2 = 0 \quad \lambda^2 = \omega^2 \text{ soit } \lambda = +\omega \text{ ou } \lambda = -\omega$$

solution : $X(t) = A e^{\omega t} + B e^{-\omega t} \quad \dot{X}(t) = A \omega e^{\omega t} - B \omega e^{-\omega t}$

CI : $X(t \rightarrow 0) = A + B = l/2$
 $\dot{X}(t \rightarrow 0) = A\omega - B\omega = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = B = l/4 \end{cases} \quad X(t) = \frac{l}{4} (e^{\omega t} + e^{-\omega t})$
 $\boxed{X(t) = \frac{l}{2} \cosh(\omega t)}$

4)

```
1 omega, l = 3, ...
2 t = np.linspace(0, 0.8, 1000)
3 X = l/2 * np.cosh(omega * t)
4 plt.plot(t, X)
5 plt.grid()
6 plt.xlabel('t(s)')
7 plt.ylabel('X(m)')
8 plt.show()
```



$X \uparrow$ au cours du temps, l'anneau est expulsé de la tige à cause de Fie (pre centrifuge)

$$X(t_f) = l \Rightarrow t_f = 0.43 \text{ s}$$

la tige a tourné d'un angle $\omega \times t_f = 3 \times 0.43 = 1.29 \text{ rad}$