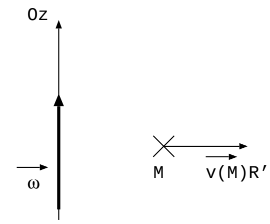
DS1 de physique

Le sujet comprend une question de cours et deux exercices à traiter dans l'ordre de votre choix. Il est demandé de numéroter les pages au format i/N où i est le numéro de la page et N le nombre de pages.

Tous les résultats doivent être encadrés et justifiés. Quand vous utilisez une loi il faut donner le nom de la loi et préciser les hypothèses d'application. Il est demandé de prendre soin de la présentation et de la rédaction.

I. **Question de cours**

Donner les expressions des forces d'inertie pour $\mathcal{R}'$ en rotation uniforme dans $\mathcal{R}$ à le vitesse angulaire $\overrightarrow{\omega} = \omega\overrightarrow{e_z}$. Reproduire le schéma sur votre copie et représenter les forces d'inertie en M. Montrer que la force d'inertie d'entraînement est conservative et démontrer l'expression de son énergie potentielle.

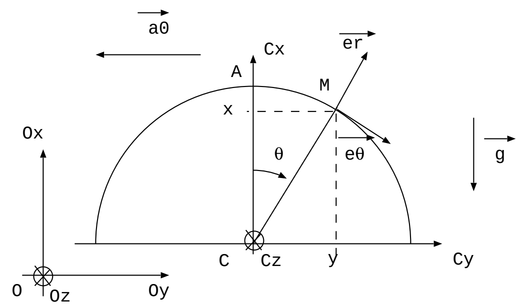


II. **Objet sur une demi-sphère**

Un objet assimilée à un point matériel M de masse m, en équilibre instable au sommet A d'une demi-sphère de rayon R et de centre C. Il quitte cette position sans vitesse initiale et glisse sans frottement sur la demi-sphère.

On repère la position de l'objet par l'angle θ que fait le vecteur position $\overrightarrow{CM}$ avec la verticale et on utilise les vecteurs de base polaire $(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta}, \overrightarrow{e_z})$.

La demi-sphère est soumise à une accélération constante $\overrightarrow{a_0} = -a_0\overrightarrow{e_y}$ avec $a_0 > 0$. On définit le référentiel $\mathcal{R}(0, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$ lié au sol et supposé galiléen et le référentiel $\mathcal{R}'(C, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$ lié à la demi-sphère.



1. Décrire le mouvement de $\mathcal{R}'$ dans $\mathcal{R}$. En déduire le bilan des forces appliquées à M dans $\mathcal{R}'$ et représenter ces forces sur un schéma.

2. Exprimer la vitesse $\overrightarrow{v}$ et l'accélération $\overrightarrow{a}$ de M dans $\mathcal{R}'$ en coordonnées polaires en fonction de R, des vecteurs de base polaire et des dérivées de θ par rapport au temps. En déduire l'expression de l'accélération de M en fonction de v, R, dv/dt et les vecteurs de base polaire.

3. Déduire de la RFD appliquée à M dans $\mathcal{R}'$, que la réaction du support s'écrit $N = \dfrac{mv^2}{R} + mg\cos\theta - ma_0\sin\theta$.

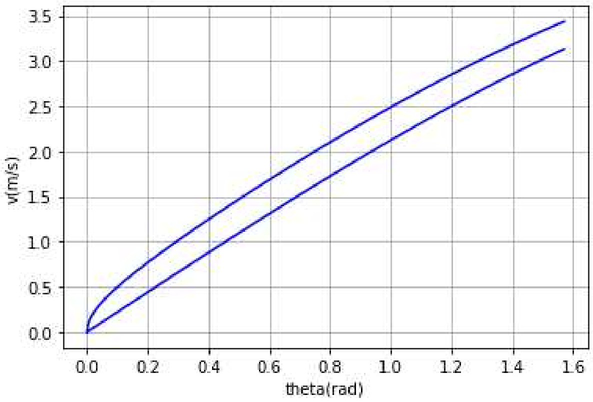
4. **4.a.** Montrer que la force d'inertie d'entraînement dérive d'une énergie potentielle que vous exprimerez en fonction de m, a_0 et y dans un premier temps puis en fonction de m, a_0, R et θ.

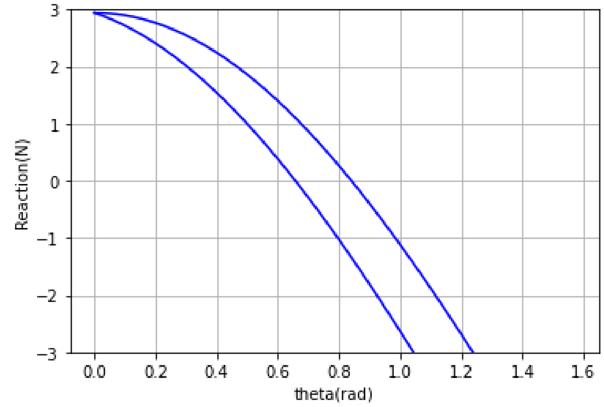
4.b. Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur en fonction de m, g et θ.

4.c. Que dire de l'énergie mécanique de M dans $\mathcal{R}'$? En déduire que la vitesse v de M dans ce référentiel s'écrit $v = \sqrt{2gR(1-\cos\theta) + 2a_0R\sin\theta}$.

5. On donne le code python et le résultat de son exécution:

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
m,R,g=0.3,0.5,9.8
theta=[instruction 1]
def v(theta,a0):
    return [instruction 2]
def N(theta,a0):
    return [instruction 3]
plt.plot(theta,v(theta,0),'-b')
plt.plot(theta,v(theta,2),'-b')
plt.xlabel([instruction 4])
plt.ylabel([instruction 5])
plt.grid()
plt.show()
```





5.a. Compléter les instructions 1,2,3,4 et 5.

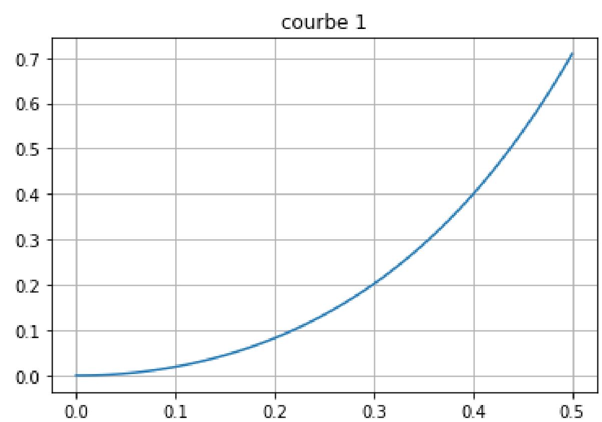
5.b. Les courbes donnent la vitesse et la réaction du support en fonction de θ pour deux valeurs différentes de l'accélération. Lire les valeurs numériques de ces accélérations et identifier les courbes correspondantes.

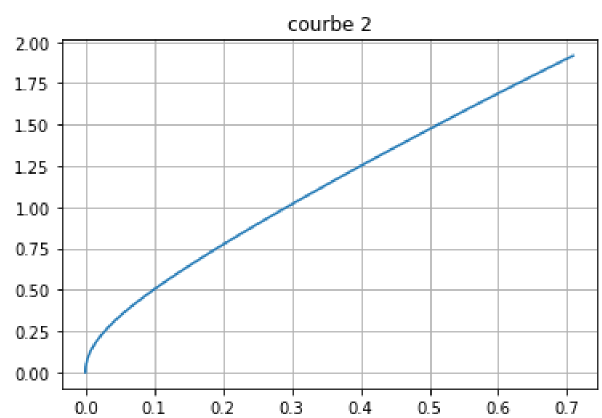
5.c. Pour chacune des accélérations, lire la valeur de θ pour laquelle l'objet quitte le support et lire la valeur de la vitesse de l'objet à cette position.

6. Par application du théorème du moment cinétique à M par rapport à C dans $\mathcal{R}'$, montrer que l'équation différentielle vérifiée par θ est de la forme $\ddot{\theta} = \alpha \sin\theta + \beta\cos\theta$. Exprimer α et β en fonction de a_0, g et R.

7. On donne le code python et le résultat de son exécution.

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 N=100
4 dt=[instruction 6]
5 a0=2
6 t,l1,l2=[0],[0],[0]
7 for i in range(N):
8     C=g/R*np.sin(l1[i])+a0/R*np.cos(l1[i])
9     t.append(t[i]+dt)
10    l2.append(l2[i]+C*dt)
11    l1.append(l1[i]+l2[i]*dt)
12
13 plt.plot(t,l1)
14 plt.title('courbe 1')
15 plt.grid()
16 plt.show()
17
18 plt.plot(l1,np.array(l2)*R)
19 plt.title('courbe 2')
20 plt.grid()
21 plt.show()
```





7.a. Donner les expressions de $\theta(t+dt)$ et $\dot{\theta}(t+dt)$ pour dt petit?

7.b. Que représente la quantité C ligne 8? En déduire les grandeurs physiques contenues dans les listes $l1$ et $l2$. Que représentent les courbes 1 et 2?

7.c. Déduire de la courbe, l'instruction 6.

III. Se peser sur Terre et dans l'espace

Dans cette partie, nous allons étudier la pesanteur sur Terre et dans la station spatiale internationale, puis expliquer comment un spationaute peut se peser en impesanteur (ou apesanteur).

Données: constante de gravitation universelle: $\mathcal{G} = 6,67.10^{-11}\ SI$, masse de la Terre: $M_T = 6,0.10^{24}\ kg$, rayon de la Terre: $R_T = 6,4.10^6\ m$, vitesse angulaire de rotation propre de la Terre: $\Omega = 7,3.10^{-5}\ rad/s$.

Se peser sur la Terre

Le référentiel géocentrique a pour origine le barycentre de la Terre et ses axes sont fixes, dirigés selon trois étoiles lointaines. Ce référentiel est supposé galiléen.

Le référentiel terrestre a pour origine le barycentre de la Terre et ses axes sont liés à la Terre, il est donc en rotation uniforme dans le référentiel géocentrique.

On note O le barycentre de la Terre et $\overrightarrow{\Omega}$ le vecteur rotation du référentiel terrestre dans le référentiel géocentrique.

1. Le poids d'un objet M de masse m situé à la surface de la Terre est défini comme la somme de la force gravitationnelle et de la force d'inertie d'entraînement.

Représenter ces deux forces et donner leurs expressions en introduisant Ω la vitesse angulaire de rotation propre de la Terre, R_T le rayon de la Terre, $\mathcal{G}$ la constante de gravitation universelle, M_T la masse de la Terre, m celle de l'objet étudié, λ la latitude du point considéré (voir figure 1) et les vecteurs de base $\overrightarrow{u_y}$ et $\overrightarrow{u_z}$.

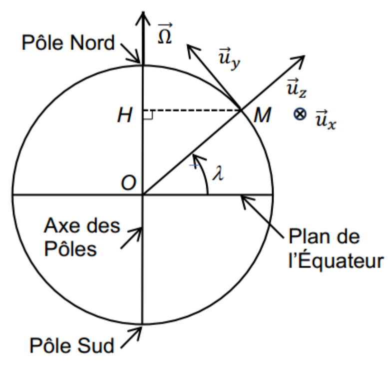


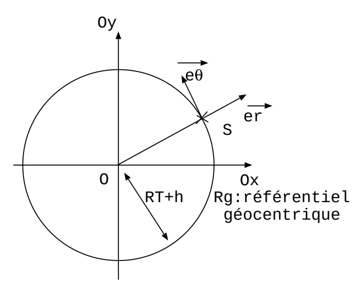
Figure 1 - Vue en coupe de la Terre

2. A la latitude de Paris $\lambda = 49^0$, calculer la valeur numérique des deux forces (force gravitationnelle et force d'inertie d'entraînement) pour une personne pesant $m = 75\ kg$. Commenter.

3. Soit un ressort de constante de raideur k connue et de longueur à vide l_0. On accroche ce ressort au plafond et on suspend à ce ressort un objet de masse m que l'on souhaite mesurer. Faire un schéma explicatif et établir la formule permettant de déterminer la masse de l'objet à partir de l'allongement $\Delta l = l - l_0$ du ressort.

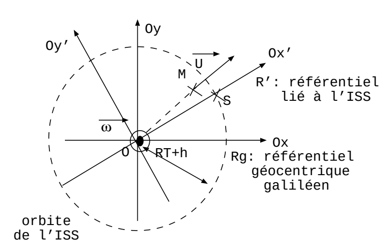
La pesanteur dans la Station Spatiale Internationale (ISS)

4. On se place dans le référentiel géocentrique galiléen. L'ISS est assimilé à un point matériel S de masse M_S qui décrit une orbite circulaire autour de la Terre. Déterminer l'expression de la vitesse d'un satellite comme l'ISS, de centre d'inertie S et de masse M_S tournant autour de la Terre à l'altitude h.



5. Calculer la vitesse v de l'ISS, sa période T et sa vitesse angulaire ω de rotation autour de la Terre. L'ISS a pour masse $M_S = 400$ *tonnes* et orbite à environ $h = 400\ km$ d'altitude.

On va maintenant étudier un spationaute, assimilé à un point matériel M de masse m, dans le référentiel $\mathcal{R}'$ lié à la station spatiale internationale (ISS). Le référentiel $\mathcal{R}'$ lié à l'ISS est en rotation uniforme dans le référentiel géocentrique $\mathcal{R}_g$ supposé galiléen. Le vecteur rotation de $\mathcal{R}'$ dans $\mathcal{R}_g$ est $\overrightarrow{\omega} = \omega \overrightarrow{e_z}$.



6. Dans le référentiel de l'ISS, le spationaute de masse $m = 75\ kg$, toujours assimilé à son centre de gravité M, flotte sans bouger ni toucher les parois. Il est donc soumis uniquement à la force gravitationnelle et à la force d'inertie d'entraînement. Représenter ces forces et donner leurs expressions en fonction de $\mathcal{G}$, m, R_T, h, $r = OM$ et $\overrightarrow{u}$.

Faire l'application numérique de la somme de ces deux forces dans le cas où le spationaute est situé au centre de gravité S de la station spatiale et justifier que le spationaute est en impesanteur (ou apesanteur) dans la station spatiale.

Se peser dans la station spatiale

Comme les spationautes ont une activité physique beaucoup plus faible que sur Terre à cause de l'impesanteur, ils ont tendance à perdre de la masse musculaire, et même de la masse osseuse. Il est donc important de les peser régulièrement pour faire un suivi de cette perte de masse.

7. Expliquer pourquoi la méthode proposée à la question 3. ne peut pas convenir pour peser un spationaute dans l'ISS.

8. La solution qui a été retenue pour peser les spationautes en impesanteur est d'utiliser les oscillations d'un ressort. Le spationaute M de masse m_2 s'accroche à un dispositif appelé BMMD (voir figure 2.a) de masse mobile $m_1 = 12,43\ kg$. Ce dispositif inclut aussi un ressort de raideur k, et on peut le modéliser comme sur la figure 2b, où m désigne la masse du dispositif et du spationaute. On négligera les frottements. Déterminer la relation entre la période propre et la masse m.

Figure 2.a
Spationaute sur le BMMD (Body Mass Measurement Device)

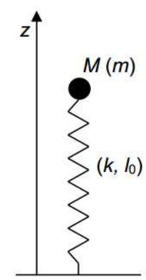


Figure 2.b
Modélisation

9. Si la période d'oscillation pour le dispositif à vide vaut $T_1 = 0,82\ s$ et celle avec le spationaute qui s'y accroche vaut $T = 2,15\ s$, déterminer la formule littérale, puis la valeur numérique de la masse m_2 du spationaute qui se pèse.

10. L'utilisation du BMMD exige du spationaute qu'il se maintienne fortement à la barre, que ses pieds et ses genoux soient coincés et son menton collé à la planche. Expliquer pourquoi.

Annexe pour python:

Bibliothèque NUMPY

Dans les exemples ci-dessous, la bibliothèque `numpy` a préalablement été importée à l'aide de la commande : `import numpy as np`. On peut alors utiliser les fonctions de la bibliothèque, dont voici quelques exemples :

- **`np.linspace(start, stop, N point)`** :
  - Description : renvoie un nombre d'échantillons espacés uniformément, calculés sur l'intervalle [start, stop] ;
  - Argument d'entrée : début, fin et nombre d'échantillons dans l'intervalle ;
  - Argument de sortie : un tableau.

Commande	Résultat
`np.linspace(1, 4, 5)`	`[1., 1,75, 2,5, 3,25, 4.]`

- **`np.array(liste)`** :
  - Description : crée une matrice (de type tableau) à partir d'une liste.
  - Argument d'entrée : une liste définissant un tableau à 1 dimension (vecteur) ou 2 dimensions (matrice).
  - Argument de sortie : un tableau (matrice).

Commande	Résultat
`np.array([4, 3, 5])`	`[4, 3, 5]`

Bibliothèque MATPLOTLIB.PYPLOT

Cette bibliothèque permet de tracer des graphiques. Dans les exemples ci-dessous, la bibliothèque `matplotlib.pyplot` a préalablement été importée à l'aide de la commande : `import matplotlib.pyplot as plt.`

- Description : fonction permettant de tracer un graphique de n points dont les abscisses sont contenues dans le vecteur x et les ordonnées dans le vecteur y. Cette fonction doit être suivie de la fonction `plt.show()` pour que le graphique soit affiché.
- Argument d'entrée : un vecteur d'abscisses x (tableau de n éléments) et un vecteur d'ordonnées y (tableau de n éléments). La chaîne de caractères 'SC' précise le style et la couleur de la courbe tracée. Des valeurs possibles pour ces deux critères sont :

Valeurs possibles pour S (style) :

Description	Ligne continue	Ligne traitillée	Marqueur rond	Marqueur plus
Symbole S	-	- -	o	+

Valeurs possibles pour C (couleur) :

Description	bleu	rouge	vert	noir
Symbole C	b	r	g	k

- Argument de sortie : un graphique.

```
x = np.linspace(3, 25, 5)
y = np.sin(x)
plt.plot(x,y,'-b') # tracé d'une ligne bleue continue
plt.title('titre_graphique') # titre du graphe
plt xlabel('x') # titre de l'axe des abscisses
plt ylabel('y') # titre de l'axe des ordonnées
plt.show()
```