Oraux janvier 2025

I. Correction cours: Ondes mécaniques

1.

1.a. Une onde transversale est telle que la direction de la perturbation est perpendiculaire à la direction de propagation. Exemples: ondes sur une corde, ondes électromagnétiques (la perturbation est le champ électrique et le champ magnétique qui sont perpendiculaires à la direction de propagation).

Une onde longitudinale est telle que les direction de la perturbation et de la propagation sont identiques. Exemples: ondes sonores et ondes sur un ressort.

1.b. En absence de dispersion, l'équation de propagation vérifiée par $s(x,t)$ est l'équation de d'Alembert $\dfrac{\partial^2 s(x,t)}{\partial x^2} - \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 s(x,t)}{\partial t^2} = 0$ où c représente la vitesse de propagation de l'onde.

1.c. Pour une corde: $c = \sqrt{\dfrac{T_0}{\mu}}$. Pour un solide: $c = \sqrt{\dfrac{E}{\rho}}$. Dans les deux cas, les ondes vont d'autant plus vite que le milieu est rigide (T_0 grand pour la corde et E grand pour le solide) et peu dense (μ petit pour la corde et ρ petit pour le solide).

1.d. On choisit une solution en OPP dans un milieu de propagation de taille infinie. On choisit une solution en onde stationnaire, lorsque le milieu de propagation est de taille finie. En effet dans ce cas, il y a une multitude d'ondes réfléchies aux extrémités du milieu de propagation et la superposition de toutes des ondes peut donner une OS pour certaines fréquences.

1.e. La solution en $OPPH^+$ s'écrit $s(x,t) = s_0 \cos(\omega t - kx + \phi)$ avec $k = \dfrac{\omega}{c}$.

1.f. Les noeuds sont les points de valeur de signal nulle à chaque instant: on trouve leur position en résolvant $s(x,t) = 0$. Les ventres qui sont les points de valeur de signal maximale à tout instant. La distance entre deux noeuds consécutifs (ou entre deux ventres consécutifs) est $\lambda/2$ et la distance entre un noeud et un ventre consécutifs est $\lambda/4$.

2. Voir cours OM1 pages 1 et 2.

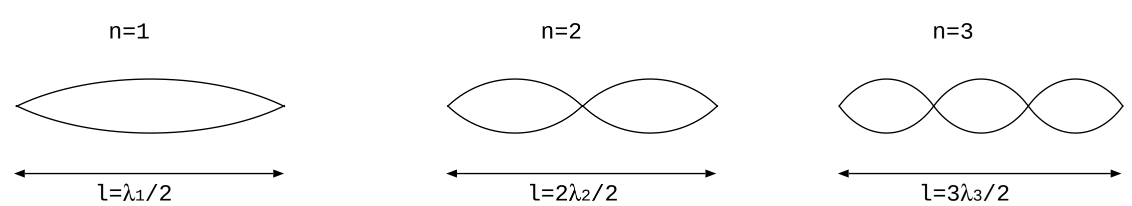
3. Les variables x et t ne sont pas dans le même terme, il s'agit d'une OS. On choisit ce type d'onde car le milieu de propagation est de taille finie.

On applique les conditions aux limites:

$y(x=0,t) = 0 = y_0 \sin(\omega t)\sin(\phi)$ soit $\sin(\phi) = 0$, on peut prendre $\phi = 0$.

$y(x=L,t) = 0 = y_0 \sin(\omega t)\sin(kL)$ soit $\sin(kL) = 0$, d'où les solutions $k_n L = n\pi$ pour $n \geq 1$. Avec la relation de dispersion $k_n = \dfrac{\omega_n}{c} = \dfrac{2\pi f_n}{c} = \dfrac{n\pi}{L}$, on en déduit les fréquences propres: $f_n = \dfrac{nc}{2L}$.

Les OS qui se forment sur la corde ont un noeud à chaque extrémité (puisque la corde est fixée aux extrémités).



Par récurrence on a $L = n\dfrac{\lambda_n}{2}$ et donc $f_n = \dfrac{c}{\lambda_n} = n\dfrac{c}{2L}$.

4.

4.a. Le module d'Young est en Pa, il est d'autant plus grand que le matériau est rigide donc le solide de module d'Young E_1 est plus rigide que le solide de module d'Young E_2.

4.b. Longueur au repos: $L_0 = dx$

Longueur en présence de l'onde: $L = x + dx + u(x+dx,t) - x - u(x,t) = dx(1 + \frac{\partial u}{\partial x})$.

Allongement relatif: $\frac{L - L_0}{L_0} = \frac{\partial u}{\partial x}$.

4.c. Voir cours OM1 page 4.

4.d. Pour un solide $E = 10^{10}\ Pa$ et $\rho = 10^3\ kg/m^3$ soit $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = 3000\ m/s$.

5. **5.a.** L'approximation acoustique consiste à dire que $v_1(x,t)$, $\mu_1(x,t)$ et $p_1(x,t)$ sont des infiniments petits d'ordre 1. On linéarise les équations mécanique et thermodynamique en faisant des DL à l'ordre 1 en $v_1(x,t)$, $\mu_1(x,t)$ et $p_1(x,t)$.

5.b. Les tranches de fluide subissent des compressions et des détentes qui se propagent de proche en proche. On suppose que ces transformations sont suffisamment rapides pour que les tranches de fluide n'aient pas le temps d'échanger du transfert thermique avec les tranches de fluide voisines d'où l'hypothèse de transformations adiabatiques. On suppose que les inhomogénéités de températures et de pressions sont faibles, ce qui revient à dire que l'on néglige les irréversibilités. Les transformations sont adiabatiques et réversibles, elles sont donc isentropiques.

Par définition $\chi_S = \frac{-1}{V}\frac{\partial V}{\partial P} = +\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mu}{\partial P} \approx \frac{1}{\mu_0}\frac{\mu - \mu_0}{P - P_0} \approx \frac{1}{\mu_0}\frac{\mu_1(x,t)}{p_1(x,t)}$.

5.c. Voir chapitre OM2 page 2.

5.d. Voir chapitre OM2 page 3.

5.e. Voir chapitre OM2 page 3.

6.

6.a. Dans la loi d'Ohm $U = Ri$, U est la différence de potentiel qui met en mouvement les charges. Dans les ondes sonores, $p_1 = P - P_0$ est la différence de pression qui met en mouvement les tranches de fluide donc l'analogue de U est p_1. i est le débit de charges et v est le débit volumique de fluide à travers une surface unité ($D_v = v.S$), l'analogue de i est donc v_1, la vitesse des tranches de fluide. Ainsi on définit l'impédance acoustique par $Z = \frac{p_1}{v_1}$.

6.b. On écrit l'équation d'Euler et on en fait un DL à l'ordre 1 en v_1, p_1 et μ_1:

$\mu(\frac{\partial \vec{v_1}}{\partial t} + (\vec{v_1}.\overrightarrow{\text{grad}})\vec{v_1}) = -\overrightarrow{\text{grad}\text{P}}$ (on néglige le poids)

Soit $(\mu_0 + \mu_1)\frac{\partial v_1}{\partial t}\vec{e_x} = -\frac{\partial p_1}{\partial x}\vec{e_x}$ (l'accélération convective est négligée, elle est d'ordre 2 en vitesse)

Soit en ne gardant que les termes d'ordre 1: $\mu_0\frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{\partial p_1}{\partial x}$.

6.c. On prend pour solution de l'équation de d'Alembert, une solution en $OPPH^+$ soit $p_1(x,t) = p_m\cos(\omega t - kx)$ avec $k = \frac{\omega}{c}$.

On en déduit la vitesse: $\frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0}\frac{\partial p_1}{\partial x} = -\frac{1}{\mu_0}\frac{\partial}{\partial x}(p_m\cos(\omega t - kx)) = \frac{-kp_m}{\mu_0}\sin(\omega t - kx)$ soit en intégrant par rapport au temps $v(_1x,t) = \frac{kp_m}{\omega\mu_0}\cos(\omega t - kx)$.

Ainsi $Z = \frac{p_1}{v_1} = \frac{\omega\mu_0}{k} = \mu_0 c$. Pour une $OPPH^-$, on a $Z = \frac{p_1}{v_1} = -\mu_0 c$.

7. Attention ce ne sont pas les intensités en dB qui s'ajoutent. En effet 50dB fois 10, on atteint 500dB!!!

Ce sont les intensités acoustiques qui s'ajoutent soit pour une personne: $I_1 = I_0 10^{50/10} = 10^{-7}\ W.m^{-2}$. L'intensité de la chorale est donc $I_c = 10 I_1 = 10^{-6}\ W.m^{-2}$ d'où en décibel $I_{c,dB} = 10\log(\frac{I_c}{I_0}) = 60\ dB$.

8. **8.a.** On écrit l'équation d'Euler et on en fait un DL à l'ordre 1 en v, p et μ:
$\mu(\frac{\partial \overrightarrow{v_1}}{\partial t} + (\overrightarrow{v_1}.\overrightarrow{\text{grad}})\overrightarrow{v_1}) = -\overrightarrow{\text{gradP}}$ (on néglige le poids)

Soit $(\mu_0 + \mu_1)\frac{\partial v_1}{\partial t}\overrightarrow{e_x} = -\frac{\partial p_1}{\partial x}\overrightarrow{e_x}$ (l'accélération convective est négligée, elle est d'ordre 2 en vitesse)

Soit en ne gardant que les termes d'ordre 1: $\mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{\partial p_1}{\partial x}$.

8.b. On a $p_1(x,t) = p_m \cos(\omega t)\cos(kx + \phi)$.

Soit $\frac{\partial p_1}{\partial x} = -p_m k \cos(\omega t)\sin(kx + \phi)$

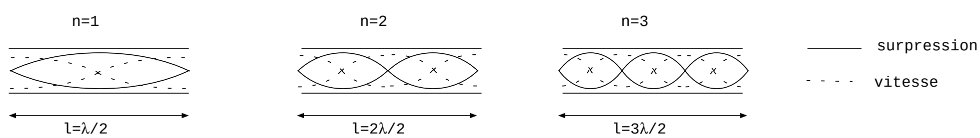
On a donc $\frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0}\frac{\partial p_1}{\partial x} = \frac{p_m k}{\mu_0}\cos(\omega t)\sin(kx + \phi)$.

On intègre par rapport à t (la constante d'intégration est nulle car elle ne se propage pas): $v_1(x,t) = \frac{p_m k}{\mu_0 \omega}\sin(\omega t)\sin(kx + \phi) = \frac{p_m}{\mu_0 c}\sin(\omega t)\sin(kx + \phi)$.

Les ondes de surpression sont en quadrature de phase temporelle et spatiale, cela signifie qu'un noeud de surpression correspond à un ventre de vitesse et réciproquement.

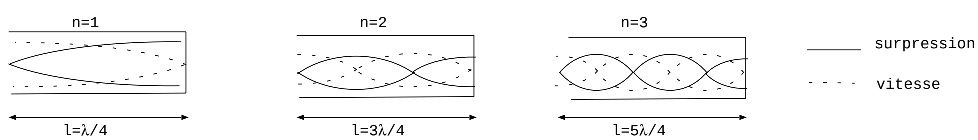
8.c. Dans les tuyaux sonores, se forme une OS. A une extrémité ouverte du tuyau, il y a un noeud de surpression et donc un ventre de vitesse. A une extrémité fermée du tuyau, il y a un noeud de vitesse et donc un ventre de surpression.

Fréquences de résonance d'un tuyau ouvert:



Par récurrence $L = n\frac{\lambda_n}{2}$ ou encore $\lambda_n = \frac{2L}{n}$. On en déduit les fréquences pour lesquelles il se forme une OS dans le tuyau : $f_n = \frac{c}{\lambda_n} = \frac{nc}{2L}$ pour $n \geq 1$.

Fréquences de résonance d'un tuyau ouvert d'un côté et fermé de l'autre:



Par récurrence $L = (2n-1)\frac{\lambda_n}{4}$ (pour n supérieur ou égal à 1 où $n = 1$ correspond au fondamental) ou encore $\lambda_n = \frac{4L}{2n-1}$. On en déduit les fréquences pour lesquelles il se forme une OS dans le tuyau : $f_n = \frac{c}{\lambda_n} = \frac{(2n-1)c}{4L}$.

II. Correction: enregistrement

On lit $3T = 6,8\ ms$ d'où $T = 2,3\ ms$ et la fréquence du son émis $f = \frac{1}{T} = 435\ Hz$ (fréquence du fondamental).

Dans le tuyau se forme une OS avec un noeud de vitesse et un ventre de surpression sur l'extrémité fermée et un noeud de surpression et un ventre de vitesse sur l'extrémité ouverte. Dans le mode fondamental, on a $L = \frac{\lambda}{4}$ (distance entre un noeud et un ventre consécutifs). Soit $L = \frac{\lambda}{4} = \frac{c}{4f}$ avec $c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} = 345\ m.s^{-1}$ et $L = 20\ cm$.

III. **Correction : Impulsions ultrasonores**

1. Pour un GP: $\rho = \dfrac{PM}{RT} = \dfrac{10^5.29.10^{-3}}{8,3.293} = 1,2\ kg/m^3$ (à 20^0C sous 1 bar), de plus $\chi_S = \dfrac{1}{\gamma P} = \dfrac{1}{1,4.10^5} = 0,71.10^{-5}\ Pa^{-1}$ (savoir faire la démonstration de l'expression de χ_S), on en déduit la célérité des ondes sonores $c = 343\ m/s$.

L'impédance acoustique de l'air est $Z_{air} = \rho.c = 1,2.343 = 412\ kg.m^{-2}.s^{-1}$.

2.

2.a. Dans l'air on a $k = \dfrac{\omega}{c_a}$ et dans le coton $k' = \dfrac{\omega}{c_c}$.

On utilise $Z = \dfrac{p}{v} = +\rho c$ pour une $OPPH^+$ et $Z = \dfrac{p}{v} = -\rho c$ pour une $OPPH^-$.

Pour l'onde incidente ($OPPH^+$): $p_i(x,t) = p_0\cos(\omega t - kx)$ et $v_i(x,t) = \dfrac{p_0}{Z_a}\cos(\omega t - kx)$ avec $Z_a = +\rho_a c_a$

Pour l'onde réfléchie ($OPPH^-$): $p_r(x,t) = p_0 r\cos(\omega t + kx)$ et $p_r(x,t) = -\dfrac{p_0 r}{Z_a}\cos(\omega t + kx)$.

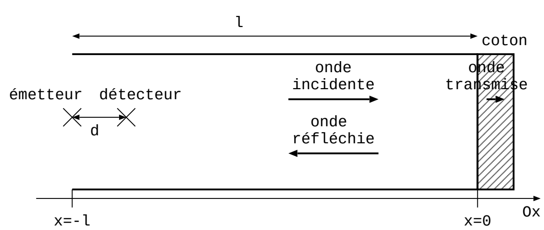
Pour l'onde transmise ($OPPH^+$) : $p_t(x,t) = p_0 t\cos(\omega t - kx)$ et $v_t(x,t) = +\dfrac{p_0 t\tau}{Z_c}\cos(\omega t - k'x)$.

2.b. On applique la continuité de la surpression en $x = 0$: $p_i(0,t) + p_r(0,t) = p_t(0,t)$ donne $1 + r = \tau$.

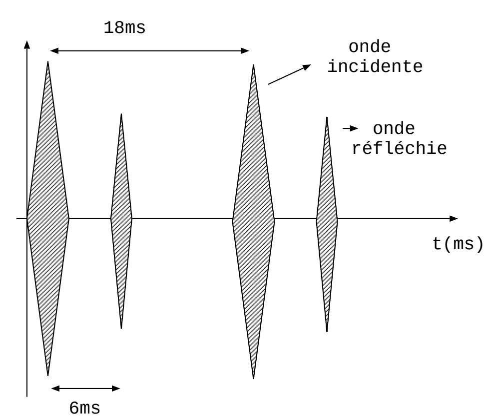
On applique la continuité de la vitesse particulaire en $x = 0$ (en effet on applique la continuité du débit volumique: section fois vitesse, et ici la section est constante donc c'est la vitesse qui est continue) : $v_i(0,t) + v_r(0,t) = v_t(0,t)$ donne $\dfrac{1}{Z_a} - \dfrac{r}{Z_a} = \dfrac{\tau}{Z_c}$.

On résout le système de deux équations à deux inconnues r et t, on obtient: $r = \dfrac{Z_c - Z_a}{Z_c + Z_a}$ et $\tau = \dfrac{2Z_c}{Z_c + Z_a}$.

3. La source émet une onde incidente qui se propage dans le tuyau, cette onde donne naissance en arrivant sur le coton au bout du tuyau à une onde transmise et à une onde réfléchie. La sonde détecte le passage de l'onde incidente et un peu plus tard dans le temps le passage de l'onde réfléchie.

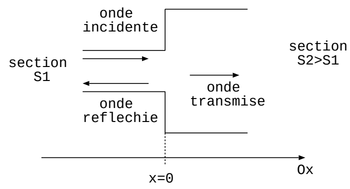


Sur l'oscillogramme, on observe les impulsions de l'onde incidente reçue par le détecteur à intervalle de temps régulier soit 18 ms (ce sont les impulsions de grande amplitude). On observe également des impulsions reçues périodiquement par le récepteur mais de plus faible amplitude, ce sont les impulsions de l'onde réfléchie. A $t = 0$, l'onde incidente est reçue par le détecteur, elle se propage jusqu'au bout du tuyau, entre la sonde et le coton elle parcourt la distance $L - d$. Elle subit sur le coton une réflexion et l'onde réfléchie arrive au détecteur après avoir parcouru la distance $L - d$. Il y a donc un décalage en temps entre le passage de l'onde incidente et le passage de l'onde réfléchie devant la sonde de $\Delta t = \dfrac{2(L-d)}{c}$ qui est égal à $\Delta t = 6\ ms$. On en déduit la célérité des ondes $c = \dfrac{2(L-d)}{\Delta t} = 333\ m.s^{-1}$.



Sur l'oscillogramme, l'amplitude des ondes incidentes est deux fois plus grandes que celle des ondes réfléchies donc $r = \dfrac{Z_c - Z_a}{Z_c + Z_a} = 0,5$ (en effet $r = \dfrac{p_r(x=0,t)}{p_i(x=0,t)}$) soit $Z_c = 3Z_a$.

IV. **Propagation dans un tuyau de section variable**



On écrit les vitesses particulaires des ondes incidente, réfléchie et transmise: $v_i(x,t) = v_0\cos(\omega t - kx)$, $v_r(x,t) = v_0 r\cos(\omega t + kx)$ et $v_t(x,t) = v_0\tau\cos(\omega t - kx)$,

1. $p_i(x,t) = +Zv_i(x,t) = v_0\cos(\omega t - kx)$ $OPPH^+$

$p_r(x,t) = -Zv_r(x,t) = -Zv_0 r\cos(\omega t + kx)$ $OPPH^-$

$p_t(x,t) = +Zv_t(x,t) = +Zv_0\tau\cos(\omega t - kx)$ $OPPH^+$

Ainsi pour $x < 0$: $p(x,t) = p_i(x,t) + p_r(x,t)$ et pour $x > 0$: $p(x,t) = p_t(x,t)$.

2. On écrit la continuité de la surpression en $x = 0$:

$p(x = 0^-, t) = p(x = 0^+, t)$ soit $p_i(x = 0, t) + p_r(x = 0, t) = p_t(x = 0, t)$

d'où $Zv_0\cos(\omega t) - Zv_O r\cos(\omega t) = +Zv_0\tau\cos(\omega t)$ après simplification par $Z\cos(\omega t)$ on a $1 - r = \tau$.

On écrit la continuité du débit volumique vS en $x = 0$:

$S(x = 0^-)v(x = 0^-, t) = S(x = 0^+)v(x = 0^+, t)$ soit $S_1(v_i(x = 0, t) + v_r(x = 0, t)) = S_2 v_t(x = 0, t)$

d'où $S_1 v_0\cos(\omega t) + S_1 v_O r\cos(\omega t) = S_2 v_0\tau\cos(\omega t)$ après simplification par $v_0\cos(\omega t)$ on a $(1 + r)S_1 = S_2\tau$.

On résout le système: $1 - r = \tau$ et $1 + r = \dfrac{S_2}{S_1}\tau$

On fait la somme des équations: $2 = \tau(1 + \dfrac{S_2}{S_1}$ soit $\tau = \dfrac{2}{1 + \frac{S_2}{S_1}} = \dfrac{2S_1}{S_1 + S_2}$.

On en déduit r par la première équation $r = 1 - \tau = \dfrac{S_2 - S_1}{S_1 + S_2}$.

3. Dans le cas particulier où $S_1 << S_2$, on a $S_1 + S_2 \approx S_2$ et $S_2 - S_1 \approx S_2$ soit $\tau = \frac{2S_1}{S_2} \approx 0$ et $r = 1$.

$S_1 << S_2$ signifie que le tuyau est ouvert.

On en déduit $p(x < 0, t) = p_i(x,t) + p_r(x,t) = Zv_0(\cos(\omega t - kx) - \cos(\omega t + kx)) = 2Zv_0\sin(\omega t)\sin(kx)$ et $v(x < 0, t) = v_0(\cos(\omega t - kx) + \cos(\omega t + kx)) = 2v_0\cos(\omega t)\cos(kx)$.

On obtient des OS en quadrature de phase spatiale et temporelle (les noeuds de surpression sont les ventres de vitesse et réciproquement).

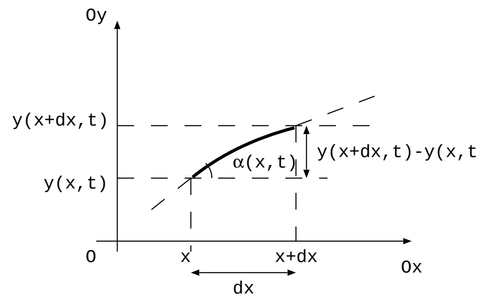
En $x = 0$ on a $p(x = 0, t) = 0$ (normal, le tuyau est ouvert, on a un noeud de surpression) et $v(x = 0, t) = v_0\cos(\omega t)$ (normal, le tuyau est ouvert, on a un ventre de vitesse).

V. **Onde sur une corde**

1. Le volume de la corde assimilée à un cylindre est $\pi R^2 L$ d'où sa masse $m = \rho\pi R^2 L = \mu L$ soit $\mu = \rho\pi R^2 = 0,029\ kg.m^{-1}$. La célérité des ondes $c = \sqrt{\dfrac{T_0}{\mu}} = 18\ m/s$.

2. $y(x,t)$ vérifie l'équation de d'Alembert de la forme $\dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$.

$\tan\alpha = \dfrac{y(x+dx,t) - y(x,t)}{dx} = \dfrac{\partial y}{\partial x} = \alpha$.



3. On a $k = \dfrac{\omega}{c}$.

Le terme $y_1\cos(\omega t - kx)$ correspond à une $OPPH^+$ qui correspond à l'onde incidente et le terme $y_2\cos(\omega t + kx)$ correspond à une $OPPH^-$, soit l'onde réfléchie.

4. Le point de la corde relié à l'anneau en $x = 0$ est immobile sur l'axe Ox, donc $y(x=0,t) = 0 = y_1\cos(\omega t) + y_2\cos(\omega t)$ soit $y_1 = -y_2$.

L'onde résultant $y(x,t) = y_1(\cos(\omega t - kx) - \cos(\omega t + kx)) = -2y_1\sin(\omega t)\sin(kx)$.

On trouve une OS. Les positions données dans le sujet correspondent aux noeuds sur cette OS. La distance entre deux noeuds est donc $8\ cm = \frac{\lambda}{2}$. On a donc $\lambda = \dfrac{c}{f} = 16\ cm$ d'où la fréquence $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{18}{0,16} = 112\ Hz$.

5. L'anneau est très léger donc $\alpha(x=0,t) = 0 = \dfrac{\partial y}{\partial x}(x=0,t)$. Or $\alpha(x,t) = y_1 k\sin(\omega t - kx) - y_2 k\sin(\omega t + kx)$ donc $\alpha(0,t) = y_1 k - y_2 k = 0$ donne $y_1 = y_2$.

On en déduit l'onde résultante sur la corde $y(x,t) = y_1(\cos(\omega t - kx) + \cos(\omega t + kx)) = 2y_1\cos(\omega t)\cos(kx)$. Il s'agit d'une OS.