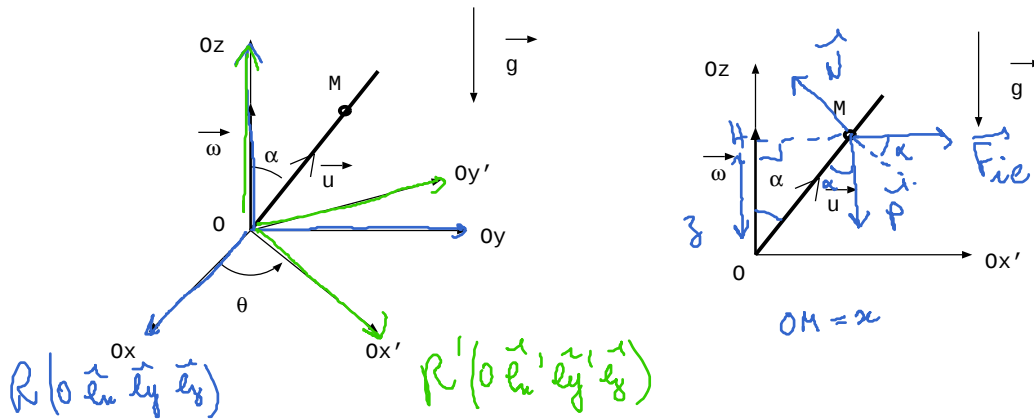


# Tige en rotation



- 1) a -  $R'$  est en rotation dans  $R$  donc  $R'$  n'est pas galiléen  
 Bilan des forces dans  $R'$  pour  $M$  à l'équilibre dans  $R'$ :

Poids  $\vec{P}$   
 Réaction  $\vec{N}$  (perpendiculaire à la tige)

$$\vec{F}_{ie} = m \omega^2 \overrightarrow{OM}$$

$$\vec{F}_{ic} = -2m \vec{\omega} \wedge \vec{v}_M(M) = \vec{0}$$

- b - PFD appliquée à  $M$  dans  $R'$ ;

On projette sur  $\vec{u}$ :  $-mg \cos \alpha + \|\vec{F}_{ie}\| \sin \alpha = 0$  avec  $\|\vec{F}_{ie}\| = m \omega^2 \|\overrightarrow{OM}\| = m \omega^2 x \sin \alpha$   
 d'où  $mg \cos \alpha = m \omega^2 x \sin \alpha \sin \alpha$

$$x_e = \frac{g \cos \alpha}{\omega^2 \sin^2 \alpha}$$

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ie} = \vec{0} \quad \leftarrow M \text{ immobile dans } R'$$

dans  $R'$ ,  $M$  se déplace sur la tige  $M$  a un mvt rectiligne

- 2) a - Bilan des forces dans  $R'$ :

$\vec{N}$ : ne travaille pas

$\vec{P}$ : force conservative  $E_{pp} + mgz = mgx \cos \alpha$

$\vec{F}_{ie}$ : force conservative  $E_{ie} = -m \omega^2 \frac{OM^2}{2} = -m \omega^2 \frac{x^2 \sin^2 \alpha}{2}$

$\vec{F}_{ic}$ :  $-2m \vec{\omega} \wedge \vec{v}_M(M) \perp \vec{v}_M(M)$  ne travaille pas

Pour le système est conservatif et  $E_m = \frac{m v_M^2}{2} + E_p = \frac{m \dot{x}^2}{2} + mgx \cos \alpha - m \omega^2 \frac{x^2 \sin^2 \alpha}{2}$

- b -  $E_m$  = cste car le système est conservatif

$$\frac{dE_m}{dt} = \frac{m}{2} \dot{x}^2 + mg \dot{x} \cos \alpha - m \omega^2 x \dot{x} \sin^2 \alpha = 0$$

$$\text{donc } \ddot{x} - \omega^2 \sin^2 \alpha x = -g \cos \alpha$$

3)

```

9 import matplotlib.pyplot as plt
10 import numpy as np
11
12 alpha,g,omega=np.pi/3,9.8,3
13 N=1000
14 dt=.....
15 Xe=g*np.cos(alpha)/omega**2/np.sin(alpha)**2
16 X0=.....
17 v0=.....
18 X=[X0]
19 v=[v0]
20 t=[0]
21 for i in range(N):
22     C=-g*np.cos(alpha)+omega**2*np.sin(alpha)**2*X[i]
23     t.append(t[i]+dt)
24     v.append(v[i]+.....)
25     X.append(X[i]+.....)
26
27 plt.plot(t,X)
28 plt.xlabel('t(s)')
29 plt.ylabel('X(m)')
30 plt.grid()
31 plt.show()

```

$$x_e = \frac{g \cos \alpha}{\omega^2 \sin^2 \alpha} = \frac{9,8 \times \cos(\pi/3)}{3^2 \times \sin^2(\pi/3)} = 0,72 \text{ m}$$

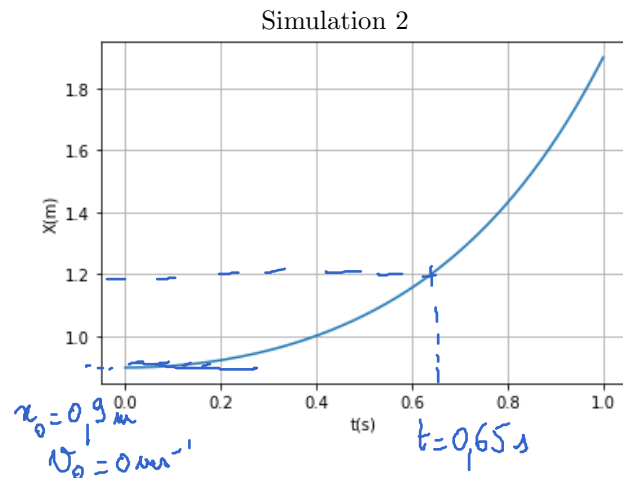
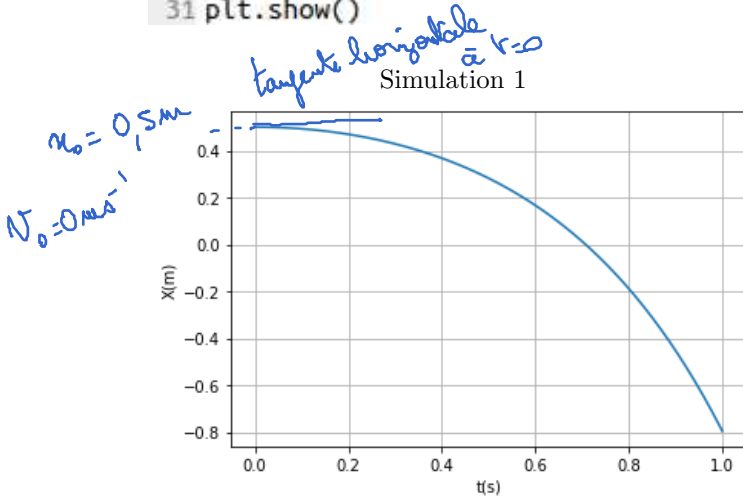
$$C = -g \cos \alpha + \omega^2 \sin^2 \alpha x = x''$$

$$v(t+dt) = v(t) + dt \frac{dv}{dt}$$

$$\text{ligne 24: } v.append(v[i] + dt * C)$$

$$x(t+dt) = x(t) + dt \frac{dx}{dt}$$

$$\text{ligne 25: } x.append(x[i] + v[i] * dt)$$



$$t = [0, dt, 2dt, \dots, Ndt]$$

$t_f = 1 \text{ s}$

$$\text{si } dt = \frac{t_f}{N} = \frac{1}{1000} = 10^{-3} \text{ s}$$

Simulation 1:  $x_0 < x_e$  et  $x(t) \downarrow$  donc l'anneau glisse vers 0

Simulation 2:  $x_0 > x_e$  et  $x(t) \uparrow$  donc l'anneau va quitter la tige à  $t = 0,65 \text{ s}$

Pour tester la stabilité d'un équilibre, on écarte  $M$  de sa position d'équilibre:

- s'il revient l'équilibre est stable
- s'il s'éloigne encore plus, l'équilibre est instable

Ici l'équilibre est instable puisque quand on prend  $x_0 < x_e$ ,  $x$  continue de  $\downarrow$   
 $x_0 > x_e$ ,  $x$  continue de  $\uparrow$