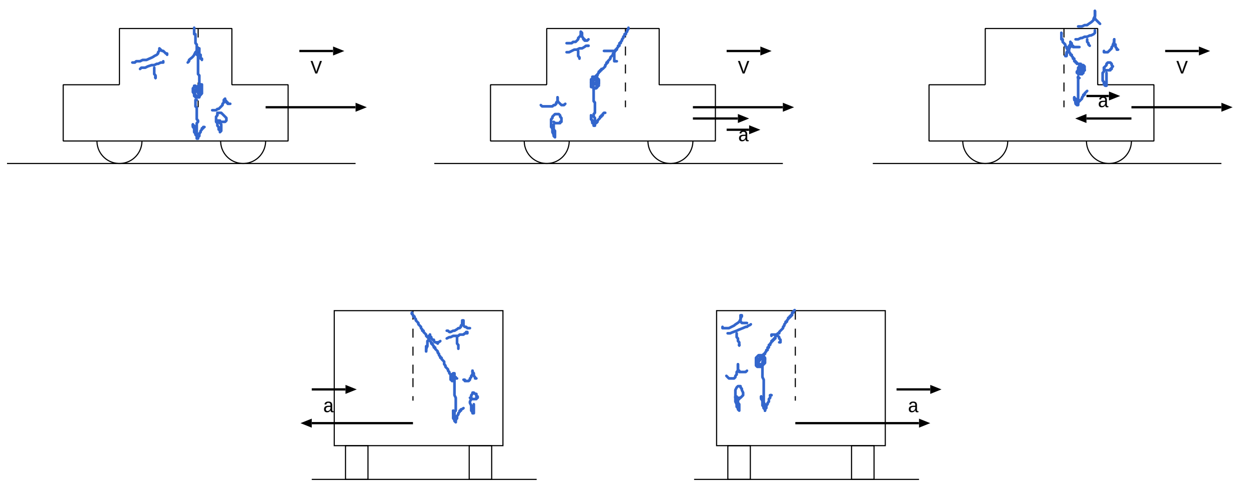
Chap M2 : dynamique en référentiel non galiléen

Observations: on étudie le mouvement d'un petit objet accroché au rétroviseur d'une voiture en mouvement.



Conclusion: Lorsque la voiture possède une accélération, le pendule est dévié de la position verticale dans le sens opposé à l'accélération de la voiture. Cette déviation ne peut pas s'expliquer par la présence du poids et de la tension du fil. Il semble que dans la voiture le pendule subit des forces supplémentaires opposées à l'accélération de la voiture. C'est ce que l'on cherche à comprendre ici

I. Rappel: première loi de Newton

La première loi de Newton s'énonce: Il existe des référentiels privilégiés appelés référentiels galiléens dans lesquels tout système isolé ou pseudo isolé, a un mvt rectiligne uniforme ou est à l'équilibre.

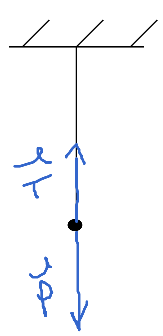
système isolé : ne subit aucune force

système pseudo isolé : la somme des forces exercées sur lui est nulle

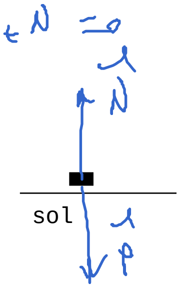
En langage mathématique: $\sum \vec F_{ext} = \vec 0$ donc $\vec a(M/_R) = \vec 0$

Exemples: ds R_T galiléen

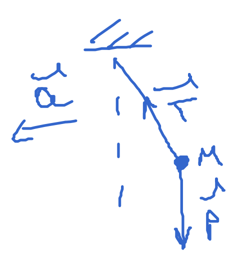
$\vec P + \vec T = \vec 0$



$\vec P + \vec N = \vec 0$



Contre exemple: le pendule dans la voiture qui possède une accélération par rapport au sol



$\vec P + \vec T \neq \vec 0$ dans la voiture alors que $\vec a(M/_R) = \vec 0$

pourquoi ?

Il existe donc des référentiels galiléens et des référentiels non galiléens, or les lois de la mécanique: relation fondamentale de la dynamique (deuxième loi de Newton), le théorème du moment cinétique et les théorèmes énergétiques ne s'appliquent que dans les référentiels galiléens.

Le cours doit donc répondre à deux questions:

- Comment reconnaît-on un référentiel galiléen ? paragraphe II
- Que deviennent les lois de la mécanique dans un référentiel non galiléen ? paragraphe III

II. Référentiels galiléens ou non

On cherche ici à répondre à la première question. Pour cela soit un référentiel $\mathcal{R}$ galiléen et un point matériel M pseudo-isolé. On peut donc écrire:

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \quad \text{et} \quad \vec{a}(M)_{/R} = \vec{0}$$

Soit $\mathcal{R}'$, un référentiel mobile dans $\mathcal{R}$. La loi de composition des accélérations s'écrit:

$$\vec{a}(M)_{/R} = \vec{a}(M)_{R'} + \vec{a}_e(M) + \vec{a}_c(M)$$ où $\vec{a}_e$ et $\vec{a}_c$ ont des expressions qui dépendent du mvt de R' ds R

$\mathcal{R}'$ est galiléen à condition que:

$\vec{a}(M)_{/R'} = \vec{0}$ ce qui impose : $\vec{a}_c(M) = \vec{0}$ possible uniquement pour R' en translation ds R

$\vec{a}_e(M) = \vec{0} = \vec{a}(O')_{/R}$ ce qui signifie que O' a un mvt rectiligne uniforme ds R.

Conclusion: Tout référentiel R' en translation rectiligne uniforme ds R galiléen est aussi un référentiel galiléen
Si R' ne vérifie pas cette condition, R' n'est pas galiléen

III. Les lois de la mécanique en référentiel non galiléen

Ce paragraphe répond à le deuxième question posée.

Soit $\mathcal{R}$ un référentiel galiléen.

Soit M un point matériel qui subit la résultante des forces extérieures $\vec{F}_{ext} = \vec{F}_{interactions}$ (tension du fil, poids, force de rappel, force électrique ...)

Soit $\mathcal{R}'$ un référentiel mobile dans $\mathcal{R}$, tel que $\mathcal{R}'$ n'est pas en translation rectiligne uniforme dans $\mathcal{R}$ donc $\mathcal{R}'$

RFD appliquée à M ds R galiléen : $m\vec{a}(M)_{/R} = \sum \vec{F}_{interactions}$

loi de composition des accélérations : $\vec{a}(M)_{/R} = \vec{a}(M)_{/R'} + \underbrace{\vec{a}_e(M) + \vec{a}_c(M)}_{\text{expressions qui dépendent du mvt de R' dans R}}$

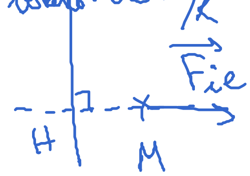
On a donc : $m\vec{a}(M)_{/R'} = m\vec{a}(M)_{R} - m\vec{a}_e(M) - m\vec{a}_c(M)$

soit $m\vec{a}(M)_{/R'} = \sum \vec{F}_{int} \underbrace{- m\vec{a}_e(M)}_{\text{force d'inertie d'entraînement}} \underbrace{- m\vec{a}_c(M)}_{\text{force d'inertie de Coriolis}}$

Conclusion: Dans un référentiel $\mathcal{R}'$ non galiléen, on peut appliquer les th. de la mécanique : RFD, TMC et théorèmes énergétiques à condition d'ajouter aux forces d'interaction (poids, tension, réaction du support...) les forces d'inertie d'entraînement $\vec{F}_{ie} = -m\vec{a}_e(M)$ et de Coriolis $\vec{F}_{ic} = -m\vec{a}_c(M)$.

Rq : forces d'inertie : car elles sont proportionnelles à la masse | Rq : force opposée aux accélérations de Coriolis et d'entraînement

Les forces d'inertie s'appliquent au barycentre du système et l'expression de ces forces d'inertie dépend du mouvement de $\mathcal{R}'$ dans $\mathcal{R}$, il est donc important dans un exercice de bien identifier en premier lieu ce mouvement.

	$\mathcal{R}'$ en translation dans $\mathcal{R}$	$\mathcal{R}'$ en rotation dans $\mathcal{R}$: on note $\overrightarrow{\omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} = \omega\overrightarrow{e_z}$
$\overrightarrow{F}_{ie}$	$\vec{F}_{ie} = -m\vec{a}(O')_{/R}$ force conservative lorsque $\vec{a}(O')_R$ est une cste (*)	$\vec{F}_{ie} = +m\omega^2\vec{HM}$ force centrifuge ou axifuge axe de rotation de R'/R force conservative : $E_{p_{ie}} = -m\omega^2\frac{HM^2}{2}$ (**) 
$\overrightarrow{F}_{ic}$	$\vec{F}_{ic} = \vec{0}$	$\vec{F}_{ic} = -2m\vec{\omega}\wedge\vec{v}(M)_{R'}$ force nulle à l'équilibre force qui ne travaille pas ($\perp$ à la vitesse)

La RFD appliquée à M dans $\mathcal{R}'$ s'écrit: $m\vec{a}(M)_{R'} = \sum\vec{F}_{interact} + \vec{F}_{ie} + \vec{F}_{ic}$

Le théorème du moment cinétique appliqué à M dans $\mathcal{R}'$ s'écrit: $\frac{d\vec{L}_{O'}(M)}{dt}_{R'} = \sum\vec{\mathcal{M}}_{O'}(\vec{F}_{interact}) + \vec{\mathcal{M}}_{O'}(\vec{F}_{ie}) + \vec{\mathcal{M}}_{O'}(\vec{F}_{ic})$

A l'équilibre dans $\mathcal{R}'$ on a: $\vec{F}_{ic} = \vec{0}$

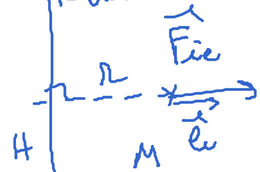
soit $\sum\vec{F}_{interaction} + \vec{F}_{ie} = \vec{0}$ et $\sum\vec{\mathcal{M}}_{O'}(\vec{F}_{inter}) + \vec{\mathcal{M}}_{O'}(\vec{F}_{ie}) = \vec{0}$

(*) $\vec{F}_{ie} = -m\vec{a}(O')_R = -ma\vec{e}_x$

$\delta W(\vec{F}_{ie}) = \vec{F}_{ie}\cdot d\vec{OM} = -ma\,dx = -dE_{p_{ie}}$

$\frac{dE_{p_{ie}}}{dx} = +ma$ soit $\boxed{E_{p_{ie}} = -max}$

(**) axe de rotation de R' ds R



$\vec{F}_{ie} = m\omega^2\vec{HM} = m\omega^2 r\vec{e}_r$

$\delta W(\vec{F}_{ie}) = \vec{F}_{ie}\cdot d\vec{OM} = m\omega^2 r\,dr = -dE_{p_{ie}}$

$\frac{dE_{p_{ie}}}{dr} = -m\omega^2 r$

$E_{p_{ie}} = -m\omega^2\frac{r^2}{2} = -m\omega^2\frac{HM^2}{2}$