Oraux janvier 2026 les ondes

I. Cours: Ondes mécaniques

1. On étudie un milieu dans lequel se propage une onde selon Ox. On note $s(x,t)$ la perturbation associée à cette onde.

1.a. Qu'est-ce qu'une onde transversale? Donner un exemple. Qu'est-ce qu'une onde longitudinale? Donner un exemple.

1.b. Ecrire l'équation de d'Alembert vérifiée par $s(x,t)$.

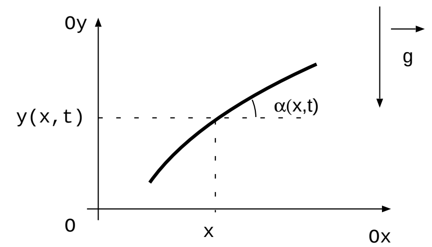
1.c. On appelle c, la célérité de l'onde. Rappeler l'expression de c pour une onde le long d'une corde vibrante de masse linéique μ soumise à la tension T_0. Rappeler l'expression de c pour une onde sonore dans un solide de module d'Young Y et de masse volumique ρ. Commenter.

1.d. Dans quel cas retient-on une solution en onde progressive? une solution en onde stationnaire?

1.e. Ecrire $s(x,t)$ pour une OPPH se propageant selon $+Ox$ avec une amplitude s_0. Ecrire $s(x,t)$ sous la forme d'une OS. Rappeler la relation entre k et ω.

1.f. Qu'appelle-t-on des ventres de vibration? des noeuds de vibration? Donner sans démonstration les distances qui séparent deux noeuds consécutifs, deux ventres consécutifs puis un ventre et un noeud consécutif.

2. On étudie les ondes transversales sur une corde de masse linéïque μ tendue sous l'action de la force de norme T_0. On note $y(x,t)$ la position d'un point de la corde d'abscisse x à l'instant t. On note $\alpha(x,t)$ l'angle que fait la corde par rapport à l'horizontale au point d'abscisse x et à l'instant t. On note $\overrightarrow{T_d}(x,t)$ la force de tension exercée sur le point de la corde placée à l'abscisse x de la part de la corde à sa droite. On néglige le poids. On se place dans l'approximation des petits mouvements transverses.



2.a. Représenter le système élémentaire de corde compris entre x et $x+dx$ et les forces qui s'exercent sur ce système.

2.b. Etablir la relation entre $\alpha(x,t)$ et une dérivée partielle de $y(x,t)$.

2.c. Montrer que la norme de la tension est uniforme sur toute la corde.

2.d. Etablir l'équation de propagation vérifiée par $y(x,t)$.

2.e. Exprimer la célérité des ondes pour une corde de piano cylindrique de masse volumique $\rho = 8000\ kg/m^3$, de rayon a et tendue sous T_0.

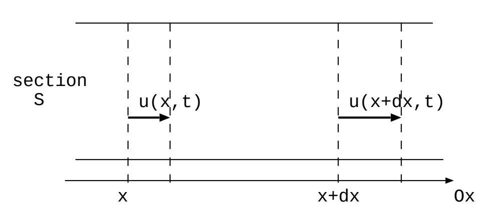
3. Soit une corde de masse linéïque μ et de tension T_0 fixe à ses deux extrémités en $x = 0$ et $x = L$. En régime libre on donne $y(x,t) = y_0 \sin(\omega t)\sin(kx + \phi)$.

De quel type d'onde s'agit-il? Justifier ce choix.

Déterminer la valeur numérique de ϕ et les fréquences propres de cette corde.

Vérifier le résultat en utilisant un raisonnement qualitatif utilisant des schémas.

4. On étudie la propagation d'ondes selon Ox dans un solide de masse volumique ρ et de module d'Young E. On note $u(x,t)$ le déplacement à l'instant t de la section S de solide placée en x. On note $\overrightarrow{F_d}(x,t)$, la force exercée sur la surface S de solide en x à l'instant t par le solide à sa droite. La force suit la loi de Hooke: $\overrightarrow{F_d}(x,t) = ES\dfrac{\partial u}{\partial x}(x,t)\overrightarrow{e_x}$.



4.a. Préciser l'unité du module d'Young. Que dire de deux matériaux de modules d'Young différents tels que $E_1 > E_2$?

4.b. Exprimer l'allongement relatif du système élémentaire de section S compris entre x et $x + dx$ en fonction d'une dérivée partielle de $u(x, t)$.

4.c. Etablir l'équation de propagation vérifiée par $u(x, t)$.

4.d. Donner un ordre de grandeur de la célérité des ondes sonores dans un solide.

5. On note P_0 et μ_0, la pression et la masse volumique du fluide à l'équilibre.

On note $P(x, t) = P_0 + p_1(x, t)$, $\mu(x, t) = \mu_0 + \mu_1(x, t)$ et $\overrightarrow{v_1} = v_1(x, t)\overrightarrow{e_x}$, la pression, la masse volumique du fluide et la vitesse de la tranche de fluide en x à l'instant t en présence d'une onde qui se propage selon $+Ox$. On néglige la pesanteur.

5.a. Rappeler en quoi consiste l'approximation acoustique.

5.b. Justifier l'hypothèse selon laquelle les transformations du fluide sont isentropiques en présence de l'onde. Ecrire la relation entre χ_S, $\mu_1(x, t)$, μ_0 et $p_1(x, t)$.

5.c. Le fluide est supposé sans viscosité et on néglige le poids. Ecrire l'équation d'Euler et en déduire l'équation mécanique reliant $p_1(x, t)$ et $v_1(x, t)$ dans l'approximation acoustique.

5.d. Ecrire l'équation de conservation de la masse. En déduire la relation entre $\mu_1(x, t)$ et $v_1(x, t)$ dans l'approximation acoustique.

5.e. Déduire des équations, l'équation de propagation vérifiée par $p_1(x, t)$. Généraliser cette équation à 3 dimensions.

5.f. Exprimer la célérité des ondes acoustiques dans gaz parfait de température T, de masse molaire M et de coefficient γ. AN pour l'air.

6. On note P_0 et μ_0, la pression et la masse volumique du fluide à l'équilibre.

On note $P(x, t) = P_0 + p_1(x, t)$, $\mu(x, t) = \mu_0 + \mu_1(x, t)$ et $\overrightarrow{v_1} = v_1(x, t)\overrightarrow{e_x}$, la pression, la masse volumique du fluide et la vitesse de la tranche de fluide en x à l'instant t en présence d'une onde qui se propage selon $+Ox$.

6.a. Définir par analogie avec la loi d'Ohm électrique la notion d'impédance acoustique.

6.b. Ecrire l'équation d'Euler et la simplifier dans l'approximation acoustique.

6.c. Soit une onde de surpression de la forme $p_1(x, t) = p_0 \cos(\omega t - kx)$. Préciser la nature de cette onde et déduire de la relation obtenue à partir de l'équation d'Euler, l'expression de l'onde de vitesse $v_1(x, t)$ et l'expression de l'impédance acoustique de cette onde. Que deviennent $p_1(x, t)$ et Z, quand on change le sens de propagation de l'onde?

7. Définir l'intensité acoustique et l'exprimer pour une $OPPH^+$ en fonction de p_m (amplitude de la surpression), μ_0 et c. Que devient l'expression de l'intensité acoustique pour une $OPPH^-$? pour une OS? AN: calculer p_m pour une $OPPH$ d'intensité $I = 10^{-5}\ W.m^{-2}$ se propageant dans l'air à la température $T = 300\ K$ à la pression $P_0 = 10^5\ Pa$.

8. L'intensité en décibel est définie par $I_{dB} = I_0 \log(\frac{|I|}{I_0})$ avec $I_0 = 10^{-12}\ W.m^{-2}$. Une chorale de 10 choristes se produit. Chaque choriste émet une intensité sonore de 50 dB. Calculer l'intensité sonore du choeur en dB.

9. On note $P(x, t) = P_0 + p_1(x, t)$, $\mu(x, t) = \mu_0 + \mu_1(x, t)$ et $\overrightarrow{v_1} = v_1(x, t)\overrightarrow{e_x}$, la pression, la masse volumique du fluide et la vitesse de la tranche de fluide en x à l'instant t en présence d'une onde qui se propage selon $+Ox$. On néglige la pesanteur et on se place dans l'approximation acoustique.

9.a. Le fluide est supposé sans viscosité et on néglige le poids. Ecrire l'équation d'Euler et en déduire l'équation mécanique reliant $p_1(x, t)$ et $v_1(x, t)$.

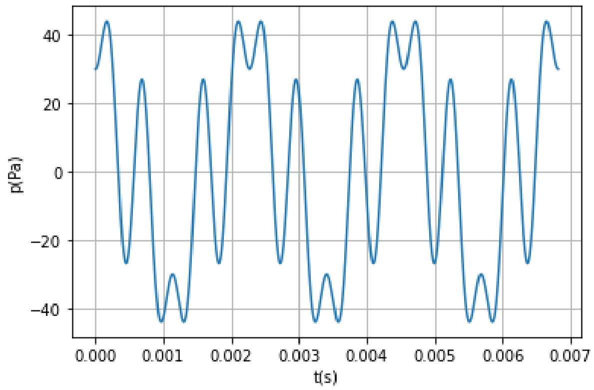
9.b. On étudie une onde de surpression donnée par $p_1(x, t) = p_m \cos(\omega t) \cos(kx + \phi)$. Déterminer l'onde de vitesse associée. Que dire de ces ondes?

9.c. Déterminer de façon qualitative (avec des schémas représentant les ondes de vitesse et de surpression), les fréquences propres d'un tuyau sonore de longueur L : soit ouvert à ses deux extrémités, soit ouvert à une extrémité et fermé à l'autre.

II. **Tuyau sonore**

On donne l'enregistrement d'un tuyau sonore ouvert d'un côté et fermé de l'autre. L'air est à la température $T = 300\ K$ et est assimilé à un gaz parfait de masse molaire $M = 29\ g.mol^{-1}$ tel que $\gamma = 1,4$. Lire la fréquence du son émis et en déduire la longueur de ce tuyau. Proposer l'allure du spectre correspondant.

Réponse: $L = 20\ cm$

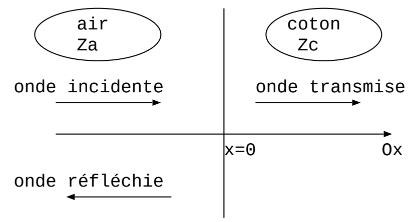


III. **Impulsions ultrasonores**

On rappelle que la célérité du son dans un gaz est $c = \dfrac{1}{\sqrt{\chi_S \rho_0}}$ où χ_S est le coefficient de compressibilité isentropique et ρ_0, la masse volumique du fluide à T_0 et P_0.

1. On note $Z = \rho c$. Que représente Z? Calculer ρ, χ_S et Z pour l'air considéré comme un GP de masse molaire $M = 29\ g.mol^{-1}$ avec $P_0 = 1\ bar$ et $T_0 = 293\ K$.

2. On étudie le dioptre air/coton. On note ρ_a et ρ_c les masses volumiques respectives de l'air et du coton ainsi que c_a et c_c les vitesses de propagation des ondes sonores dans l'air et dans le coton. On note $Z_a = \rho_a c_a$ et $Z_c = \rho_c c_c$ les impédances acoustiques de l'air et du coton. Une onde incidente de surpression $p_i(x,t)$ donne naissance sur le dioptre en $x = 0$ à une onde réfléchie et une onde transmise de surpressions respectives $p_r(x,t)$ et $p_t(x,t)$.

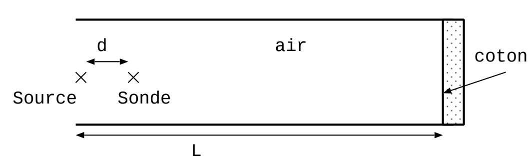


On a $p_i(x,t) = p_0 \cos(\omega t - kx)$, $p_r(x,t) = r p_0 \cos(\omega t + kx)$ et $p_t(x,t) = \tau p_0 \cos(\omega t - k'x)$.

2.a. Donner les expressions de k et k' et des ondes de vitesse $v_i(x,t)$, $v_r(x,t)$ et $v_t(x,t)$ associées aux trois ondes.

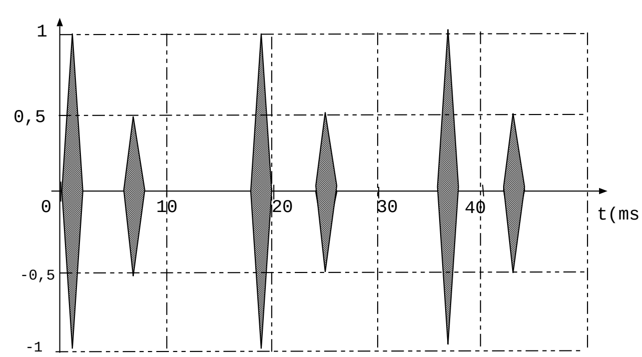
2.b. Ecrire les équations de continuité en $x = 0$ et en déduire les expressions de r et de τ en fonction de Z_a et Z_c.

3. Une source qui émet des impulsions ultrasonores très courtes avec une période $T = 18\ ms$ est placée à l'entrée d'un tuyau sonore cylindrique de longueur $L = 1,1\ m$. Le tuyau est rempli d'air et il est fermé en sortie par du coton. Un oscilloscope affiche une image électrique de la pression sonore reçue par une sonde très petite placée à la distance $d = 10\ cm$ de l'émetteur dans le tuyau. La sonde est sensible à la surpression des ondes.



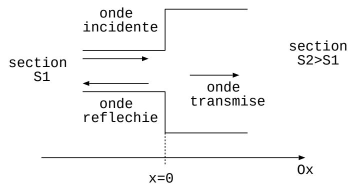
3.a. Déterminer à partir de l'oscillogramme la célérité des ondes ultrasonores dans le tuyau.

3.b. Déterminer l'impédance acoustique du coton en utilisant le coefficient de réflexion r défini précédemment.



Réponses: 1- $Z_a = 412\ SI$ *2-* $r = \dfrac{Z_c - Z_a}{Z_c + Z_a}$ *et* $\tau = \dfrac{2Z_c}{Z_c + Z_a}$ *3-* $c = 333\ m.s^{-1}$ *et* $Z_c = 3Z_a$

IV. **Propagation dans un tuyau de section variable**



On écrit les vitesses particulaires des ondes incidente, réfléchie et transmise: $v_i(x,t) = v_0 \cos(\omega t - kx)$, $v_r(x,t) = v_0 r \cos(\omega t + kx)$ et $v_t(x,t) = v_0 \tau \cos(\omega t - kx)$. r et τ s'appellent les coefficients de réflexion et de transmission en vitesse. On note $Z = \rho c$ l'impédance acoustique de l'air.

1. Ecrire les surpressions des ondes incidente, réfléchie et transmise, $p_i(x,t)$ $p_r(x,t)$ et $p_t(x,t)$.

En déduire

2. Ecrire les deux équations de continuité en $x = 0$. En déduire r et τ en fonction de S_1 et S_2.

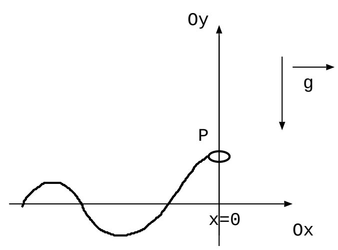
3. Dans le cas particulier où $S_1 >> S_2$, vérifier que le système est équivalent à un tuyau ouvert, donner les valeurs approchées de r et τ et en déduire les expressions des ondes de vitesse et de surpression pour $x < 0$ et $x > 0$. Commenter.

On donne: $\cos p - \cos q = -2\sin(\frac{p+q}{2})\sin(\frac{p-q}{2})$ et $\cos p + \cos q = 2\cos(\frac{p+q}{2})\cos(\frac{p-q}{2})$

Réponses: 2- $\tau = \dfrac{2S_1}{S_1+S_2}$ *et* $r = \dfrac{S_2 - S_1}{S_1+S_2}$ *3-* $p(x,t) = 2Zv_0 \sin(\omega t)\sin(kx)$ *et* $v(x,t) = 2v_0\cos(\omega t)\cos(kx)$

V. **Onde sur une corde**

On considère une corde, de masse linéique μ, tendue sous une tension T_0. L'extrémité de la corde en $x = 0$ est accroché à un anneau qui coulisse sur une tige verticale. Les efforts de pesanteur et la raideur de la corde sont négligés et on se place dans l'approximation des petits mouvements. On note $y(x,t)$ et $\alpha(x,t)$, la hauteur et l'angle que fait la corde avec l'horizontale, au point d'abscisse x à l'instant t.



1. La corde a pour masse volumique $\rho = 1500\ kg.m^{-3}$ et pour diamètre $d = 5\ mm$. Cette corde est tendue sous une tension $T_0 = 10\ N$. Calculer la vitesse des ondes sur cette corde.

2. Donner sans démonstration l'équation différentielle vérifiée par $y(x,t)$ et démontrer la relation entre l'angle $\alpha(x,t)$ (que fait la corde avec l'horizontale au point d'abscisse x à l'instant t) et une dérivée partielle de $y(x,t)$.

Dans toute la suite, sur cette corde se propage une onde de la forme $y(x,t) = y_1\cos(\omega t - kx) + y_2\cos(\omega t + kx)$.

On donne: $\cos p - \cos q = -2\sin(\frac{p+q}{2})\sin(\frac{p-q}{2})$ et $\cos p + \cos q = 2\cos(\frac{p+q}{2})\cos(\frac{p-q}{2})$.

3. Rappeler (sans calcul) la relation entre k et ω. Commenter la forme de $y(x,t)$.

4. Dans cette question, l'anneau est très lourd si bien qu'il reste immobile sur l'axe Ox. Montrer que $y_2 = -y_1$ et en simplifier l'expression de $y(x,t)$. Commenter. On observe que certains points de la corde sont immobiles aux positions $x_1 = -8\ cm$, $x_2 = -15,8\ cm$, $x_3 = -24,1\ cm$. En déduire la fréquence de l'onde.

5. Dans cette question, l'anneau est très léger si bien qu'il se déplace facilement sur la tige. En $x = 0$, la tangente à la corde est horizontale. Montrer que $y_2 = y_1$ et simplifier l'expression de $y(x,t)$. Commenter.

Réponses: 1- $c = 18\ m/s$ 2- $\alpha = \dfrac{\partial y}{\partial x}$ 4- $\lambda = 16\ cm$ et $f = 112\ Hz$