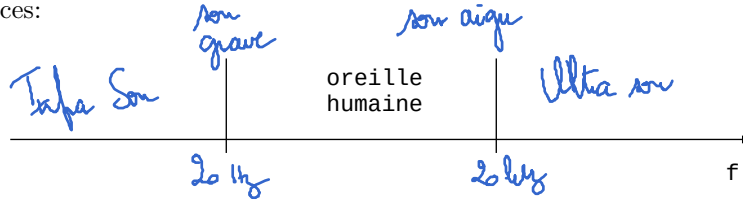


Chapitre OM² : ondes sonores dans les fluides

Les ondes sonores sont des ondes *longitudinales*

Dans un fluide, les tranches de fluide se compriment et se détendent. De proche en proche, la surpression se propage dans la direction dans laquelle elle a été induite. Ce phénomène se produit sans déplacement de matière, et nécessite un milieu matériel (le son ne se propage pas dans le vide).

Domaines de fréquences:



Domaines de longueur d'onde:

$$c_{\text{air}} = 340 \text{ m/s} : \lambda_{\text{grave}} = \frac{340}{20} = 17 \text{ m} \dots \dots \dots \text{ et } \lambda_{\text{aigu}} = \frac{340}{20 \cdot 10^3} = 1.7 \text{ cm} \dots \dots \dots$$

$$c_{\text{eau}} = 1400 \text{ m/s} : \lambda_{\text{grave}} = \frac{1400}{20} = 70 \text{ m} \dots \dots \dots \text{ et } \lambda_{\text{aigu}} = \frac{1400}{20 \cdot 10^3} = 7 \text{ cm} \dots \dots \dots$$

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

I. L'équation de propagation

1. Hypothèses

- On néglige le poids
- Les compressions et les détentes sont suffisamment rapides pour que l'on puisse négliger les transferts thermiques entre deux tranches de fluide voisines.

Hypothèse : on suppose donc les transformations *adiabatiques*...

- Les compressions et les détentes successives sont de très faible amplitude, les inhomogénéités créées ne sont pas très importantes.

Hypothèse : on suppose donc les transformations *réversibles*

Les transformations adiabatiques et réversibles sont dites *isentropiques* et sont caractérisées par un coefficient de compressibilité isentropique défini par:

quand $P \uparrow$, le volume $V \downarrow$
le signe $\ominus$ sert à avoir $\chi_s > 0$

$$\chi_s = \ominus \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial P} \text{ ou } \chi_s = \oplus \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial P}$$

quand $P \uparrow$, $\rho \uparrow$ donc le signe $\oplus$ est là pour avoir $\chi_s > 0$

$[\chi_s] = \text{Pa}^{-1}$
Le χ_s est d'autant plus grand que le milieu est compressible (V varie beaucoup quand P varie)

$$V = \frac{1}{\rho} \text{ donc } \ln V = - \ln \rho \text{ et par dérivation : } \frac{dV}{V} = - \frac{d\rho}{\rho}$$

donc $\chi_s = - \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial P} = + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial P}$

Ordre de grandeur : χ_s est de l'ordre de 10^{-5} Pa^{-1} pour un gaz (soit $\frac{1}{P}$) et de l'ordre de 10^{-10} Pa^{-1} pour un liquide.

Utilisation du coefficient de compressibilité isentropique :

pour des petites variations de pression et de volume de l'état (P_0, V_0) à l'état (P, V) ,

on écrit: $\chi_S = \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial P} = - \frac{1}{V_0} \frac{V - V_0}{P - P_0} \Big|_P$

pour des petites variations de pression et de masse volumique de l'état (P_0, ρ_0) à l'état (P, ρ) ,

on écrit: $\chi_S = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial P} = \frac{1}{\rho_0} \frac{\rho - \rho_0}{P - P_0} \Big|_P$

2. Notations

	à l'équilibre	hors équilibre
Pression	P_0	$P(x,t) = P_0 + P_1(x,t)$
Masse volumique	μ_0	$\mu(x,t) = \mu_0 + \mu_1(x,t)$
Déplacement d'une tranche de fluide	0	$\xi_1(x,t) = 0 + \xi_1(x,t)$
Vitesse d'une tranche de fluide	0	$\vec{v}_1(x,t) = \vec{0} + \vec{v}_1(x,t)$

supérieur
infinitement
petits d'ordre 1
ordre 0

Relation entre vitesse et déplacement de la tranche de fluide:

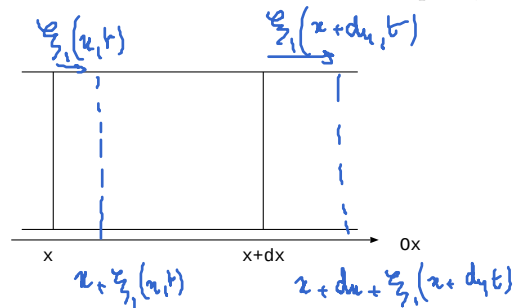
$$\vec{v}_1(x,t) = \frac{\partial \xi_1(x,t)}{\partial t} \vec{e}_x$$

Approximation acoustique : dans l'hypothèse de l'approximation acoustique, les grandeurs $p(x,t)$, $\xi(x,t)$, $v(x,t)$ et $\mu(x,t)$ sont des infiniment petits d'ordre 1. L'approximation acoustique consiste donc à faire dans tous les calculs, des développements limités à l'ordre 1 pour linéariser les équations de la mécanique et de la thermodynamique.

exp: $P(x,t) \mu(x,t) = P_1(x,t) \mu_0 + P_1(x,t) \mu_1(x,t) \approx P_1(x,t) \mu_0$
 ordre 1: on garde ordre 2: on néglige

3. Equations de propagation

Le système élémentaire étudié est une tranche de fluide de section S comprise, à l'équilibre, entre les abscisses x et $x + dx$.



Equation mécanique:

Eq d'Euler
 ordre 1 x ordre 1 = ordre 2: on néglige

$$(\mu_0 + \mu_1) \frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} + (\mu_0 + \mu_1) (\vec{v}_1 \cdot \text{grad}) \vec{v}_1 = - \text{grad} (P_0 + P_1)$$

 ordre 0 x ordre 1 = ordre 1
 on garde
 ordre 2: on néglige

P_0, μ_0 : ordre 0
 P_1, μ_1, v_1 : ordre 1

$$\mu_0 \frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} = - \text{grad} P_1 \quad \text{avec } P_1(x,t) \quad \text{soit} \quad \mu_0 \frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} = - \frac{\partial P_1}{\partial x} \vec{e}_x$$

après projection sur $(\vec{e}_x)$:
$$\mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial t} = - \frac{\partial P_1}{\partial x} \quad (1)$$

Equation thermodynamique:

$$\chi_s = \frac{1}{\mu} \frac{\partial \mu}{\partial p} = \frac{1}{p_0 + p_1} \frac{p_1 - p_0}{p_1 - p_0} = \frac{1}{p_0 + p_1} \frac{p_1}{p_1} \approx \frac{p_1}{p_0 p_1} \quad \text{d'où} \quad \boxed{p_1 = p_0 \chi_s p_1}$$

ordre 1 ordre 2

Equation de conservation de la masse:

$$\operatorname{div}(\rho \vec{v}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \text{cette dérivée nulle}$$

$$\operatorname{div}(\underbrace{\rho_0 \vec{v}_1}_{\text{ordre 1 ou garde}} + \underbrace{\rho_1 \vec{v}_1}_{\text{ordre 2 : on néglige}}) + \frac{\partial (\rho_0 + \rho_1)}{\partial t} = 0 \quad \text{soit} \quad \rho_0 \operatorname{div} \vec{v}_1 + \frac{\partial \rho_1}{\partial t} = 0$$

avec $\vec{v}_1 = v_1(u, t) \vec{e}_u$

soit $\boxed{\rho_0 \frac{\partial v_1}{\partial u} + \frac{\partial \rho_1}{\partial t} = 0} \quad (2)$

D'où le système d'équations couplées vérifiées par $v(x, t)$ et $p(x, t)$:

On remplace μ par son expression dans l'équation (2) :

$$\rho_0 \frac{\partial v_1}{\partial u} + \rho_0 \chi_s \frac{\partial p_1}{\partial t} = 0$$

soit $\begin{cases} \frac{\partial v_1}{\partial u} + \chi_s \frac{\partial p_1}{\partial t} = 0 \\ \rho_0 \frac{\partial v_1}{\partial u} = - \frac{\partial p_1}{\partial t} \end{cases}$

Equation de propagation de la surpression: on rappelle que $\frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{\partial v_1}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial v_1}{\partial u} \right)$

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial u^2} = \frac{\partial}{\partial u} \left[- \rho_0 \frac{\partial v_1}{\partial t} \right] = + \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial v_1}{\partial u} \right] = + \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \left[\chi_s \frac{\partial p_1}{\partial t} \right] = + \chi_s \rho_0 \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2}$$

soit $\boxed{\frac{\partial^2 p_1}{\partial u^2} - \rho_0 \chi_s \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} = 0}$

on reconnaît une eq. de d'Alembert avec $c = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \chi_s}}$: vitesse des ondes

Equation de propagation de la vitesse:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial u^2} = \frac{\partial}{\partial u} \left[- \chi_s \frac{\partial p_1}{\partial t} \right] = - \chi_s \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial p_1}{\partial u} \right] = - \chi_s \frac{\partial}{\partial t} \left[- \rho_0 \frac{\partial v_1}{\partial u} \right] = \rho_0 \chi_s \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$$

soit $\boxed{\frac{\partial^2 v}{\partial u^2} - \rho_0 \chi_s \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0}$

l'onde de vitesse et l'onde de surpression se propagent à la même vitesse $\boxed{c = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \chi_s}}}$ B

Remarque 1: vérification de l'homogénéité :

$$\left[\left(\frac{1}{\rho_0 \chi_s} \right)^{1/2} \right] = \left[\left(\frac{P}{\rho_0} \right)^{1/2} \right] = \left[\left(\frac{F}{\rho_0 S} \right)^{1/2} \right] = \left(\frac{\text{kg m s}^{-2}}{\text{kg m}^{-3} \text{ m}^2} \right)^{1/2} = (\text{m}^2 \text{ s}^{-2})^{1/2} = \text{m s}^{-1}$$

Remarque 2: la vitesse des ondes sonores est d'autant plus grande que le fluide est peu compressible (χ_s petit) et peu dense (ρ_0 petit).

Remarque 3 : ordres de grandeur de la vitesse des ondes sonores

dans un gaz: $\rho_0 \approx 1 \text{ kg m}^{-3}$ $\chi_s = 10^{-5} \text{ Pa}^{-1}$ $c = \frac{1}{\sqrt{10^{-5}}} \approx 300 \text{ m s}^{-1}$

dans un liquide: $\rho_0 = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ $\chi_s = 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$ $c = \frac{1}{\sqrt{10^{-7}}} \approx 3000 \text{ m s}^{-1}$



dans un solide: $c = \sqrt{\frac{E}{\rho_0}}$ $E = 10^{10} \text{ Pa}$ $\rho_0 \approx 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ $c = \sqrt{10^7} \approx 3000 \text{ m s}^{-1}$

4. Cas très important du gaz parfait

$$P V = n R T = \frac{m R T}{M} \quad \text{soit} \quad \mu = \frac{m}{V} = \frac{P M}{R T}$$

$$\chi_s = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial P} \quad \text{on applique les lois de Laplace au GP en transformation adiabatique réversible: } P V^\gamma = P_0 V_0^\gamma$$

$$\text{avec } \mu = \frac{m}{V} \text{ et } m = \text{cste} \quad P \mu^{-\gamma} = P_0 \mu_0^{-\gamma}$$

$$\ln P + \gamma \ln V = \text{cste} \quad \text{en différenciant: } \frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} = 0 \Rightarrow -\frac{dV}{V} = +\frac{1}{\gamma} \frac{dP}{P}$$

$$\text{soit } -\frac{1}{V} \frac{dV}{dP} = \boxed{\frac{1}{\gamma P} = \chi_s}$$

$$\ln P - \gamma \ln \mu = \text{cste} \quad \text{en différenciant: } \frac{dP}{P} - \gamma \frac{d\mu}{\mu} = 0 \Rightarrow \frac{d\mu}{\mu} = \frac{1}{\gamma P} dP$$

$$\text{d'où } \frac{1}{\mu} \frac{d\mu}{dP} = \boxed{\chi_s = \frac{1}{\gamma P}}$$

$$\text{A retenir: } \boxed{c = \sqrt{\frac{\gamma R T_0}{M}}} \quad \rightarrow$$

$$c = \sqrt{\frac{1}{\rho_0 \chi_s}} = \sqrt{\frac{R T_0}{P_0 M} \times \gamma P_0} = \sqrt{\frac{\gamma R T_0}{M}}$$

Ex: air : $T = 300 \text{ K}$ $\gamma = 1,4$
 $M = 29 \text{ g mol}^{-1} = 29 \cdot 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$

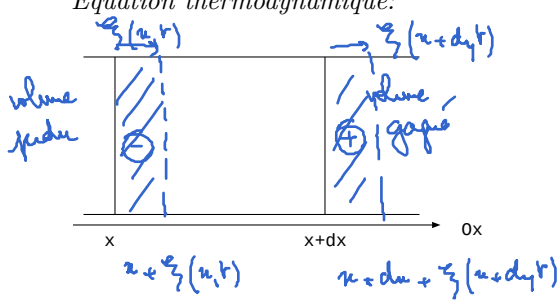
$$c = 340 \text{ m s}^{-1}$$

5. Remarques utiles pour les exercices

[je ne l'ai pas fait en 2025]

Dans certains problèmes on peut demander d'écrire les équations mécaniques et thermodynamiques en utilisant les grandeurs physiques: $p(x, t)$ (la surpression) et $\xi(x, t)$ (le déplacement de la tranche de fluide en x à l'instant t).

Equation thermodynamique:



$$\chi_s = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial \xi} = -\frac{1}{V_0} \frac{V - V_0}{L - L_0} = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{V - V_0}{V_0} \right) \quad \text{Variation relative de volume}$$

$$V_0 = S dx$$

$$V - V_0 = + \xi(x+dx, t) S - \xi(x, t) S \\ = S \frac{\partial \xi}{\partial x} dx$$

d'où $\chi_s = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \xi}{\partial x}$

Equation mécanique:

Éq. de Navier-Stokes: $\rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right] = -\nabla p + \rho \vec{g}$

mode 2: négligé

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

d'où $\rho_0 \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial x}$

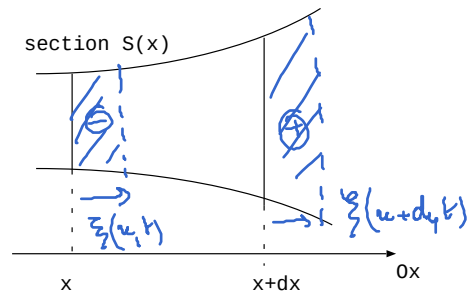
d'où l'équation de propagation vérifiée $\xi(x, t)$:

On a: $p = -\frac{1}{\chi_s} \frac{\partial \xi}{\partial x}$ et $\rho_0 \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\frac{\partial}{\partial x} \left[-\frac{1}{\chi_s} \frac{\partial \xi}{\partial x} \right]$

d'où $\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} - \rho_0 \chi_s \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = 0$

Éq. de d'Alembert
avec $c = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \chi_s}}$ vitesse des ondes

Il existe aussi une situation où la section du tuyau est variable, l'écriture de l'équation thermodynamique se fait de la façon suivante:



$$\chi_s = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial \xi} = -\frac{1}{V_0} \frac{V - V_0}{L - L_0}$$

d'où $V_0 = S dx$

$$V - V_0 = + \xi(x+dx, t) S(x+dx) - \xi(x, t) S(x) \\ = \frac{\partial (\xi(x, t) S(x))}{\partial x} dx$$

$\chi_s = -\frac{1}{S(x)} \frac{\partial (\xi(x, t) S(x))}{\partial x}$

II. Solutions de l'équation de propagation

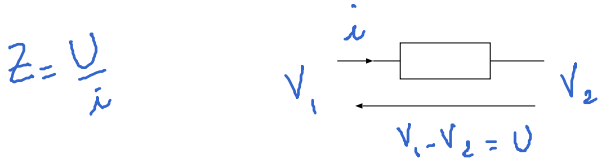
1. Définition de l'impédance acoustique

On définit l'impédance acoustique notée Z à partir d'une analogie avec l'électricité.

Impédance en électricité

$U = V_1 - V_2$: ddp qui met en mouvement les charges

$i = \frac{dq}{dt}$: flux des charges

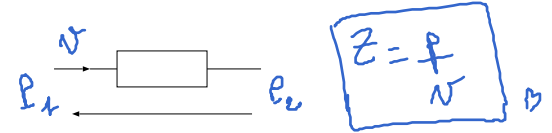


Unité de Z : $\Omega = V \cdot A^{-1}$

Impédance en acoustique

$p = p - p_0$: différence de pression qui met en mouvement le fluide

$v = \frac{dx}{dt}$: vitesse des tranches de fluide



Unité de Z : $Pa \cdot m^{-1} \cdot s$

2. Solution en OPPH

On rappelle les équations couplées vérifiées par la vitesse $\vec{v}(x, t)$ et la surpression des tranches de fluide:

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad \text{et} \quad \frac{\partial v}{\partial x} = -\chi_s \frac{\partial p}{\partial t}$$

Solution en $OPPH^+$: on choisit $v(x, t) = v_m \cos(\omega t - kx)$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -(-k) v_m \sin(\omega t - kx)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{1}{\chi_s} \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{k v_m}{\chi_s} \sin(\omega t - kx)$$

on intègre / à t :

$$k = \frac{\omega}{c}$$

$$p_1 = \frac{k v_m}{\chi_s \omega} \cos(\omega t - kx) = \frac{v_m}{\chi_s c} \cos(\omega t - kx)$$

$$Z = \frac{p_1}{v_1} = + \frac{1}{\chi_s c}$$

Solution en $OPPH^-$: on choisit $v(x, t) = v_m \cos(\omega t + kx)$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -v_m \omega \sin(\omega t + kx)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{1}{\chi_s} \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\omega v_m}{\chi_s} \sin(\omega t + kx)$$

on intègre / à x :

$$k = \frac{\omega}{c}$$

$$p = -\frac{\omega v_m}{k} \cos(\omega t + kx) = -v_m \chi_s \omega \cos(\omega t + kx)$$

$$\text{soit } Z = \frac{p_1}{v_1} = -\chi_s \omega = -\frac{1}{\chi_s c}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -v_m \omega \sin(\omega t - kx)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = \rho_0 v_m \omega \sin(\omega t - kx)$$

on intègre / à x :

$$k = \frac{\omega}{c}$$

$$p_1 = \frac{\rho_0 v_m \omega}{k} \cos(\omega t - kx) = \rho_0 c v_m \cos(\omega t - kx)$$

$$Z = \frac{p_1}{v_1} = \rho_0 c = \frac{1}{\chi_s c}$$

← cohérent avec $c = \frac{1}{\rho_0 \chi_s}$ soit $\rho_0 \chi_s = 1$

⚠ pas de cette d'intégration car les ondes ne se propagent pas

A retenir:

$$\frac{p_1}{\rho_1} = + \rho_0 c = + \frac{1}{\chi_s c} \quad \text{pour une OPPH}^+$$

$$\frac{p_1}{\rho_1} = - \rho_0 c = - \frac{1}{\chi_s c} \quad \text{pour une OPPH}^-$$

3. Solution en OS

On rappelle les équations couplées vérifiées par la vitesse $\vec{v}(x, t)$ et la surpression des tranches de fluide:

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad \text{et} \quad \frac{\partial v}{\partial x} = - \chi_s \frac{\partial p}{\partial t}$$

Solution en OS: on choisit $p(x, t) = p_m \cos(ut + \varphi) \cos(kx + \psi)$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = - \omega p_m \sin(ut + \varphi) \cos(kx + \psi)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = - \chi_s \frac{\partial p}{\partial t} = \omega p_m \chi_s \sin(ut + \varphi) \cos(kx + \psi) \quad k = \frac{\omega}{c}$$

on intègre / à x : $v_1 = - \frac{\omega p_m \chi_s}{k} \sin(ut + \varphi) \sin(kx + \psi) = - p_m \chi_s c \sin(ut + \varphi) \sin(kx + \psi)$

Remarque 1 : l'impédance acoustique pour une OS: dépend de x et de t donc l'impédance n'a pas d'utilité

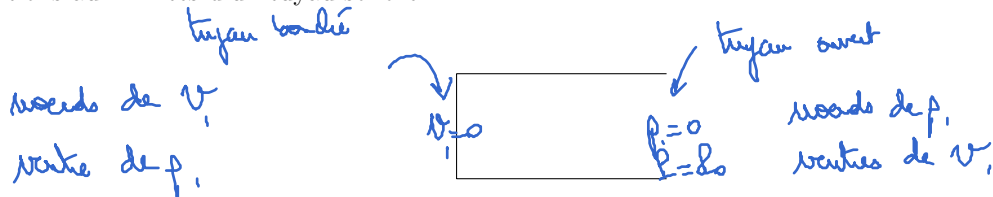
Remarque 2 : Les ondes de surpression et de vitesse sont en quadrature temporelle et spatiale

$$p_1 = p_m \cos(ut + \varphi) \cos(kx + \psi)$$

$$v_1 = - p_m \chi_s c \sin(ut + \varphi) \sin(kx + \psi)$$

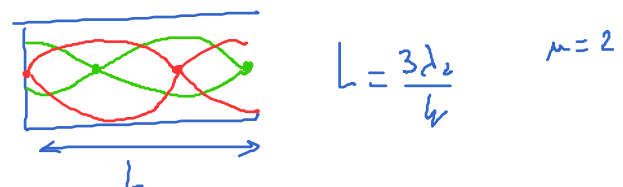
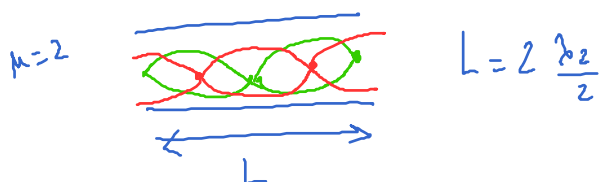
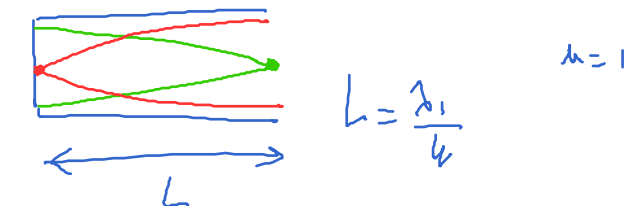
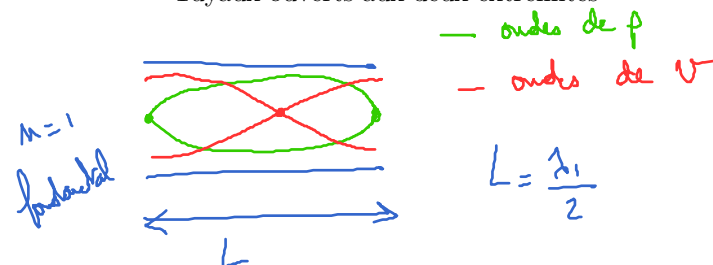
les maxima de v_1 ont des minima de p_1
les maxima de p_1 ont des minima de v_1

Conditions aux limites d'un tuyau sonore:



Tuyaux ouverts aux deux extrémités

Tuyaux ouverts à une extrémité



généralisation: $L = n \frac{\lambda_n}{2}$
 $\lambda_n = \frac{2L}{n}$
 $k_n = \frac{2\pi}{\lambda_n} = \frac{2\pi}{2L} n$
 $\omega_n = k_n c$

Résonance: $L = \frac{(2n-1)\lambda_n}{4}$
 $\lambda_n = \frac{4L}{2n-1}$
 $k_n = \frac{2\pi}{\lambda_n} = \frac{2\pi}{4L} (2n-1)$
 $\omega_n = k_n c$

III. Approche énergétique

1. Retour à l'analogie électro-acoustique:

$U = V_1 - V_2$: ddp qui met en m^{-1} des charges

i = flux de charges

$$Z = \frac{U}{i}$$

$$P = U \times i \text{ en } W$$

$p = p_1 - p_0$: ddp qui met en m^{-2} le fluide

$$v_1 = \frac{\partial \xi_1}{\partial t}$$

$$Z = \frac{p}{v_1}$$

$$\boxed{B = p_1 \times v_1}$$

$$[B] = \frac{F \times v}{S} = W \cdot m^{-2}$$

2. Intensité acoustique:

On définit l'intensité acoustique par $I = \langle p_1 v_1 \rangle$: c'est la moyenne temporelle du produit de la surpression avec la vitesse particulaire.

L'unité est: $W \cdot m^{-2}$

L'intensité acoustique est une grandeur algébrique:

- de signe positif lorsque l'onde se propage selon $+Ox$

- de signe négatif lorsque l'onde se propage selon $-Ox$.

La puissance acoustique est donc le produit : $P = I \times S$

Cas d'une OPPH : il faut retenir que $\langle \cos^2(\omega t) \rangle = \langle \sin^2(\omega t) \rangle = \frac{1}{2}$ et $\langle \cos(\omega t) \sin(\omega t) \rangle = 0$.

exp 1 : on prend $p_1(x, t) = p_m \cos(\omega t - kx)$

$$\frac{p_1}{v_1} = + \mu_0 c \quad \text{OPPH}^+$$

On en déduit $v_1(x, t) = \frac{p_m}{\mu_0 c} \cos(\omega t - kx)$

$$\text{Puis } I = \langle p_1 v_1 \rangle = \frac{p_m^2}{\mu_0 c} \langle \cos^2(\omega t - kx) \rangle = \frac{p_m^2}{2 \mu_0 c} > 0 \quad \text{l'énergie se propage dans le sens de l'onde}$$

exp 2 : on prend $v_1(x, t) = v_m \cos(\omega t + kx)$

$$\frac{p_1}{v_1} = - \mu_0 c \quad \text{OPPH}^-$$

On en déduit $p_1(x, t) = - \mu_0 c v_m \cos(\omega t + kx)$

$$\text{Puis } I = \langle p_1 v_1 \rangle = - \mu_0 c v_m^2 \langle \cos^2(\omega t + kx) \rangle = - \mu_0 c \frac{v_m^2}{2} < 0 \quad \text{l'énergie se propage dans le sens de l'onde}$$

Cas d'une OS : on prend $p_1(x, t) = p_m \cos(\omega t + \varphi) \cos(kx + \psi)$

On utilise $\mu_0 \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial x}$ pour exprimer $v(x, t) = v_m \sin(\omega t + \varphi) \sin(kx + \psi)$

$$\text{Puis } I = \langle p_1 v_1 \rangle = p_m v_m \langle \cos(\omega t + \varphi) \sin(\omega t + \varphi) \rangle \cos(kx + \psi) \sin(kx + \psi) = 0$$

Dans une OS l'énergie ne se propage pas

3. Intensité en décibel :

On définit l'intensité acoustique en décibel par: $I_{dB} = 10 \log\left(\frac{|I|}{I_0}\right)$ avec $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$.

Ordres de grandeur :

Son	seuil d'audition	voix normale à 1 m	seuil de douleur
I	$10^{-12} \text{ W.m}^{-2}$	10^{-6} W.m^{-2}	1 W.m^{-2}
I_{dB}	0 dB	60 dB	120 dB

Retour à l'intensité $|I|$ à partir de I_{dB} :

$$I_{dB} = 10 \log \frac{|I|}{I_0} \quad \text{soit} \quad \log \frac{|I|}{I_0} = \frac{I_{dB}}{10} \quad \text{soit} \quad |I| = I_0 10^{\frac{I_{dB}}{10}}$$

Application 1 : deux personnes parlent avec la même intensité acoustique $I_{dB} = 60 \text{ dB}$. Calculer l'intensité résultante en décibel sachant que les intensités acoustiques s'ajoutent.

pour 1 personne : $I_{1dB} = 10 \log \left(\frac{|I_1|}{I_0} \right)$

pour 2 personnes : $I_{2dB} = 10 \log \left(\frac{|I_2|}{I_0} \right) = 10 \log \left(\frac{2|I_1|}{I_0} \right) = \underbrace{10 \log 2}_{3 \text{ dB}} + \underbrace{10 \log \left(\frac{|I_1|}{I_0} \right)}_{I_{1dB}} = 63 \text{ dB}$

Application 2 : une onde sonore plane progressive harmonique se propage dans l'air de caractéristiques: $P_0 = 1 \text{ bar}$, $T_0 = 293 \text{ K}$, $M = 29 \text{ g/mol}$ et $\gamma = 1,4$. Cette onde correspond à une intensité de 80 dB. Calculer la surpression maximale, la vitesse particulaire maximale et le déplacement maximal des tranches de fluide au passage de cette onde de fréquence $f = 1 \text{ kHz}$. L'approximation acoustique est-elle justifiée?

$$I_{dB} = 10 \log \left(\frac{|I|}{I_0} \right) \Rightarrow |I| = I_0 10^{\frac{I_{dB}}{10}} = 10^{-12} 10^{\frac{80}{10}} = 10^{-4} \text{ W.m}^{-2}$$

OPPH: $p_i = p_m \cos(ut - kx)$ $v_i = \frac{p_m}{c} \cos(ut - kx)$ $I = \langle p v \rangle = \frac{p_m^2}{2 \rho_0 c}$

$\frac{P_i}{v_i} = + \rho_0 c$

d'où $p_m = \sqrt{2 I \rho_0 c} = \sqrt{2 \cdot 10^{-4} \times 1,2 \times 340} = 0,28 \text{ Pa}$ $v_m = \frac{p_m}{\rho_0 c} = 0,69 \text{ mm.s}^{-1}$

$$\rho_0 = \frac{p_0 M}{R T_0} = 1,2 \text{ kg.m}^{-3}$$

$$c = \sqrt{\frac{\gamma R T_0}{M}} = 340 \text{ m.s}^{-1}$$

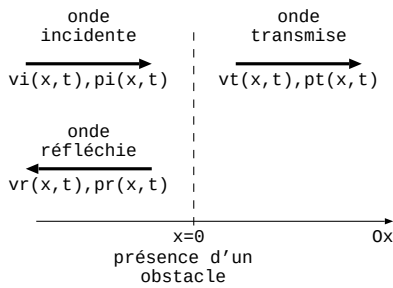
$$v_i = \frac{\partial \xi_i}{\partial t} = v_m \cos(ut - kx) \quad \text{soit en intégrant / à } t : \xi_i = -\frac{v_m}{\omega} \sin(ut - kx)$$

$$\xi_m = \frac{v_m}{\omega} = \frac{v_m}{2\pi f} = \frac{1}{1} 10^{-7} \text{ m}$$

$p \ll p_0$, ξ_i et v_i sont bien des infiniment petits d'ordre 1

IV. Equations de continuité lors d'un changement de milieu

Quand une onde sonore incidente arrive sur un obstacle, elle génère une onde réfléchie et une onde transmise qui ont la même pulsation que l'onde incidente mais des amplitudes et des phases différentes.



Onde résultante:

Pour $x < 0$:

$$v(x,t) = v_i(x,t) + v_r(x,t)$$

$$p(x,t) = p_i(x,t) + p_r(x,t)$$

Pour $x > 0$:

$$v(x,t) = v_t(x,t)$$

$$p(x,t) = p_t(x,t)$$

Les équations de continuité permettent de trouver les expressions de ces coefficients.

Sur une surface libre (sans paroi solide) on a:

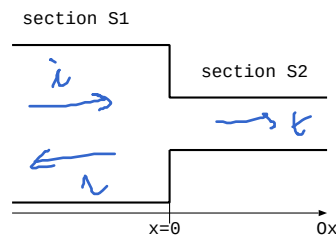
- La continuité de la surpression:

$$p_i(x=0^-, t) + p_r(x=0^-, t) = p_t(x=0^+, t)$$

- La continuité du débit volumique:

$$S_i [v_i(x=0^-, t) + v_r(x=0^-, t)] = S_t v_t(x=0^+, t)$$

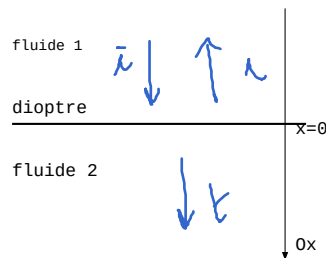
Exemple 1:



$$p_i(0, t) + p_r(0, t) = p_t(0, t)$$

$$S_1 [v_i(0, t) + v_r(0, t)] = S_2 v_t(0, t)$$

Exemple 2:

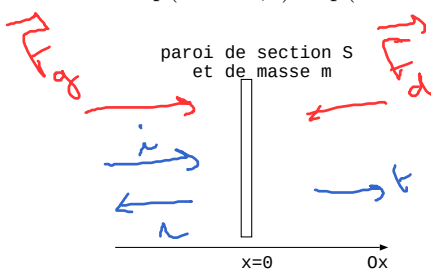


$$p_i(0, t) + p_r(0, t) = p_t(0, t)$$

$$v_i(0, t) + v_r(0, t) = v_t(0, t)$$

(les sections sont les mêmes donc la continuité du débit donne la continuité de la vitesse)

Attention: en présence d'une paroi rigide la surpression n'est pas continue, les pressions peuvent être différentes des deux côtés de la paroi. On doit appliquer la RFD à la paroi pour trouver la relation entre $p(x=0^-, t)$ et $p(x=0^+, t)$.



$$\vec{F}_g = + [P_0 + p_i(0, t) + p_r(0, t)] S \vec{e}_n$$

$$\vec{F}_d = - [P_0 + p_t(0, t)] S \vec{e}_n$$

RFD: $m \frac{d\vec{v}}{dt}(0, t) = \vec{F}_g + \vec{F}_d = [p_i(0, t) + p_r(0, t) - p_t(0, t)] S \vec{e}_n$

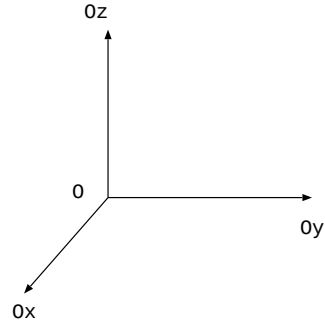
si la paroi est rigide

V. Ondes sphériques

L'équation de d'Alembert pour la perturbation $p(M, t)$ à 3 dimensions s'écrit:

Solution en ondes sphériques

Une source placée en un point O émet une onde telle que tous les points sur une même sphère de centre O et de rayon r ont la même amplitude de perturbation (toutes les directions de l'espace sont équivalentes). La perturbation ne dépend donc que du temps et de r en coordonnées sphériques: une telle onde s'appelle une onde sphérique.



1- On donne en coordonnées sphériques : $\Delta p(r, t) = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (rp(r, t))}{\partial r^2}$. Montrer que $r.p(r, t)$ vérifie une équation de d'Alembert à une dimension.

2- Proposer une solution en onde sphérique progressive harmonique. En déduire $v(r, t)$. On rappelle l'équation mécanique $\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial r}$. Déterminer I , l'intensité acoustique puis P , la puissance rayonnée par l'onde à travers une sphère de rayon r et de centre O . Commenter.