Chap OM0: les ondes

I. **Généralités**

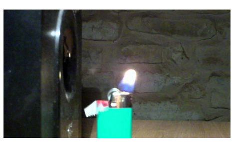
Définition d'une onde:

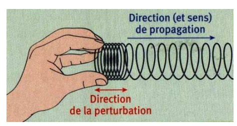
Types d'onde: lorsque les signaux associés à l'onde peuvent se mettre sous forme vectorielle, on distingue deux types d'onde:

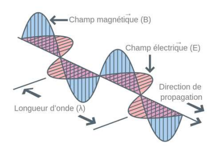
- Les ondes longitudinales pour lesquelles

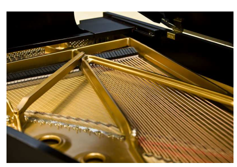
- Les ondes transverses pour lesquelles

Exemples:

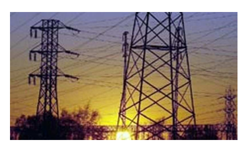








Cas particulier:



.

Equation de propagation: c'est la relation vérifiée par les dérivées partielles de la perturbation $s(x,t)$.

Pour des ondes mécaniques, on trouve l'équation de propagation en

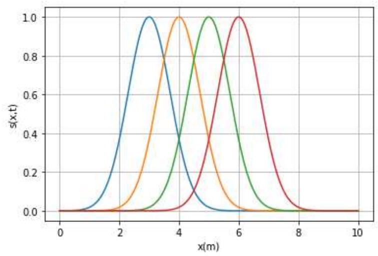
Pour les ondes électromagnétiques, on trouve l'équation de propagation en utilisant les équations de Maxwell.

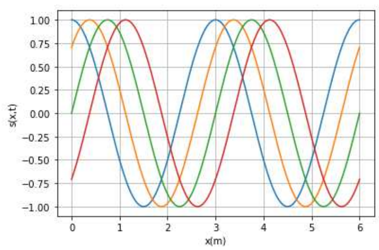
Pour les ondes de courant et de tension, on trouve l'équation de propagation en

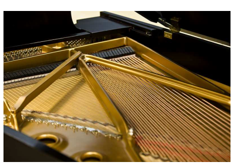
Dans le cas de propagation sans dispersion, l'équation de propagation est l'équation de d'Alembert de la forme:

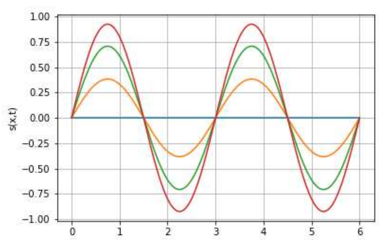
Solutions de l'équation de d'Alembert

Nous étudierons trois types de solution de l'équation de d'Alembert:









II. **Solution en OPP**

1. Définitions

Onde Plane:

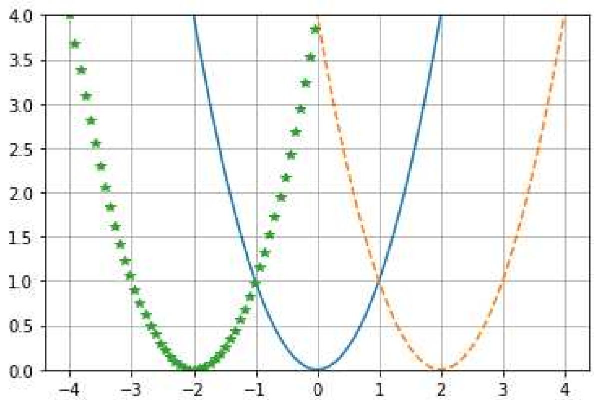
Mathématiquement, une onde plane se reconnaît par le fait que

Onde Progressive:

Ainsi pour une onde se propageant selon $+Ox$, le signal reçu sur le capteur en x à l'instant t est reçu sur le capteur en $x + \Delta x$ à l'instant

Pour une onde se propageant selon $-Ox$, le signal reçu sur le capteur en x à l'instant t est reçu sur le capteur en $x - \Delta x$ à l'instant

Rappel mathématique:



2. Ecriture de $s(x,t)$:

La perturbation d'une OPP^+ qui se propage selon $+Ox$ se met sous la forme

La perturbation d'une OPP^- qui se propage selon $-Ox$ se met sous la forme

Dans le cas général pour une OPP, la solution de l'équation de d'Alembert s'écrit:

Exemples: $s(x,t) = s_0 e^{x-ct}$ ou $s(x,t) = s_0(x+ct)^2$

III. **Solution en OPPH**

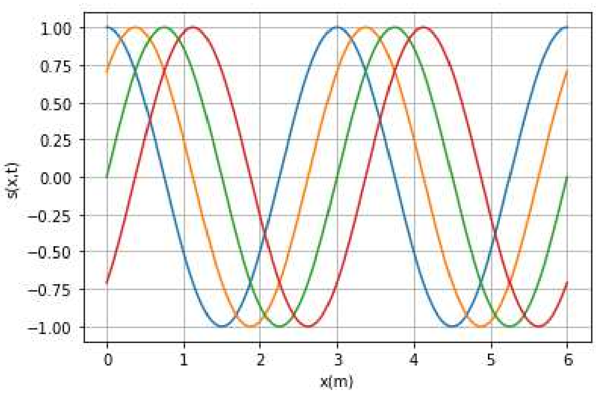
1. Ecriture de $s(x,t)$

On retient qu'une onde progressive harmonique:

- se propageant selon $+Ox$ s'écrit:

- se propageant selon $-Ox$ s'écrit:

Représentation spatiale à différents instants: double périodicité



2. Notation complexe

A la grandeur réelle $s(x,t) = s_0 \cos(\omega t - kx)$ on associe le complexe $\underline{s}(x,t) = s_0 e^{j(\omega t - kx)}$.

Intérêts de la notation complexe :

$\dfrac{\partial \underline{s}}{\partial x} = ...$ $\dfrac{\partial^2 \underline{s}}{\partial x^2} = ...$

$\dfrac{\partial \underline{s}}{\partial t} = ...$ $\dfrac{\partial^2 \underline{s}}{\partial t^2} = ...$

Retour à la notation réelle:

Remarque : les expressions des opérateurs dérivées partielles en notation complexe dépendent du choix de l'expression de l'OPPH.

Pour $\underline{s}(x,t) = s_0 e^{j(kx - \omega t)}$. On a alors:

$\dfrac{\partial \underline{s}}{\partial x} = ...$ $\dfrac{\partial^2 \underline{s}}{\partial x^2} = ...$

$\dfrac{\partial \underline{s}}{\partial t} = ...$ $\dfrac{\partial^2 \underline{s}}{\partial t^2} = ...$

3. Relation de dispersion

La relation de dispersion est la relation entre k et ω. On la trouve en remplaçant la solution en OPPH dans l'équation de d'Alembert:

- en notation réelle:

- en notation complexe:

IV. **Solution en OS**

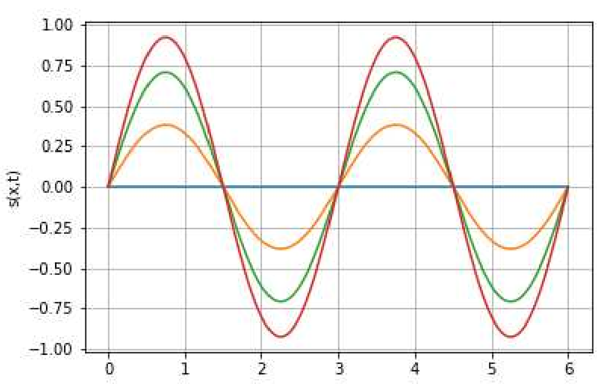
Une onde stationnaire est une onde qui ne se propage pas, dans l'expression du signal

Ecriture de $s(x,t)$**:**

Pour une OS, le signal est de la forme $s(x,t) =$

La relation de dispersion est la relation entre k et ω. On la trouve en remplaçant la solution en OS dans l'équation de d'Alembert:

Représentation spatiale



Une onde OS est caractérisée par des noeuds (points où le signal est nul à tout instant) et des ventres (points où le signal est maximal, en valeur absolue, à tout instant).

Position des noeuds:

Position des ventres:

V. **Choix d'une solution**

Données: $\cos p + \cos q = 2(\cos(\frac{p+q}{2}) + \cos(\frac{p-q}{2}))$ et $\cos a \cos b = \frac{1}{2}(\cos(a+b) + \cos(a-b))$.

Une OPPH peut être vue somme la superposition de deux OS:

Une OS peut être vue comme la superposition de deux OPPH

Les solutions en OPPH et en OS sont donc équivalentes.

Dans le cas d'une onde se propageant dans un espace de taille infinie, on choisit pour solution

Dans le cas d'une onde se propageant dans un espace de taille finie, on choisit pour solution