Rappels sur les filtres

Au sujet des spectres

Le spectre d'un signal comprend:

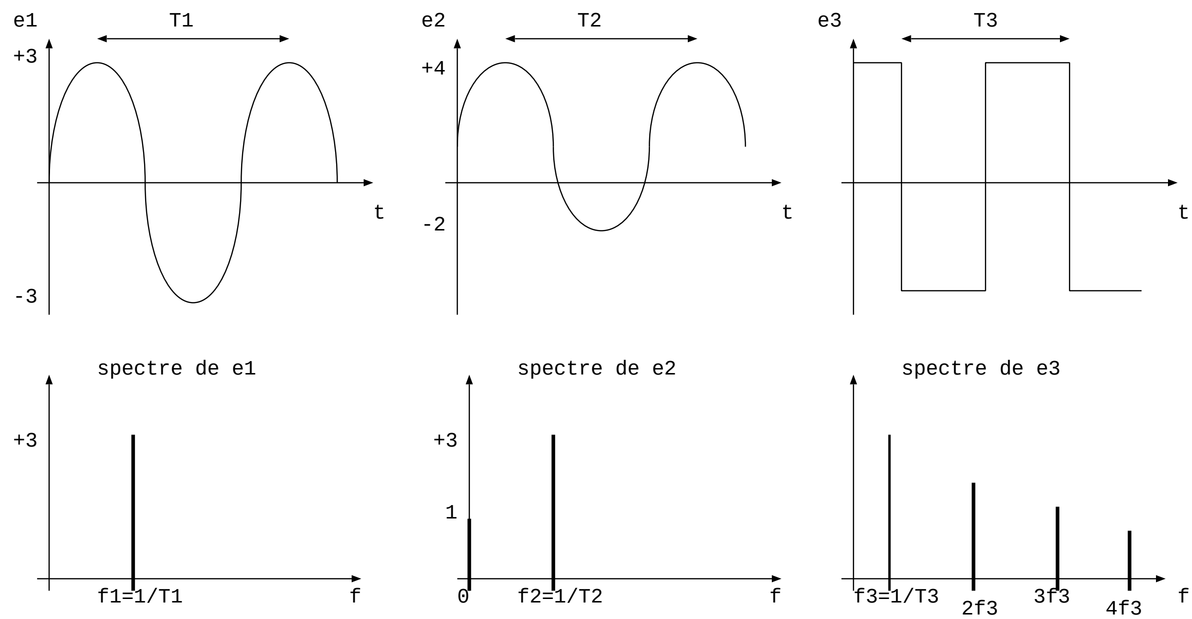
- Un fondamental: pic à la fréquence du signal

- Des harmoniques: pics à des fréquences multiples du fondamental.

A cela peut s'ajouter un pic de fréquence nulle qui correspond à la composante continue ou offset ou valeur moyenne ou décalage.

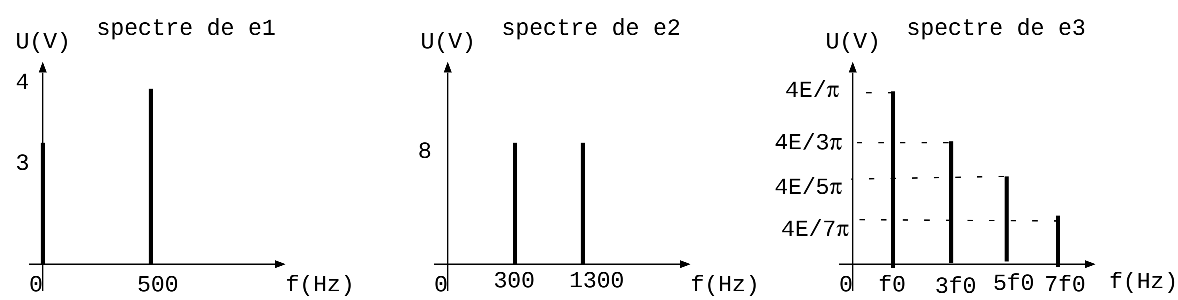
Si le signal est de forme sinusoidale, il ne comprend pas d'harmoniques, s'il n'est pas sinusoidal, il a d'autant plus d'harmoniques que sa forme est différente de la forme d'une sinusoide.

Exemples de spectres tracés à partir de la représentation du signal:



Exemples de spectres tracés à partir de l'expression du signal:

$e_4 = 3 + 4\cos(2\pi 500t)$ $\qquad$ $e_5 = 8(\cos(2\pi 300t) + \cos(2\pi 1300t))$ $\qquad$ $e_6 = \sum_{n=0}^{n\to\infty} \frac{4E}{\pi} \frac{\cos(2\pi(2n-1)t)}{2n-1}$



Pour déterminer la nature d'un filtre

On trace les circuits équivalents à BF et HF en remplaçant bobine et condensateur par un fil (quand $\underline{Z} \to 0$) et par un interrupteur ouvert (quand $|\underline{Z}| \to \infty$).

	condensateur	bobine
impédance	$\underline{Z}_c = \dfrac{1}{jC\omega}$	$\underline{Z}_L = jL\omega$
BF	interrupteur	fil
HF	fil	interrupteur

Pour trouver U_s il faut savoir que:

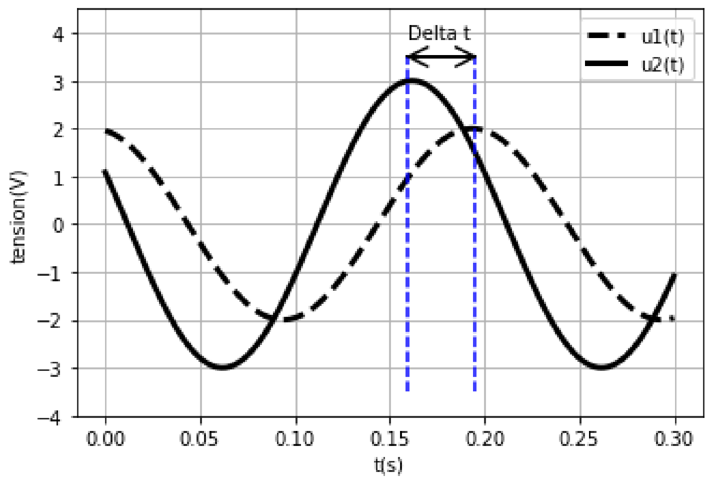
- la tension aux bornes d'un fil est nulle
- la tension aux bornes d'une résistance vaut $U_R = Ri$ en convention récepteur
- pour trouver la tension aux bornes d'un interrupteur ouvert on doit faire une loi de mailles.

Mesure du déphasage entre deux courbes

On détermine le signe du déphasage $\phi_{2/1}$ de U_2 par rapport à U_1:

- U_2 admet son maximum en premier: U_2 en avance sur U_1 donc $\phi_{2/1} > 0$
- U_1 admet son maximum en premier: U_2 en retard sur U_1 donc $\phi_{2/1} < 0$

On mesure le décalage en temps Δt entre les courbes et on convertit en radian pour avoir $\phi_{2/1}$ soit: $|\phi_{2/1}| = \dfrac{2\pi\Delta t}{T} = 2\pi f \Delta t$.



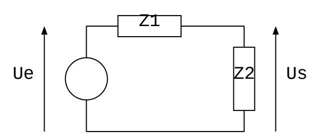
Exemple: on lit $T = 0,19\ s$ et $\Delta t \approx 0,03\ s$, U_2 en retard par rapport à U_1 donc $\phi_{U_2/U_1} = -\dfrac{2\pi 0,03}{0,19} = -1,0\ rad$.

Etablir une fonction de transfert

La fonction de transfert se trouve en utilisant un diviseur de tension:

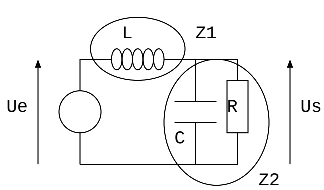
$\underline{U_s} = \dfrac{\underline{Z_2}}{\underline{Z_1} + \underline{Z_2}}\underline{U_e}$

soit $\underline{H} = \dfrac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}} = \dfrac{\underline{Z_2}}{\underline{Z_1} + \underline{Z_2}}$



Remarque importante: quand la tension U_s est aux bornes de plusieurs branches en parallèle, on écrit le diviseur de tension sous la forme $\underline{H} = \dfrac{1}{1 + \underline{Z_1}\frac{1}{\underline{Z_2}}}$ et $\dfrac{1}{\underline{Z_2}}$ est facile à calculer car pour $\underline{Z_a}$ et $\underline{Z_b}$ en parallèle on a $\dfrac{1}{\underline{Z_2}} = \dfrac{1}{\underline{Z_a}} + \dfrac{1}{\underline{Z_b}}$.

Exemple:



$\underline{Z_1} = jL\omega$

$\dfrac{1}{\underline{Z_2}} = \dfrac{1}{R} + jC\omega$

On a donc $\underline{H} = \dfrac{1}{1 + jL\omega(\frac{1}{R} + jC\omega)} = \dfrac{1}{1 - LC\omega^2 + \frac{jC\omega}{R}}$.

Filtre intégrateur ou dérivateur

A partir de la fonction de transfert, on peut vous demander si le filtre est intégrateur ou dérivateur à BF, même question à HF.

On cherche un équivalent de la fonction de transfert à BF (ou à HF) en ne gardant qu'un seul terme (le plus grand en valeur absolue) au numérateur et au dénominateur.

Si on trouve quelque chose de la forme: $\underline{H} = \frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e} = \frac{j\omega}{\omega_0}$ cela implique que $\underline{U}_s = \frac{j\omega \underline{U}_e}{\omega_0}$. La multiplication par $j\omega$ est équivalente à l'opération dérivée par rapport au temps donc en notation réelle $U_s = \frac{1}{\omega_0}\frac{dU_e}{dt}$: c'est un dérivateur puisque la sortie est proportionnelle à la dérivée de l'entrée.

Si on trouve quelque chose de la forme: $\underline{H} = \frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e} = \frac{\omega_0}{j\omega}$ cela implique que $\underline{U}_s = \frac{\omega_0 \underline{U}_e}{j\omega}$. La division par $j\omega$ est équivalente à l'opération primitive par rapport au temps donc en notation réelle $U_s = \omega_0 \int U_e(t)dt$: c'est un intégrateur puisque la sortie est proportionnelle à la primitive de l'entrée.

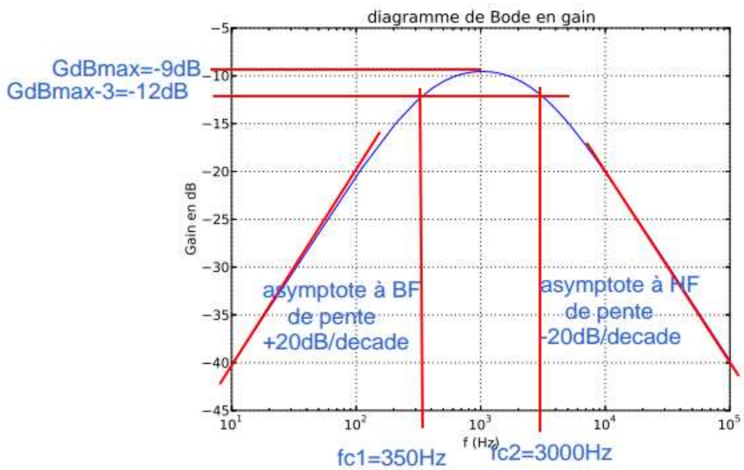
Lire un diagramme de Bode en gain

On demande souvent de déterminer la pente des asymptotes et les fréquences de coupure.

Pour trouver la (ou les) fréquence(s) de coupure. On note la valeur du gain maximal en décibel noté G_{dBmax}, on lit la (ou les) fréquence(s) sur la courbe qui ont un gain égal à $G_{dBmax} - 3\ dB$.

Pour trouver la pente d'une asymptote, on trace cette asymptote: on prend deux points sur cette asymptote distants d'une décade (par exemple de $f = 10\ Hz$ jusqu'à $f' = 100\ Hz$, ou de $f = 1\ kHz$ jusqu'à $f' = 1\ kHz$). On mesure la différence des gains en décibels en ces deux points.

Exemple:



remarque: pour un filtre passe-bande, les fréquences de coupure servent à trouver la valeur du facteur de qualité: On a $Q = \frac{f_0}{f_2 - f_1}$ avec f_0: fréquence de résonance (fréquence pour le gain maximum) et f_1 et f_2: fréquences de coupure.

Utilisation des diagrammes de Bode en phase et en gain

On donne le signal d'entrée sous la forme: $U_e(t) = E\cos(2\pi ft)$.

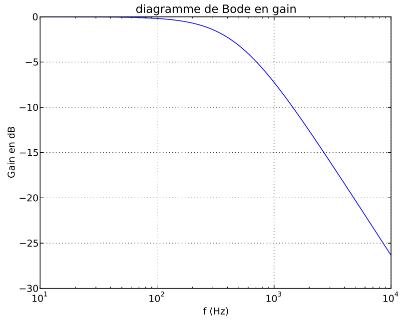
Le signal de sortie est de la forme $U_s(t) = EG(f)\cos(2\pi ft + \phi(f))$.

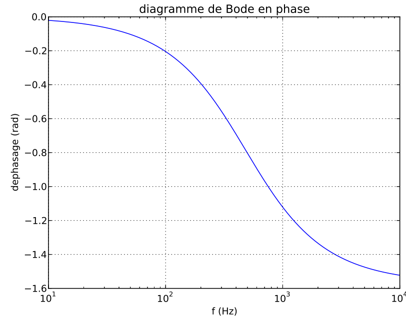
On lit $\phi(f)$ sur le diagramme de Bode en phase, on lit $G_{dB(f)}$ sur le diagramme de Bode en gain et on en déduit $G(f)$ par: $G_{dB}(f) = 20\log G(f)$ soit $G(f) = 10^{G_{dB}(f)/20}$.

Pour un signal d'entrée de la forme $U_e(t) = E_1\cos(2\pi f_1 t) + E_2\cos(2\pi f_2 t)$. On applique la méthode précédente au signal $U_a(t) = E_1\cos(2\pi f_1 t)$ qui donne une tension de sortie $U_{sa} = E_1 G(f_1)\cos(2\pi f_1 t + \phi(f_1))$. De même pour le signal $U_b(t) = E_2\cos(2\pi f_2 t)$, il donne une tension de sortie $U_{sb} = E_2 G(f_2)\cos(2\pi f_2 t + \phi(f_2))$.

On écrit que le filtre est linéaire donc $U_s(t) = U_{sa}(t) + U_{sb}(t)$.

Exemple: on donne $U_e(t) = 3\cos(2\pi 1000t)$





On lit pour $f = 1\ kHz$: $\phi(1\ kHz) = -1,15\ rad$ et $G_{dB} = -7,5\ dB$ soit $G(1\ kHz) = 10^{-7,5/20} = 0,42$.
La tension de sortie s'écrit $U_s(t) = 3.0,42\cos(2\pi 1000t - 1,15)$