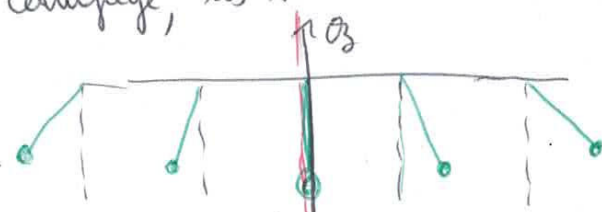


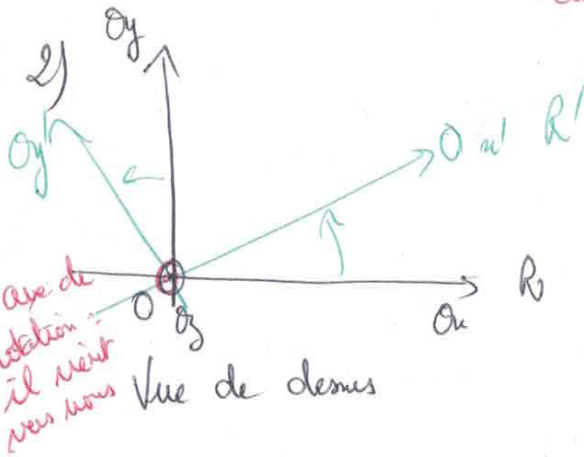
- 1) Les pendules s'écartent de l'axe de rotation sous l'action de la force centrifuge, ils s'écartent d'autant plus qu'ils sont loin de l'axe.



le pendule
sur l'axe de
rotation ne
bouge pas

axe de rotation de R' dans R

Si l'on change le sens de rotation de R' dans R ça ne change rien.



R' est en rotation dans R (R' n'est pas en translation rectiligne uniforme dans R)
donc R' non galiléen

donc un point M subit des forces d'inertie :

$$\vec{F}_{ie} = m\omega^2 \vec{HM}$$

$$\vec{F}_{ic} = -2m\vec{\omega} \wedge \vec{v}(M/R')$$

Ces expressions sont celles des forces pour R' en rotation dans R

- 3) On se place dans R' , M est à l'équilibre dans R'

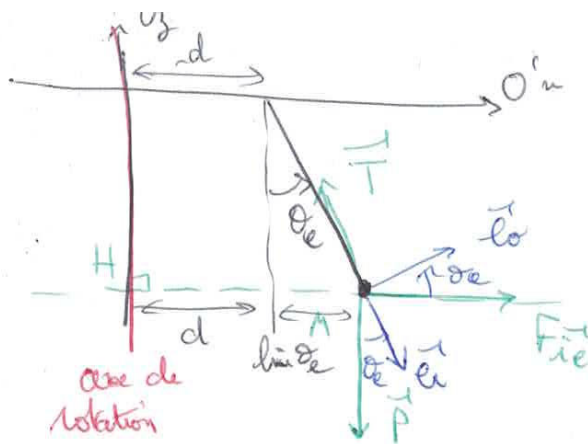
donc $\vec{v}(M/R') = \vec{0}$ et $\vec{a}(M/R') = \vec{0}$

M subit les forces d'interaction : poids $\vec{P}$ et tension du fil $\vec{T}$

les forces d'inertie : $\vec{F}_{ie} = +m\omega^2 \vec{HM}$ et $\vec{F}_{ic} = -2m\vec{\omega} \wedge \vec{v}(M/R') = \vec{0}$

H est le projeté $\perp$ de M sur l'axe de rotation de R' dans R

ou
je trace la droite passant par M et $\perp$ à l'axe de rotation de R' dans R , H est à l'intersection de cette droite et de l'axe de rotation



on écrit la RFD dans R' appliquée à M ;

$$M \vec{a}(M)_{R'} = \vec{P} + \vec{T} + \vec{F}_{ie} = \vec{0}$$

M a l'équilibre dans R

$$\text{soit } \boxed{\vec{P} + \vec{T} + \vec{F}_{ie} = \vec{0}}$$

la projection sur $\vec{e}_1$ sert à trouver $\|\vec{T}\|$; inutile ici

Je fais la projection sur $\vec{e}_2$: $\vec{P} \cdot \vec{e}_2 + \vec{T} \cdot \vec{e}_2 + \vec{F}_{ie} \cdot \vec{e}_2 = 0$

$$\|\vec{P}\| \times \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta_e\right) + 0 + \|\vec{F}_{ie}\| \times \cos \theta_e = 0$$

$$mg \times (-\sin \theta_e) + m \omega^2 HM \times \cos \theta_e = 0$$

$$\text{avec } HM = d + l \sin \theta_e$$

$$\text{d'où } \boxed{g \sin \theta_e = \omega^2 (d + l \sin \theta_e) \cos \theta_e}$$

on ne sait pas résoudre cette équation à la main, on utilise python.

4). On doit résoudre $g \sin \theta = \omega^2 (d + l \sin \theta) \cos \theta$
ou encore $g \tan \theta = \omega^2 (d + l \sin \theta)$

On lit ligne 3: $l=0,2\text{m}$ et $d=0,1\text{ m}$

ligne 4: $x=\text{np.linspace}(0,0.5,500)$

ligne 5: on trace la fonction $y(x)=g \tan(x) - \omega^2 (d+l \sin(x))$, on reconnaît la fonction $y(\theta)$ qui est nulle à l'équilibre puisqu'à l'équilibre $g \tan(\theta_{\text{e}})=\omega^2 (d+l \sin(\theta_{\text{e}}))$

Sur la courbe on lit que $y(\theta_{\text{e}})$ est nulle pour $\theta_{\text{e}}=0,23\text{ rad}$: c'est la position d'équilibre.

Pour $\theta=0$ on lit $y(\theta=0)=-1,6$ or $y(\theta=0)=-\omega^2 d$ on en déduit donc :
 $\omega=(y(\theta=0)/d)^{1/2}=4\text{ rad/s}$