

CONCOURS D'ADMISSION

A

L'ECOLE DE L'AIR

CONCOURS MP

COMPOSITION DE SCIENCES PHYSIQUES / CHIMIE
--

Durée : 3 heures
Coefficient : 10

L'attention des candidats est attirée sur le fait que la notation tiendra compte du soin et de la rigueur apportés dans le travail.
--

A propos de vélo

Ce problème analyse quelques-uns des problèmes que peut se poser un physicien utilisant un vélo. Les différents paragraphes sont indépendants.

I. Frottement des pneus sur le sol :

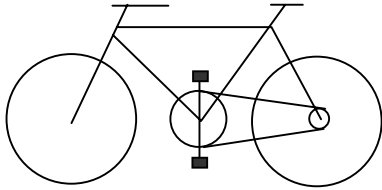


fig.1

Pédale basse : P_B
Pédale haute : P_H

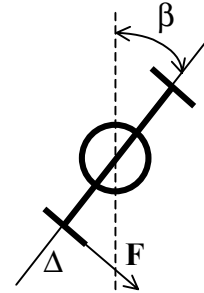


fig.2

Le vélo est supposé maintenu vertical, un expérimentateur accroupi au sol tire P_B vers l'arrière (à droite sur la fig.1) avec une force F : le vélo part vers l'arrière. S'il tire P_H vers l'avant, le vélo part vers l'avant.

Ce comportement pourrait sembler contradictoire avec l'action habituelle du cycliste qui pédale normalement, poussant P_H vers l'avant ou tirant P_B vers l'arrière (avec des cale-pieds, par exemple).

I.1. Expliquer qualitativement (en moins de 6 lignes) la différence entre les deux situations.

I.2. Recenser l'ensemble des forces extérieures (sauf celles, supposées faibles et perpendiculaires au plan de figure qui assurent la verticalité) s'exerçant sur le vélo.

On suppose un coefficient de frottement entre sol et pneu aussi grand que nécessaire. Montrer qu'il existe un angle limite β entre la verticale et la droite Δ qui joint l'axe des pédales au-delà duquel le vélo avance quand un opérateur au sol tire la pédale basse vers l'arrière, F restant perpendiculaire à Δ (fig.2). On pensera à introduire T_{ens} , tension de la chaîne, et on notera :

R_p le rayon du pédalier (roue dentée solidaire des pédales)

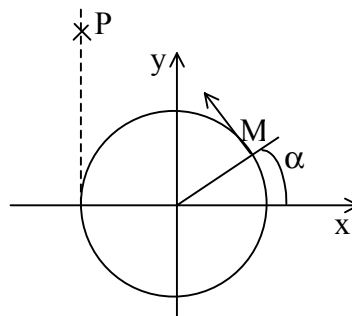
R_g le rayon du pignon (roue dentée solidaire de la roue arrière)

R_e la demi-distance entre les axes des pédales

R_r le rayon de la roue

A.N.: calculer β pour: $R_p = 9 \text{ cm}$; $R_g = 4 \text{ cm}$; $R_e = 12 \text{ cm}$; $R_r = 35 \text{ cm}$.

II. Arrosage du dos sur route mouillée :



Soit R_0 le référentiel (Oxy), de directions fixes par rapport à la Terre, dont le centre O coïncide avec celui de la roue arrière.

Le vélo avance à la vitesse constante V_0 vers la gauche.

II.1. Dans le référentiel R_0 que vaut la norme de la vitesse d'un point du pneu ?

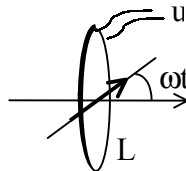
II.2. Donner, en fonction du temps t et de l'angle α , les expressions des coordonnées d'une goutte qui quitte le pneu tangentiellement au point M tel que $\alpha = (\mathbf{u}_x, \mathbf{OM})$. On néglige la résistance de l'air.

II.3. On veut savoir si le point $P(-R, 2R)$ peut être arrosé. Montrer qu'il existe une condition sur V_0 pour que le point P puisse appartenir à l'une des trajectoires trouvées au II.2 ; on pourra poser :

$$Q = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

II.4. Si $V_0^2 \gg gR$, montrer qu'il existe deux angles α , paramètres de trajectoires qu'on déterminera, pour lesquels le point P est arrosé. Montrer que l'un d'entre eux ne dépend pas de V_0 (toujours supposé grand) ; le calculer numériquement.

III. Dynamo (en fait, alternateur) :



La roue arrière porte un petit alternateur constitué d'un aimant permanent de moment magnétique $\mathbf{M}$ (c'est-à-dire qu'il a les mêmes propriétés, pour les actions subies ou créées, qu'un petit circuit électrique de moment $\mathbf{M} = I\mathbf{S}$), entraîné en rotation de vitesse angulaire ω au centre d'une bobine circulaire. $\mathbf{M}$ reste constamment dans le plan de la figure, lui-même perpendiculaire au plan de la bobine et fait donc avec l'axe de celle-ci l'angle ωt .

Les caractéristiques de la bobine sont : N spires circulaires de rayon a , épaisseur négligeable, inductance propre L et résistance électrique r_b négligeable.

L'aimant est mis en rotation en étant solidaire d'un cylindre moleté de rayon R_m qui frotte sans glisser en un point du pneu de rayon qu'on confondra avec le rayon de la roue R_r .

Pour les applications numériques, on prendra : $R_m = 1 \text{ cm}$; $R_r = 35 \text{ cm}$; $L = 20 \text{ mH}$; $M = 4 \text{ A.m}^2$; $N = 100$; $a = 1.5 \text{ cm}$

III.1. Fonctionnement à vide :

a. Exprimer ω en fonction de la vitesse V_0 du vélo.

b. Exprimer la f.é.m $u(t)$ qui apparaît aux bornes de l'alternateur, non connecté, en fonction de ω , M , N et a . (On pourra calculer, comme intermédiaire, le coefficient d'inductance mutuelle entre la bobine et un petit circuit de moment $\mathbf{M}$). Faire apparaître l'amplitude U de $u(t)$ sous la forme $U = K.\omega$.

A.N.: Calculer K et remplir les 3 premières colonnes du tableau donné en fin de paragraphe III.

III.2. Fonctionnement en charge:

On ferme maintenant le circuit de l'alternateur par une ampoule de résistance électrique r_a supposée pour l'instant constante. Exprimer l'amplitude I de l'intensité et sa valeur efficace I_{eff} .

A.N. On prendra $r_a = 25 \Omega$

Remplir alors la 4^{ème} colonne du tableau donné en fin de paragraphe.

III.3. Amélioration du modèle :

a. Les pertes diverses dans les matériaux, en particulier magnétiques, font que l'amplitude U de la f.é.m produite par l'alternateur varie moins vite que prévu avec ω . L'étude expérimentale de U en fonction de ω , par exemple par construction de $\log(U)$ en fonction de $\log(\omega)$ conduisent à retenir la loi:
 $U = 0,066 \cdot \omega^{0,7}$

Par ailleurs, la résistance de l'ampoule (filament de tungstène) n'est pas du tout constante.

Quelle méthode proposeriez vous pour étudier $r_a(I)$?

Quelles lois physiques régissent l'équilibre thermique de l'ampoule?

L'étude expérimentale conduit à adopter pour l'évolution de r_a dans le domaine qui nous intéresse:

$$r_a = 52 \cdot I \quad (I \text{ en ampères, } r_a \text{ en } \Omega)$$

b. A partir de ces deux lois expérimentales (L gardant sa valeur précédente), on cherche l'expression de I en fonction de ω .

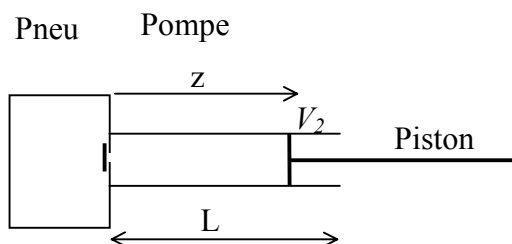
On pose $Q = I^2$; montrer que Q est la solution d'une équation du second degré dans laquelle ω apparaît comme paramètre.

Calculer Q , puis I pour les valeurs de ω du tableau ci-dessous que l'on terminera.

Montrer qu'on ne peut pas "griller" une ampoule, même en roulant très vite.

V_o en km.h^{-1}	V_o en m.s^{-1}	ω de l'alternat.	U à vide	I (modèle III.2)	U réel (III.3)	I réel (III.3)
3,6						
7,2						
14,4						
28,8						

IV. Gonflage des pneus :



Le pneu est supposé de volume constant (son enveloppe caoutchoutée est armée de fibres textiles très peu extensibles) et l'air est assimilé à un gaz parfait pour lequel $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ est constant. A la fin du $n^{\text{ième}}$ coup de pompe, la pression y vaut P_n .

La pompe comporte un corps cylindrique, de longueur utile L (course du piston) et de section S . Une valve V_1 , fixée sur le pneu, ne s'ouvre que si la pression dans la pompe excède celle du pneu. La position du piston est repérée par son abscisse z à partir du plan de V_1 . Une autre valve V_2 , solidaire du piston, s'ouvre lorsque le piston va vers les $z > 0$, remplissant alors la pompe d'air à la pression atmosphérique P_o et température T_o et se ferme dès qu'il va vers les $z < 0$ puisqu'alors la pression dans la pompe devient supérieure à la pression ambiante.

A/ Hypothèse d'un pompage isotherme:

On suppose qu'on opère avec une pompe dont le corps est métallique, bonne conductrice de la chaleur et suffisamment lentement pour que les échanges thermiques aient le temps de s'effectuer complètement

IV.1. On donne le $n^{\text{ième}}$ coup de pompe (la pression initiale dans le pneu est donc P_{n-1}). Pour quelle position du piston, décrite par z_n , la valve V_1 s'ouvre-t-elle?

IV.2. On achève, jusqu'à $z=0$ le coup de pompe ; que vaut la pression P_n à l'issue de ce $n^{\text{ième}}$ coup ? On établira une relation de récurrence entre P_n et P_{n-1} , puis on donnera l'expression de P_n en fonction du nombre n de coups déjà donnés.

IV.3. Combien de coups de pompe faut-il, partant de P_0 pour arriver à la pression finale P_f ?

A.N.: $S = 3 \text{ cm}^2$; $L = 30 \text{ cm}$; le volume du pneu est celui d'un tore à section circulaire dont le diamètre 2,5 cm est faible devant le rayon moyen 34 cm; $P_0 = 1 \text{ bar}$; $P_f = 4 \text{ bar}$.

B/ Hypothèse d'un pompage adiabatique :

On suppose maintenant que le corps de pompe est en polymère isolant et que le pompage est suffisamment rapide pour que les échanges thermiques entre piston et pneu d'une part, air ambiant d'autre part, n'aient pas le temps de s'effectuer. Les évolutions sont supposées néanmoins réversibles. On reprend une partie des calculs précédents avec cette nouvelle hypothèse.

IV.4. Pour le $n^{\text{ième}}$ coup de pompe, pour quelle position z_n du piston, V_I s'ouvre-t-elle ? Que vaut alors la température $T_{p,n}$ (l'indice p indique qu'il s'agit de la température dans la pompe, n de la fin du $n^{\text{ième}}$ coup de pompe) de l'air comprimé dans la pompe ? On exprimera z_n et $T_{p,n}$ en fonction de P_{n-1} et d'autres paramètres.

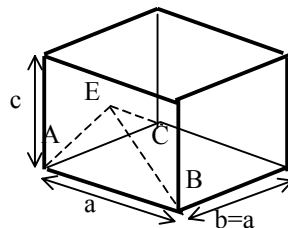
IV.5. V_I met alors en communication l'air déjà contenu dans le pneu, à la pression P_{n-1} et température T_{n-1} , avec celui de la pompe. En supposant que l'échange thermique se fasse très rapidement, dès l'ouverture de V_I , donc à volume global constant, quelle est la température T_n que prend l'ensemble, en fonction de P_0 , P_{n-1} , T_0 , T_{n-1} et des paramètres géométriques.

IV.6. On achève le coup de pompe jusqu'à $z = 0$. Établir une relation de récurrence entre P_n et P_{n-1} .

V. Évitement de la corrosion :

V.I. Utilisation du titane pour la construction du cadre :

On trouve le titane sous deux formes cristallines Ti_α et Ti_β



a. Ti_α correspond à l'empilement hexagonal compact dont on rappelle le schéma avec des notations habituelles. A,B,C,E est donc un tétraèdre régulier. Connaissant la valeur de a , côté du losange qui apparaît dans la maille élémentaire, calculer c , distance entre deux plans analogues ainsi que le rayon de l'atome de titane pour Ti_α .

Calculer, toujours en fonction de a , le volume de la maille élémentaire. Combien contient-elle d'atomes ? Donner l'expression de a en fonction de la masse volumique, de la masse molaire atomique et du nombre d'Avogadro.

A.N. Masse volumique $\mu_{Ti_\alpha} = 4,503 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$. $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$

Masse molaire atomique de Ti = $47,9 \text{ g.mol}^{-1}$

b. Ti_β est l'empilement cubique centré ; Le côté du cube vaut $d = 0,332 \text{ nm}$.

Définir et calculer la compacité de cet empilement. Calculer le rayon de l'atome pour Ti_β et la masse volumique du métal.

c. La transformation $Ti_\alpha \Leftrightarrow Ti_\beta$ peut s'effectuer à haute température. Par comparaison des masses volumiques, prévoir dans quel sens se déplace l'équilibre si on augmente la pression.

Le titane n'est pas corrodé s'il se forme à sa surface une couche protectrice imperméable d'oxyde TiO_2 . Celle-ci se forme si le volume molaire de l'oxyde est supérieur à celui du métal.

Justifier par ces données la passivation du métal.

On donne la masse volumique de l'oxyde : $\mu_{TiO_2} = 4,26 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$.

V.2. Utilisation d'un cadre en acier galvanisé :

On peut aussi utiliser un cadre en acier (assimilé du point de vue électrochimique à du fer) recouvert d'une fine pellicule de zinc. Si une rayure endommage la couche protectrice de zinc et met à nu l'acier, analyser les différents échanges qui s'effectuent en air humide au niveau de la micro-pile ainsi formée. Faire un schéma très clair où apparaissent, pour la micro-pile: les pôles + et - , les réactions d'échanges au niveau des électrodes, le sens du courant électrique.

On donne les potentiels standards des couples rédox :

$$E^\circ_{Zn^{2+}/Zn} = - 0,76 \text{ V}$$

$$E^\circ_{Fe^{2+}/Fe} = - 0,44 \text{ V}$$