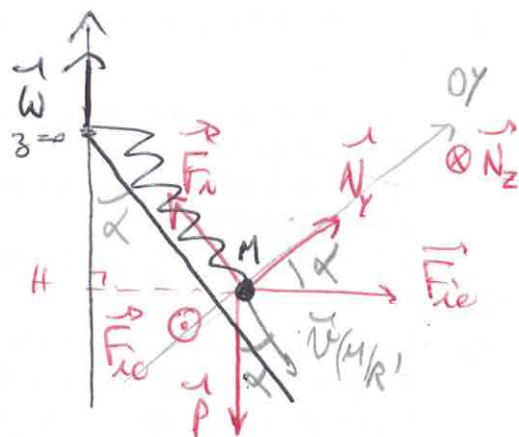


Ressort en rotation

1) R' est en rotation dans R donc R' n'est pas galiléen. Dans R' , M subit

- « son poids $\vec{P}$
- « la force de rappel élastique $\vec{F}_r$
(ici $\vec{F}_r$ selon $-Ox$ car le ressort est étiré)
- « la réaction du support $\vec{N}$
(perpendiculaire au support car il n'y a pas de frottement, donc $\vec{N}$ est selon Ox)



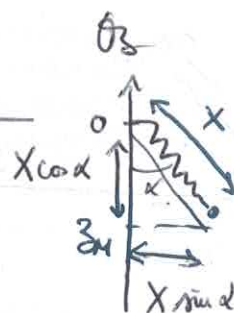
« force d'inertie d'entraînement : $\vec{F}_{ie} = +m\omega^2 \vec{OM}$

« force d'inertie de Coriolis : $\vec{F}_{ic} = -2m \vec{\omega} \wedge \vec{v}(M/R)$
⚠ force inertielle

2) $\vec{P}$, $\vec{F}_r$ et $\vec{F}_{ie}$ sont des forces conservatives telles que :

$$G_p = +mgz_M - \frac{m\omega^2}{2} OM^2 + \frac{k}{2} (l - l_0)^2$$

(z_M) ↑ vers le haut



ici $z_M = -x \cos \alpha < 0$. $OM = x \sin \alpha$ — $l = x$

soit $G_p = -mgx \cos \alpha - \frac{m\omega^2}{2} x^2 \sin^2 \alpha + \frac{k}{2} (x - l_0)^2$

$\vec{N}$ et $\vec{F}_{ic}$ sont perpendiculaires au mouvement donc elles ne travaillent pas le système est donc conservatif et son énergie mécanique est constante

soit $E_m = \frac{m\dot{x}^2}{2} - mgx \cos \alpha - \frac{m\omega^2}{2} x^2 \sin^2 \alpha + \frac{k}{2} (x - l_0)^2$

$$\frac{dE_m}{dt} = m\dot{x}\ddot{x} - mg\dot{x} \cos \alpha - m\omega^2 x\dot{x} \sin^2 \alpha + k(x - l_0)\dot{x} = 0$$

soit $\ddot{x} + \left(\frac{k}{m} - \omega^2 \sin^2 \alpha \right) x = \frac{k l_0}{m} + g \cos \alpha$

par identification avec l'énoncé : $\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$$\omega_1^2 x_1 = \frac{k x_1}{m} = \frac{k l_0}{m} + g \cos \alpha$$

soit $x_1 = l_0 + \frac{mg \cos \alpha}{k}$

3) L'équation différentielle trouvée est celle d'un oscillateur harmonique pour $\frac{k}{m} - \omega^2 \sin^2 \alpha > 0$. Dans ce cas, la pulsation propre de l'oscillateur harmonique est : $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m} - \omega^2 \sin^2 \alpha}}$

L'énoncé nous donne la période propre des oscillations soit $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$

d'où $\boxed{\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}} = 2,1 \text{ rad.s}^{-1}$. On peut en déduire ω , vitesse de rotation

de la tige par : $\omega_0^2 = \frac{k}{m} - \omega^2 \sin^2 \alpha$ soit $\boxed{\omega = \sqrt{\frac{\frac{k}{m} - \omega_0^2}{\sin^2 \alpha}}}$

Alors $\omega = 13,5 \text{ rad.s}^{-1}$

Lorsque la tige tourne très vite, la force d'inertie d'entraînement (force centrifuge) l'emporte et empêche M d'osciller. Dans l'équation différentielle pour $\frac{k}{m} - \omega^2 \sin^2 \alpha < 0$, ce n'est plus un oscillateur harmonique.

Donc M cesse d'osciller pour $\boxed{\omega > \sqrt{\frac{k}{m \sin^2 \alpha}}}$