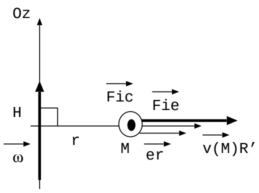
# Correction DS 1 de physique

## I. **Question de cours**

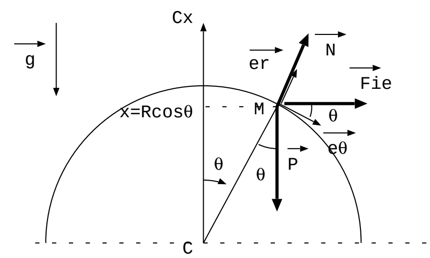



On a $\overrightarrow{F_{ie}} = m\omega^2\overrightarrow{HM} = m\omega^2 r\overrightarrow{e_r}$ et $\overrightarrow{F_{ic}} = -2m\overrightarrow{\omega}\Lambda\overrightarrow{v}(M)_{\mathcal{R}'}$.

On a $\delta W(\overrightarrow{F_{ie}} = \overrightarrow{F_{ie}}.d\overrightarrow{OM} = m\omega^2 r\overrightarrow{e_r}.dr\overrightarrow{e_r} = m\omega^2 rdr = -dE_p$ soit $\dfrac{dE_p}{dr} = -m\omega^2 r$ et par intégration par rapport à $r$ on a $E_p = -\dfrac{m\omega^2 r^2}{2} = -\dfrac{m\omega^2 HM^2}{2}$.

## II. **Objet sur une demi-sphère (inspiré d'un sujet d'oral PC CCINP 2025)**

**1.** $\mathcal{R}'$ est en translation rectiligne uniformément accéléré dans $\mathcal{R}$ donc $\mathcal{R}'$ n'est pas galiléen. $M$ est soumis aux forces d'inertie $\overrightarrow{F}_{ie} = -m\overrightarrow{a}(C)_{\mathcal{R}} = +ma_0\overrightarrow{e_y}$ et $\overrightarrow{F}_{ic} = \overrightarrow{0}$ et aux forces d'interaction: son poids $\overrightarrow{P}$ et la réaction du support $\overrightarrow{N}$ normale au support car il n'y a pas de frottement.




**2.** On a $\overrightarrow{CM} = R\overrightarrow{e_r}$, $\overrightarrow{v}(M)_{\mathcal{R}'} = R\dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta}$ et $\overrightarrow{a}(M)_{\mathcal{R}'} = -\frac{v^2}{R}\overrightarrow{e_r} + \frac{dv}{dt}\overrightarrow{e_\theta}$.

**3.** La RFD appliquée à $M$ dans $\mathcal{R}'$ s'écrit: $m\overrightarrow{a}(M)_{\mathcal{R}'} = \overrightarrow{P} + \overrightarrow{F_{ie}} + \overrightarrow{N}$

avec $\overrightarrow{P} = mg(-\cos\theta\overrightarrow{e_r} + \sin\theta\overrightarrow{e_\theta}$

avec $\overrightarrow{F_{ie}} = ma_0(\sin\theta\overrightarrow{e_r} + \cos\theta\overrightarrow{e_\theta}$

avec $\overrightarrow{N} = N\overrightarrow{e_r}$

On projette sur $\overrightarrow{e_r}$ pour avoir la réaction $N$ soit: $-\dfrac{mv^2}{R} = -mg\cos\theta + ma_0\sin\theta + N$ d'où $N = \dfrac{mv^2}{R} + mg\cos\theta - ma_0\sin\theta$.

**4.** **4.a.** On applique $\delta W(\overrightarrow{F_{ie}}) = \overrightarrow{F_{ie}}.d\overrightarrow{OM} = +ma_0\overrightarrow{e_y}.dy\overrightarrow{e_y} = +ma_0 dy = -dE_{p,ie}$ donc $\dfrac{dE_p ie}{dy} = -ma_0$ et donc $E_{p,ie} = -ma_0 y = -ma_0 R\sin\theta$.

**4.b.** Le poids est conservatif et son énergie potentielle s'écrit $E_{pp} = +mgx = mgR\cos\theta$.

**4.c.** L'énergie mécanique de $M$ dans $\mathcal{R}'$ s'écrit donc $E_m = \dfrac{mv^2}{2} - ma_0 R\sin\theta + mgR\cos\theta$.

L'énergie mécanique est constante car la réaction ne travaille pas et les deux autres forces appliquées à $M$ sont conservatives.

On applique la conservation de l'énergie mécanique entre $\theta = 0$ (en haut de la demi sphère où $M$ est abandonné sans vitesse) et l'angle $\theta$ quelconque soit: $E_m = \dfrac{mv^2}{2} - ma_0 R\sin\theta + mgR\cos\theta = mgR$ donc $v = \sqrt{2gR(1-\cos\theta) + 2a_0 R\sin\theta}$.

**5.** **5.a.** Instruction 1: np.linspace(0,1.6,500)

Instruction 2: $(2*g*R*(1-np.cos(theta)) + 2*a0*R*np.sin(theta))**0.5$

Instruction 3: $-m*v**2/R + m*g*np.cos(theta) - m*a0*np.sin(theta)$

Instruction 4: 'theta(rad)'

Instruction 5: 'v(m/s)'

**5.b.** On trace les fonctions v(theta,0) et v(theta,1) soit on prend pour l'accélération les valeurs $a0 = 0\ m.s^{-2}$ et $a0 = 2\ m.s^{-2}$.

Plus la valeur numérique $a0$ de l'accélération est grande et plus la force d'inertie d'entraînement est importante, or elle entraîne l'objet vers la droite selon $+Oy$ donc l'objet descend plus vite. La courbe pour $a0 = 1\ m.s^{-2}$ est au-dessus de l'autre courbe car elle correspond à des valeurs de vitesse plus grandes.

De même si l'objet descend plus vite, sa réaction s'annule plus rapidement et il quitte le support avant. La courbe pour la réaction pour $a0 = 1\ m.s^{-2}$ est en dessous de l'autre.

**5.c.** L'objet quitte le support lorsque la réaction s'annule.

Pour $a0 = 2\ m.s^{-2}$, on lit $\theta = 0,67\ rad$ et $v = 1,8\ m/s$

Pour $a0 = 0\ m.s^{-2}$, on lit $\theta = 0,85\ rad$ et $v = 1,8\ m/s$.

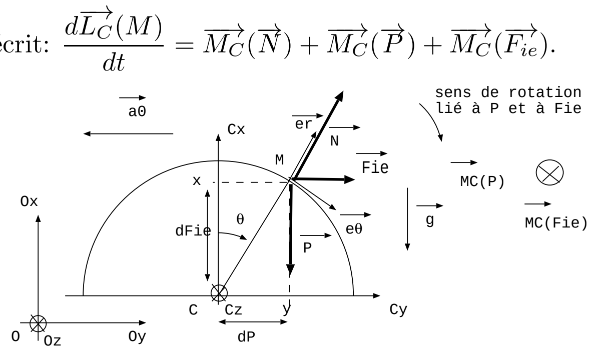
**6.** Dans $\mathcal{R}'$ le TMC appliqué à $M$ par rapport à $C$ s'écrit: $\dfrac{d\overrightarrow{L_C}(M)}{dt} = \overrightarrow{M_C}(\overrightarrow{N}) + \overrightarrow{M_C}(\overrightarrow{P}) + \overrightarrow{M_C}(\overrightarrow{F_{ie}})$.

avec $\overrightarrow{L_C}(M) = \overrightarrow{CM} \Lambda m\overrightarrow{v}(M)_{\mathcal{R}'} = R\overrightarrow{e_r} \Lambda mR\dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta} = mR^2\dot{\theta}\overrightarrow{e_z}$

avec $\overrightarrow{M_C}(\overrightarrow{N}) = \overrightarrow{0}$ car $\overrightarrow{N}$ est incapable de faire tourner $M$ autour de $C$

avec $\overrightarrow{M_C}(\overrightarrow{P}) = +mgR\sin\theta\overrightarrow{e_z}$

avec $\overrightarrow{M_C}(\overrightarrow{F_{ie}}) = +ma_0R\cos\theta\overrightarrow{e_z}$




On a donc $mR^2\ddot{\theta} = +mgR\sin\theta + ma_0R\cos\theta$ soit $\ddot{\theta} = \dfrac{g}{R}\sin\theta + \dfrac{a_0}{R}\cos\theta$.

**7.** **7.a.** On a $\theta(t+dt) = \theta(t) + \dot{\theta}(t)dt$ et $\dot{\theta}(t+dt) = \dot{\theta}(t) + \ddot{\theta}(t)dt$

**7.b.** La quantité $C$ représente $\ddot{\theta} = \frac{g}{R}\sin\theta + \frac{a_0}{R}\cos\theta$.

On reconnaît ligne 10, la relation de récurrence $\dot{\theta}(t_{i+1}) = \dot{\theta}(t_i) + \ddot{\theta}(t_i)dt$: la liste $l2$ contient les valeurs de $\dot{\theta}$.

On reconnaît ligne 12, la relation de récurrence $\theta(t_{i+1}) = \theta(t_i) + \dot{\theta}(t_i)dt$: la liste $l1$ contient les valeurs de $\theta$.

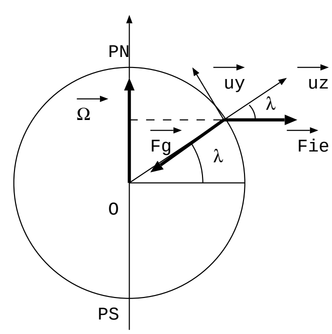
ligne 13: la courbe 1 représente $\theta$ en fonction du temps.

ligne 18: la courbe 2 représente $v = R\dot{\theta}$ en fonction de $\theta$.

**7.c.** La simulation sur la courbe 1 dure $t_f = 0,5\ s$. Or la simulations comprend $N$ points avec un échantillon $dt$ soit $t_f = Ndt$ donc $dt = \dfrac{t_f}{N} = \dfrac{0,5}{100} = 5\ ms$.

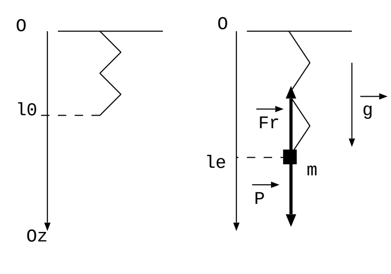
## III. **Se peser sur Terre et dans l'espace (extrait de E3A MP 2025)**

**1.** Le référentiel terrestre est en rotation uniforme de vecteur $\overrightarrow{\Omega}$ dans le référentiel géocentrique donc il n'est pas galiléen et la force d'inertie d'entraînement s'écrit $\overrightarrow{F}_{ie} = m\Omega^2\overrightarrow{HM} = m\Omega^2 R_T\cos\lambda(\cos\lambda\overrightarrow{u_z} - \sin\lambda\overrightarrow{u_y})$. La force d'interaction gravitationnelle avec la Terre s'écrit $\overrightarrow{F}_g = -\dfrac{\mathcal{G}M_Tm}{R_T^2}\overrightarrow{u_z}$.



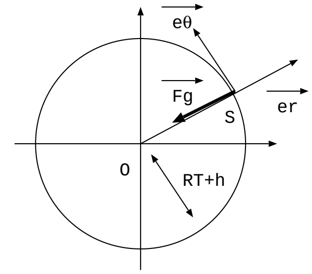

**2.** AN: $F_g = \frac{\mathcal{G}M_Tm}{R_T^2} = 733\ N$ et $F_{ie} = m\Omega^2R_T\cos\lambda = 1,68\ N$. On conclut que le poids, avec une bonne précision, est égal à la force d'attraction gravitationnelle de la Terre. On peut négliger la force d'inertie d'entraînement.

**3.** On suspend un ressort au plafond et on accroche à son extrémité une masse $m$. A vide, le ressort a pour longueur $l_0$ et en présence de la masse la longueur du ressort est $l_e = l_0 + \dfrac{mg}{k}$ où $k$ est la constante de raideur du ressort. Ainsi on peut déduire de l'allongement du ressort la masse $m$ de l'objet par $m = \dfrac{k\Delta l}{g}$.




En effet à l'équilibre, la masse subit son poids $\overrightarrow{P} = mg\overrightarrow{e_z}$ et la force de rappel élastique $\overrightarrow{F_r} = -k(l_e - l_0)\overrightarrow{e_z}$ soit $\overrightarrow{0} = mg\overrightarrow{e_z} - k(l_e - l_0)\overrightarrow{e_z}$.

**4.** Dans le référentiel géocentrique supposé galiléen, l'ISS subit la force gravitationnelle $\overrightarrow{F_g} = -\mathcal{G}\dfrac{M_S M_T}{(R_T+h)^2}\overrightarrow{e_r}$. La RFD appliquée à l'ISS s'écrit $M_S\overrightarrow{a} = M_S(-\dfrac{v^2}{(R_T+h)}\overrightarrow{e_r} + \dfrac{dv}{dt}\overrightarrow{e_\theta}) = -\mathcal{G}\dfrac{M_S M_T}{(R_T+h)^2}\overrightarrow{e_r}$.




En projection sur $\overrightarrow{e_\theta}$ on en déduit que la vitesse est constante.

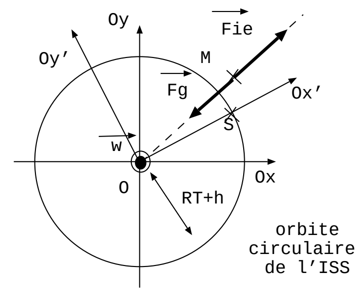
En projection sur $\overrightarrow{e_r}$, on trouve $\dfrac{v^2}{(R_T+h)} = \mathcal{G}\dfrac{M_T}{(R_T+h)^2}$ donc $v = \sqrt{\dfrac{\mathcal{G}M_T}{R_T+h}}$.

**5.** AN: $v = \sqrt{\dfrac{\mathcal{G}M_T}{R_T+h}} = 7,67\ km.s^{-1} = 27,6.10^3\ km.h^{-1}$.

La période de l'ISS est $T = \dfrac{2\pi(R_T+h)}{v} = 2\pi\sqrt{\dfrac{(R_T+h)^3}{\mathcal{G}M_T}} = 5,57.10^3\ s = 1\ h\ 33\ min$.

La vitesse angulaire de rotation de l'ISS est $\omega = \dfrac{v}{R_T+h} = \sqrt{\dfrac{\mathcal{G}M_T}{(R_T+h)^3}} = 1,13.10^{-3}\ rad/s$.

**6.** Le référentiel lié à l'ISS est en rotation de vecteur rotation $\overrightarrow{\omega} = \omega\overrightarrow{e_z}$ dans le référentiel géocentrique. Il n'est donc pas galiléen. Le point $M$ subit dans ce référentiel la force gravitationnelle de la Terre $\overrightarrow{F_g} = -\mathcal{G}\dfrac{mM_T}{OM^2}\overrightarrow{u}$ et la force d'inertie d'entraînement $\overrightarrow{F_{ie}} = m\omega^2\overrightarrow{OM} = m\dfrac{\mathcal{G}M_T}{(R_T+h)^3}\overrightarrow{OM}$ (ici le projeté orthogonal de $M$ sur l'axe de rotation $Oz$ est confondu avec $O$).




Quand $M = S$ on a $OM = OS = R_T + h$ et la somme des forces est nulle on dit que le spationaute est en impesanteur.

**7.** La méthode de la question 3 ne peut pas s'appliquer car le spationaute dans l'ISS subit la force gravitationnelle de la Terre, la force d'inertie d'entrainement (la force de Coriolis est nul car le spationaute est immobile dans l'ISS) et la force de rappel élastique. Comme on l'a vu dans la question précédente, la force gravitationnelle et la force d'inertie se compensent donc le spationaute ne subit que la force de rappel élastique. Donc à l'équilibre, la longueur du ressort est égale à sa longueur à vide.

**8.** Dans le référentiel lié à l'ISS, comme on l'a expliqué dans la question précédente, la force gravitationnelle et la force d'inertie se compensent donc le spationaute ne subit que la force de rappel élastique.

$m\overrightarrow{a} = m\ddot{z}\overrightarrow{e_z} = -k(z-l_0)\overrightarrow{e_z}$ d'où l'équation différentielle $\ddot{z} + \dfrac{k}{m}z = \dfrac{kl_0}{m}$. C'est un oscillateur harmonique de pulsation $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ soit de période $T = \dfrac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$.

**9.** Dispositif à vide $m = m_1$ soit $T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_1}{k}}$.

Dispositif en présence du spationaute soit $m = m_1 + m_2$ soit $T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_1+m_2}{k}}$.

On a donc $\dfrac{T_2}{T_1} = \sqrt{\dfrac{m_1+m_2}{m_1}} = \sqrt{1+\dfrac{m_2}{m_1}}$ donc $m_2 = m_1((\dfrac{T_2}{T_1})^2 - 1) = 73\ kg$.

**10.** L'impesanteur fait que le spationaute flotte, il doit se solidariser du système pour que ça fonctionne.