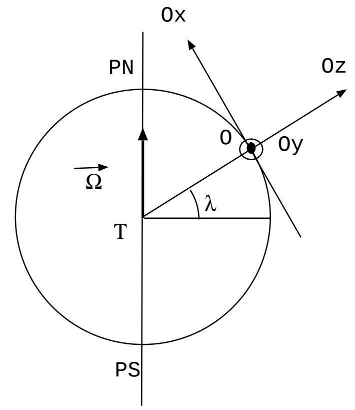
DM 1 de physique

I. Déviation d'un obus

On étudie le tir d'un obus assimilé à un point matériel M de masse m depuis le point O sur la Terre, à la latitude λ avec une vitesse $\overrightarrow{v_0}$. Le référentiel terrestre est en rotation de vecteur vitesse angulaire $\overrightarrow{\Omega}$ dans le référentiel géocentrique supposé galiléen. On néglige tout frottement exercé sur l'obus.

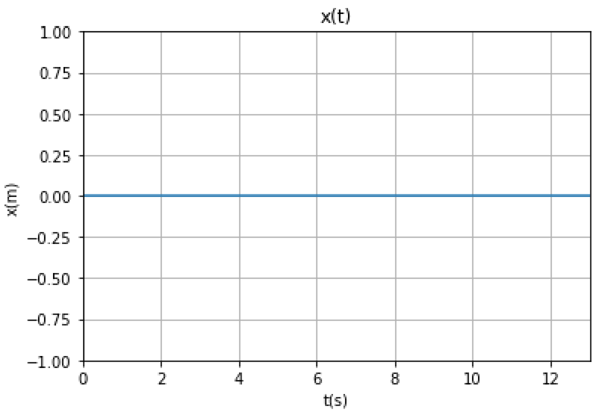


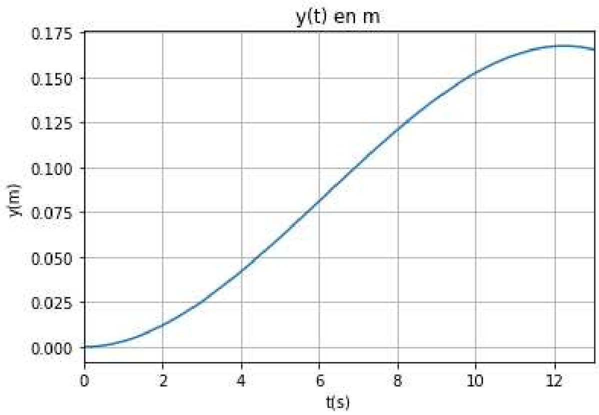
On étudie le mouvement de l'obus dans la base de projection $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$ où Oz désigne la verticale ascendante du lieu, Ox est tangente au méridien passant par O dirigé vers le nord et Oy est tangente au parallèle passant par O et dirigé vers l'ouest.

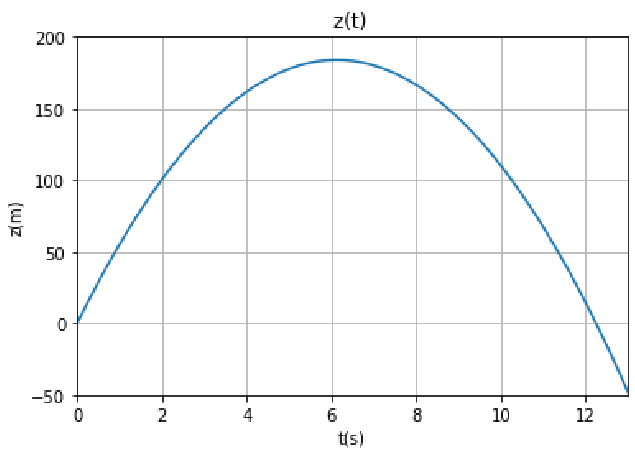
1. Exprimer $\overrightarrow{\Omega}$ dans la base $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$ en fonction de λ et Ω, sa norme. Calculer Ω avec 3 chiffres significatifs.

Données: $R_T = 6370\ km$, $g_0 = 9,81\ m.s^{-2}$, $\lambda = 40^0$.

2. On donne les courbes $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ obtenues par simulation sous python de la trajectoire de l'obus.







Déduire de ces courbes, en justifiant vos réponses:

- la hauteur maximale atteinte par l'obus

- la valeur numérique approchée de sa vitesse initiale v_0 et la direction de $\overrightarrow{v_0}$

- les coordonnées du point d'impact de l'obus lorsqu'il retombe sur le sol en précisant s'il a été dévié du point O, vers le sud, vers le nord, vers l'est ou vers l'est

On désire retrouver les coordonnées du point d'impact par un calcul théorique. La vitesse initiale s'écrit $\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{e_z}$.

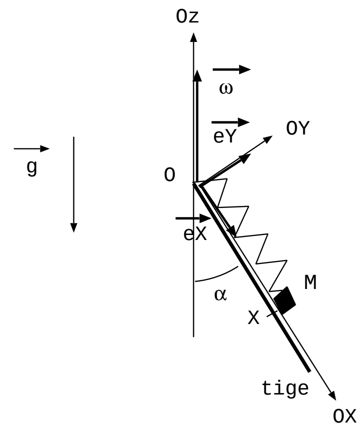
3. Dans cette question uniquement, le référentiel terrestre est supposé galiléen. Ecrire la RFD appliquée au point M et en déduire l'expression de $\overrightarrow{v}$, son vecteur vitesse au cours du temps.

4. On tient compte du caractère non galiléen du référentiel terrestre.

4.a. Exprimer la force d'inertie de Coriolis en supposant que la vitesse a pour expression la vitesse trouvée dans la question précédente. Déduire de la RFD appliquée à l'obus, les équations horaires $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ de l'obus.

4.b. En déduire les coordonnées du point d'impact et faire l'application numérique pour $v_0 = 60\ m.s^{-1}$ et $\lambda = 40^0$.

II. Ressort en rotation



Une tige se trouve dans le plan vertical et fait un angle α **constant** avec la vertical Oz. Cette tige tourne autour de l'axe vertical Oz à la vitesse angulaire constante ω. Sur cette tige est posé un point matériel M de masse m accroché à un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide l_0. On repère la position de M sur la tige par la distance $X = OM$. L'étude est menée dans le référentiel $\mathcal{R}'$ lié à la tige. On note $\mathcal{R}$ le référentiel terrestre supposé galiléen. On néglige tout frottement. On utilise pour les projections dans $\mathcal{R}'$, les axes OX (selon la tige) et OY (perpendiculaire à la tige).

1. Etablir un bilan des forces exercées sur le point matériel M dans le référentiel $\mathcal{R}'$. On suppose que le ressort est étiré et que M se déplace dans la direction $+OX$ sur la tige. Reproduire le schéma en ajoutant le vecteur vitesse de M dans $\mathcal{R}'$ et les forces exercées sur M.

2. Exprimer l'énergie potentielle (sans démontrer les expressions des énergies potentielles) et l'énergie mécanique de M dans $\mathcal{R}'$ en fonction de X, $\dot{X}$ et des données

3. Que peut-on dire de l'énergie mécanique. En déduire que $X(t)$ vérifie une équation différentielle de la forme:

$$\ddot{X} + (\omega_1^2 - \omega^2 \sin^2 \alpha)X = \omega_1^2 X_1$$

Exprimer ω_1 et X_1 en fonction des données.

4. On observe M osciller sur la tige avec une période $T_0 = 3\ s$ pour $k = 10\ N.m^{-1}$, $m = 200\ g$ et $\alpha = 30^0$. Déduire de cette étude, la valeur numérique de ω. Est-ce que M continue à osciller lorsque l'on augmente ω, vitesse angulaire de rotation de la tige? Justifier.