

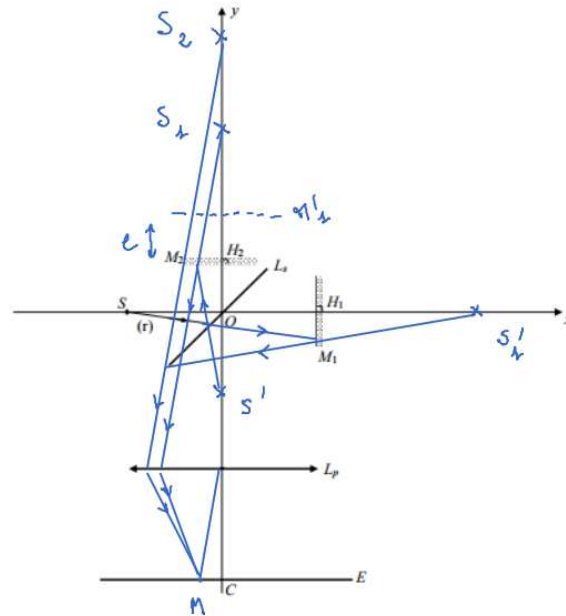
## Correction DS4

## I. Michelson

1.  $L_s$  est composé d'une lame semi-réfléchissante composée d'une lame de verre d'épaisseur  $d$  et d'indice  $n$  sur laquelle on a réalisé un dépôt métallique: c'est la lame séparatrice, et d'une lame de verre d'épaisseur  $d$  et d'indice  $n$  appelée compensatrice. La lame semi-réfléchissante introduit une différence de marche entre les rayons qui ne suivent pas le même chemin dans l'interféromètre, la lame compensatrice est là pour introduire une différence de marche qui compense celle présente à cause de la séparatrice.

2. On trace le symétrique  $S'$  de  $S$  par  $L_s$  (c'est l'image de  $S$  par le miroir de la lame semi réfléchissante), on en déduit le rayon réfléchi sur  $L_s$ . On trace le symétrique de  $S'$  par  $M_2$  et on en déduit le rayon réfléchi sur le miroir  $M_2$ .

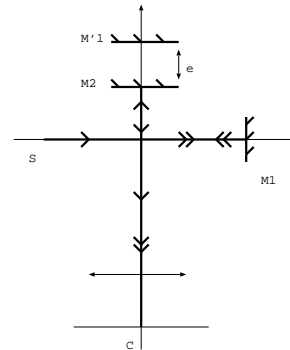
Le rayon qui traverse la lame semi-réfléchissante est réfléchi sur  $M_1$  en passant par  $S'_1$ , image de  $S$  par  $M_1$  ou encore symétrique de  $S$  par le plan de  $M_1$ . Ensuite le rayon réfléchi sur  $M_1$  se réfléchit sur la lame semi réfléchissante, on trouve ce rayon grâce à  $S_1$  image de  $S_1$  par la lame semi réfléchissante.



3. Les rayons sortent parallèles entre eux du Michelson. On trace le rayon auxiliaire parallèle à ces deux rayons et passant par le centre de la lentille (c'est le rayon que j'appelle le rayon magique). Les trois rayons parallèles entre eux convergent sur l'écran en un foyer image secondaire.

4. Les franges sont des cercles, appelés franges d'égale inclinaison. Elles sont localisées à l'infini.

5. Les rayons qui convergent en  $C$  sont ceux issus de  $S$  passant par  $Ox$ . La différence de marche entre ces deux rayons est  $\delta = 2e$ .



6. Les ordres d'interférences s'écrivent  $p_1 = \frac{\delta}{\lambda_1} = \delta\sigma_1$  et  $p_2 = \frac{\delta}{\lambda_2} = \delta\sigma_2$ .

7. Chaque longueur d'onde donne son propre système de franges et à l'écran on observe la superposition de ces deux systèmes de franges. Lorsque les franges brillantes d'un système (par exemple  $p_1$  entier) se superposent aux franges sombres de l'autre système (par exemple  $p_2$  demi entier), on observe un écran uniformément éclairé, les franges ne sont plus visibles, on dit qu'il y a brouillage.

On a donc brouillage pour  $p_1 - p_2 = k + \frac{1}{2}$  où  $k$  est un entier relatif. Ou encore  $2e_k(\sigma_1 - \sigma_2) = k + \frac{1}{2}$  soit

$$e_k = \frac{k + \frac{1}{2}}{2(\sigma_1 - \sigma_2)} = \frac{k + \frac{1}{2}}{2\Delta\sigma}.$$

On en déduit donc  $D_e = e_{k+1} - e_k = \frac{1}{2\sigma} = 1,39 \text{ cm}$ .

8. Pour  $e = 0$ , c'est le contact optique. Pour  $e_1$ , on observe le premier brouillage, pour  $e_2$ , le second brouillage... et pour  $e_6$  le 6 ième brouillage. D'après l'énoncé  $e_6 - e_1 = \frac{L_0}{160}$  soit  $L_0 = 160(e_6 - e_1) = 160.5D_e = 11,1 \text{ m}$ .

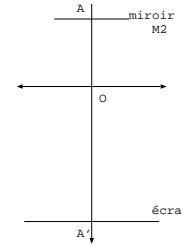
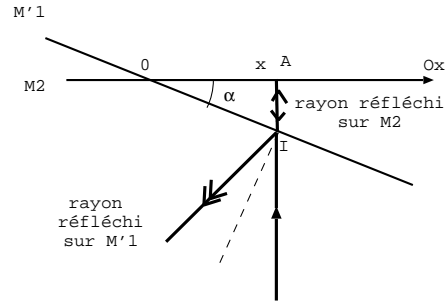
9. Un rayon lumineux entre sa transmission sur le verre semi-argenté et sa réflexion, parcourt une demi diagonale puis 7 diagonales, la longueur d'un bras du Michelson est donc 7,5 fois la diagonale de longueur approchée  $\sqrt{110^2 + 130^2} = 170 \text{ cm}$ . Donc  $L_0 = 7,5.170 = 12,8 \text{ m}$ : c'est de l'ordre de grandeur des 11 mètres trouvés précédemment.

10.

**10.a.** Le rayon incident donne naissance à un rayon réfléchi sur  $M_1$  et un rayon réfléchi sur  $M'_2$ . Les rayons interfèrent en  $I$ , le rayon réfléchi sur  $M_1$  parcourt la distance  $2AI = 2x \tan \alpha$  en plus. La différence de marche est donc  $\delta(x) = 2x \tan \alpha \approx 2\alpha x$ .

L'interfrange s'écrit  $i = x_{k+1} - x_k$  où  $x_k$  est la position de la frange brillante d'ordre  $k$  définie par  $p(x) = \frac{2\alpha x_k}{\lambda} = k$  d'où  $x_k = \frac{k\lambda}{2\alpha}$ . On en déduit donc  $i = \frac{\lambda}{2\alpha}$ .

**10.b.** La lentille réalise l'image du miroir sur l'écran car les franges sont localisées sur les miroirs, on cherche à les observer avec un interfrange plus grand sur l'écran. Sur l'écran on voit les mêmes franges rectilignes que sur les miroirs mais  $|\gamma|$  fois plus grand, où  $\gamma$  est le grandissement de la lentille.



On a  $\overline{OA} = -38 \text{ cm}$  et on applique la relation de conjugaison pour trouver  $\overline{OA'}$  soit  $\overline{OA'} = \frac{\overline{OA}.f'}{\overline{OA} + f'} = 142,5 \text{ cm}$ . On en déduit le grandissement  $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -4$  soit l'interfrange sur les miroirs est 4 fois plus petit que l'interfrange sur l'écran.

$$i_m = \frac{\lambda}{2\alpha} = \frac{i_e}{4} = 0,325 \text{ cm d'où } \alpha = \frac{\lambda}{2i_m} = 9,7.10^{-5} \text{ rad}.$$

**10.c.** En lumière blanche, chaque longueur d'onde de la source donne son propre système de franges et les sources de longueurs d'onde différentes étant non cohérentes, on observe à l'écran la superposition de tous les systèmes de franges. En un point des miroirs certaines longueurs d'onde donnent des franges sombres qui donnent des cannelures dans le spectre soit à résoudre  $p(x) = \frac{2\alpha x}{\lambda} = k$  demi entier.

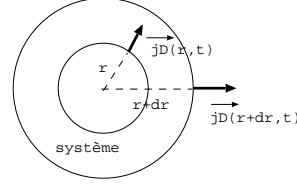
Pour résoudre on fait un encadrement de  $p$ :  $\frac{2\alpha x}{\lambda_{max}} = 5,8 < p < \frac{2\alpha x}{\lambda_{min}} = 9,7$  en prenant  $\lambda_{min} = 450 \text{ nm}$  (pour le bleu) et  $\lambda_{max} = 750 \text{ nm}$  (pour le rouge). Il y a donc 4 cannelures qui correspondent à  $p = 6,5 - 7,5 - 8,5 - 9,5$ .

## II. Diffusion de neutrons

1. La loi de Fick s'écrit  $\vec{j}_D = -D \overrightarrow{\text{grad}} n(r, t) = -D \frac{\partial n}{\partial r} \vec{e}_r$ . Cette loi traduit que la diffusion se fait des fortes vers les faibles densités et qu'elle est d'autant plus efficace que le coefficient de diffusion est grand et que les inhomogénéités de densités sont importantes.

2.

**2.a.** Le volume compris entre les cylindres de rayons  $r$  et  $r + dr$  s'écrit  $d\tau = 2\pi r L dr$  (surface du petit cylindre fois l'épaisseur).



**2.b.** Le nombre de neutrons qui entrent dans le système est le nombre de neutrons qui traversent le cylindre de rayon  $r$  soit  $\delta N_e = j_D(r, t) 2\pi r L dt$ .

Le nombre de neutrons qui sortent du système est le nombre de neutrons qui traversent le cylindre de rayon  $r + dr$  soit  $\delta N_s = j_D(r + dr, t) 2\pi (r + dr) L dt$ .

Le nombre de neutrons dans le système à l'instant  $t$  est  $N(t) = n(r, t) 2\pi r L dr$ .

Le nombre de particules dans le système à l'instant  $t + dt$  est  $N(t + dt) = n(r, t + dt) 2\pi r L dr$ .

Le nombre de neutrons absorbés par le matériau entre  $t$  et  $t + dt$  est  $\delta N_{abs} = K 2\pi r L dr dt$ .

La conservation du nombre de neutrons s'écrit  $N(t + dt) - N(t) = \delta N_e - \delta N_s + \delta N_{abs}$ .

d'où  $n(r, t + dt) - n(r, t) 2\pi r L dr = -(j_D(r + dr, t)(r + dr) - j_D(r, t)r) 2\pi L dt - K 2\pi r L dr dt$ .

avec  $dt$  et  $dr$  petits on fait les DL:  $\frac{\partial n}{\partial t} 2\pi r L dr dt = -\frac{\partial(j_D(r, t)r)}{\partial r} 2\pi L dr dt - K 2\pi r L dr dt$ .

soit  $\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial(j_D(r, t)r)}{\partial r} - K$ .

3. En régime stationnaire  $\frac{\partial n}{\partial t} = 0$  soit  $\frac{1}{r} \frac{\partial(j_D(r, t)r)}{\partial r} = -K$ .

On a donc  $\frac{\partial(j_D(r, t)r)}{\partial r} = -Kr$  soit en primitivant  $j_D(r, t)r = -\frac{Kr^2}{2} + B$  ou encore  $j_D(r, t) = -\frac{Kr}{2} + \frac{B}{r}$ .

En  $r = 0$ ,  $j_D$  diverge. Il faut donc prendre  $B = 0$  pour que  $j_D$  soit défini en tout point.

On a donc  $j_D(r) = -\frac{Kr}{2}$ .

On a  $\frac{dn}{dr} = -\frac{j_D}{D} = +\frac{Kr}{2D}$  d'après la loi de Fick.

On primitive pour trouver  $n$  soit  $n(r) = \frac{Kr^2}{4D} + C$ .

On trouve la constante  $C$  en utilisant la condition aux limites données par l'énoncé  $n(r = R_1) = n_1 = \frac{KR_1^2}{4D} + C$ .

On a donc  $n(r) = n_1 + \frac{K(r^2 - R_1^2)}{4D}$ .

4. La densité de neutrons est minimale sur l'axe du cylindre en  $r = 0$ , on a  $n_{min} = n_1 - \frac{KR_1^2}{4D}$ . Une densité est positive soit il faut  $n_1 > \frac{KR_1^2}{4D}$  ou encore  $K < \frac{4Dn_1}{R_1^2}$ .

### III. Correction: séchage des sols

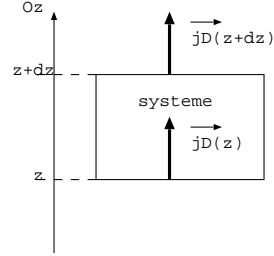
1. Il y a évaporation lorsque les molécules d'eau liquide du sol se transforment en vapeur. Cela se produit lorsque  $P_{ext}$  est inférieure à la pression de vapeur saturante. En effet, lorsque la pression en vapeur d'eau est plus faible que  $P_{sat}$ , des molécules d'eau liquide se vaporisent pour augmenter la pression de la vapeur d'eau pour atteindre la valeur de la pression à l'équilibre,  $P_{sat}(T)$ .

2. Le vent chasse les molécules d'eau vapeur qui sont à la surface du sol, ainsi il y a moins de molécules d'eau vapeur, et l'évaporation augmente pour former de nouvelles molécules d'eau vapeur pour augmenter la pression de vapeur d'eau pour qu'elle atteigne sa valeur à l'équilibre  $P_{sat}(T)$ . Ainsi le sol sèche plus vite.

3. La loi de Fick s'écrit  $\vec{j}_D = -D \vec{\text{grad}} n$  où  $\vec{j}_D$  est le vecteur densité de courant de particules en  $\text{particules.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$ ,  $n$  est la densité particulaire ou le nombre de particules par unité de volume en  $\text{particules.m}^{-3}$  et  $D$  est le coefficient de diffusion en  $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$ .

Le flux de particules s'écrit  $\phi_S(z) = j_D(z, t)S = -D \frac{dn_{vap}}{dz} S$  d'après la loi de Fick.

4. On considère le système élémentaire de surface  $S$  compris entre  $z$  et  $z + dz$ . En régime stationnaire, le nombre de molécules d'eau qui entrent dans ce système est égal au nombre de molécules d'eau qui en sortent entre  $t$  et  $t + dt$ . On a donc  $\phi_S(z)dt = \phi_S(z + dz)dt$  ainsi  $\phi_S$  ne dépend pas de  $z$ .



5. On a  $\phi_S = -D \frac{dn_{vap}}{dz} S = \text{constante}$  donc  $\frac{dn_{vap}}{dz} = \frac{-\phi_S}{DS}$ . On primitive:  $n_{vap}(z) = \frac{-\phi_S z}{DS} + C$ . On trouve la constante  $C$  en appliquant la condition aux limites  $n_{vap}(z_m) = \frac{-\phi_S z_m}{DS} + C$ . On en déduit  $n_{vap}(z) = \frac{-\phi_S(z - z_m)}{DS} + n_{vap}(z_m)$ .

6. On a  $P(z = z_m) = P_{sat}(T)$ . Or la vapeur d'eau est un GP donc on peut appliquer  $P(z = z_m) = P_{sat}(T) = \frac{nRT}{V}$  où  $n$  est le nombre de moles de vapeur d'eau et  $n_{vap}$  est le nombre de molécules d'eau par unité de volume on a donc  $n_{vap} = \frac{n\mathcal{N}_a}{V}$  soit  $P(z = z_m) = P_{sat}(T) = \frac{n_{vap}(z_m)RT}{\mathcal{N}_a}$  soit  $n_{vap}(z_m) = \frac{P_{sat}(T)\mathcal{N}_a}{RT}$ .

7. On remplace dans l'expression de  $n_{vap}(z)$  soit  $n_{vap}(z) = \frac{-\phi_S(z - z_m)}{DS} + \frac{P_{sat}(T)\mathcal{N}_a}{RT}$ .

On applique la loi des GP en  $z = H$  soit  $P(z = H) = \frac{n(z = H)RT}{V}$  avec  $n(z = H)$  est le nombre de moles d'eau en  $z = H$  soit comme précédemment  $n(z = H) = \frac{n_{vap}(z = H)V}{\mathcal{N}_a}$  donc  $P(z = H) = \frac{n_{vap}(z = H)RT}{\mathcal{N}_a}$  avec  $n_{vap}(z = H) = \frac{-\phi_S(H - z_m)}{DS} + \frac{P_{sat}(T)\mathcal{N}_a}{RT}$ .

On obtient donc  $P(z = H) = -\frac{\phi_S(H - z_m)RT}{\mathcal{N}_a DS} + P_{sat}(T)$ .

8. A l'interface air-sol soit en  $z = H$ , la pression de vapeur d'eau est continue soit  $P(z = H) = P_{ext} = -\frac{\phi_S(H - z_m)RT}{\mathcal{N}_a DS} + P_{sat}(T)$ , on en déduit  $\phi_S = \frac{(P_{sat}(T) - P_{ext})\mathcal{N}_a DS}{(H - z_m)RT}$ .

9. Le nombre de molécules d'eau qui traversent la surface  $S$  en  $z = z_m$  entre  $t$  et  $t + dt$  est égal à  $\phi_S dt$ .

Ces molécules d'eau viennent de la zone sol mouillé dans laquelle ces molécules sous forme de liquide se sont vaporisées. A l'instant  $t$ , l'interface sol mouillé-sol sec se trouve en  $z_m$  et A l'instant  $t + dt$ , l'interface sol mouillé-sol sec se trouve en  $z_m + dz_m$  (avec  $dz_m < 0$  car l'interface descend). Ainsi le volume  $-Sdz_m$  est initialement occupé par de l'eau sous forme liquide, ce volume contient  $n_{liq}(-Sdz_m)$  molécules d'eau sous forme liquide qui deviennent vapeur.

On a donc  $\phi_S dt = n_{liq}(-Sdz_m)$  d'où  $\frac{dz_m}{dt} = -\frac{\phi_S}{n_{liq}S} < 0$ : car  $z_m$  diminue au cours du temps.

De plus la diffusion est importante, plus il y a de molécules d'eau qui se vaporisent et donc le sol sèche plus rapidement soit  $z_m$  diminue plus vite ( $\phi_S$  est au numérateur).

De même plus il y a de molécules d'eau liquide dans le sol mouillé, plus ce sera long pour sécher le sol, donc  $z_m$  varie lentement quand  $n_{liq}$  est grand.

10. On combine les deux équations:  $\frac{dz_m}{dt} = -\frac{\phi_S}{n_{liq}S}$  et  $\phi_S = \frac{(P_{sat}(T) - P_{ext})\mathcal{N}_aDS}{(H - z_m)RT}$ . On a donc  $\frac{dz_m}{dt} = -\frac{(P_{sat}(T) - P_{ext})\mathcal{N}_aD}{(H - z_m)RTn_{liq}}$ .

Pour trouver le temps de séchage, on sépare les variables et on intègre entre  $t = 0$  où  $z_m = H$  et  $t = \tau_{sechage}$  où  $z_m = 0$ . Soit:

$$\int_H^0 (z_m - H)dz_m = \frac{(P_{sat}(T) - P_{ext})\mathcal{N}_aD}{RTn_{liq}} \int_0^{\tau_{sechage}} dt.$$

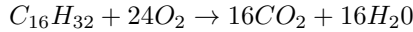
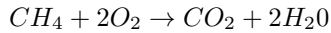
$$\text{avec } \int_0^{\tau_{sechage}} dt = \tau_{sechage}$$

$$\text{avec } \int_H^0 (z_m - H)dz_m = [\frac{z_m^2}{2} - Hz_m]_H^0 = 0 - (\frac{H^2}{2} - H^2) = \frac{H^2}{2}$$

$$\text{On obtient donc pour temps de séchage } \tau_{sechage} = \frac{RTn_{liq}H^2}{2(P_{sat}(T) - P_{ext})\mathcal{N}_aD}.$$

## IV. Turbine à gaz

1. On écrit les réactions de combustion du méthane et du fuel:



Une mole de fuel, produit par sa combustion à une énergie de 7 600 kJ et à un dégagement de 16 moles de  $CO_2$ .

Une mole de méthane, produit par sa combustion à une énergie de 803 kJ et à un dégagement d'une mole de  $CO_2$ .

Je cherche le nombre de moles de méthane qui produit la même énergie que la combustion d'une mole de fuel. Il faut  $\frac{7600}{803} = 9,5$  moles de méthane pour produire la même énergie qu'une mole de fuel. D'après la réaction de combustion, 9,5 moles de méthane produisent 9,5 moles de  $CO_2$ , ce qui est inférieur aux 16 moles de  $CO_2$  produites par le fuel.

Ainsi la combustion du méthane produit moins de  $CO_2$  que la combustion du fuel pour une même énergie libérée.

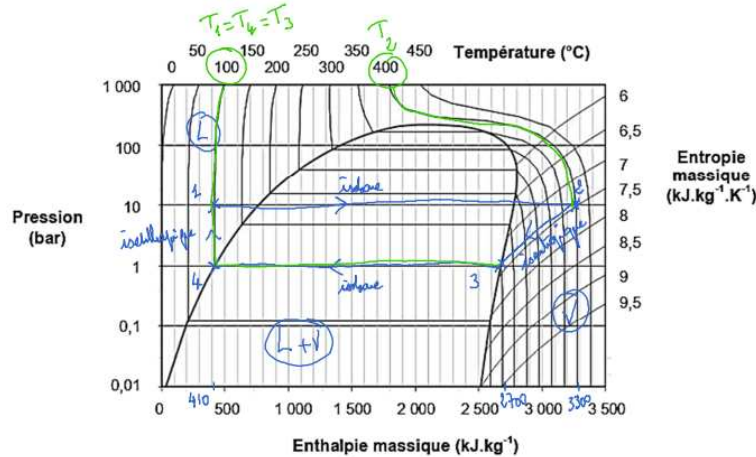
2. On place le point 3 sur la courbe de rosée à 1 bar et le point 4 sur la courbe d'ébullition à 1 bar.

Les points 1 et 2 sur l'isobare 10 bars.

La transformation 2-3 dans la turbine est adiabatique (pas d'entropie échangée) et réversible (pas d'entropie créée), elle est donc isentropique.

La transformation 4-1 est isenthalpique.

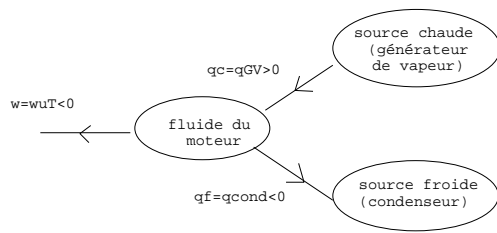
	Point 1	Point 2	Point 3	Point 4
$T (^{\circ}C)$	100	410	100	100
$P (bar)$	10	10	1	1
Etat	liquide	vapeur sèche	vapeur saturante $x_v = 1$	liquide saturant $x_l = 1$
$h(kJ.kg^{-1})$	410	3300	2700	410



3. On applique le premier principe industriel dans la turbine soit pour la transformation 2-3 qui est adiabatique soit:  $h_3 - h_2 = w_{u,23} + q_{23} = w_{uT}$  soit  $w_{uT} = -600 kJ.kg^{-1} < 0$ : le fluide donne du travail pour faire tourner la turbine.

On applique le premier principe industriel dans le générateur de vapeur, transformation 1-2, il ne comprend pas de pièce mobile donc le travail utile est nul soit:  $h_2 - h_1 = w_{u,12} + q_{12} = q_{GV}$  soit  $q_{GV} = +2890 kJ.kg^{-1} > 0$ : le fluide reçoit du transfert thermique pour être vaporisé (contact avec la source chaude).

On applique le premier principe industriel dans le condenseur, transformation 3-4, il ne comprend pas de pièce mobile donc le travail utile est nul soit:  $h_4 - h_3 = w_{u,34} + q_{34} = q_{cond}$  soit  $q_{cond} = -2290 kJ.kg^{-1} > 0$ : le fluide donne du transfert thermique en se condensant (contact avec la source froide).



Le rendement de ce moteur est défini par l'énergie produite sur l'énergie couteuse soit  $r = \frac{-w_{uT}}{q_{GV}} = 0,21$ .

4. La turbine a un rendement de 100 % donc la puissance mécanique qu'elle reçoit (celle qui lui donne le fluide soit  $P_{uT}$ ) et la puissance électrique de la turbine sont égales.

On a donc  $P_{elec} = D_m |w_{uT}|$  soit  $D_m = \frac{P_{elec}}{|w_{uT}|} = 0,42 \text{ kg.s}^{-1}$ .