

TD ondes sonores dans les fluides

I. Utilisation des impédances acoustiques

Le son se propage à la vitesse c_0 dans un matériau de masse volumique ρ_0 pour $x < 0$ puis à la vitesse c_1 dans un matériau de masse volumique ρ_1 pour $0 < x < l$ et enfin à la vitesse c_2 dans un matériau de masse volumique ρ_2 pour $x > l$. On donne les vitesses particulières:

Pour $x < 0$: $v_0(x, t) = A_0 \cos(\omega t - k_0 x)$

Pour $0 < x < l$: $v_1(x, t) = A_1 \cos(\omega t - k_1 x) + B_1 \cos(\omega t + k_1 x)$

Pour $x > l$: $v_2(x, t) = A_2 \cos(\omega t - k_2 x)$

Exprimer k_0 , k_1 et k_2 en fonction des données et de la pulsation ω . Ecrire les expressions des surpressions acoustiques dans chacun des trois milieux et écrire, sans les résoudre les équations de continuité de la surpression et de la vitesse.

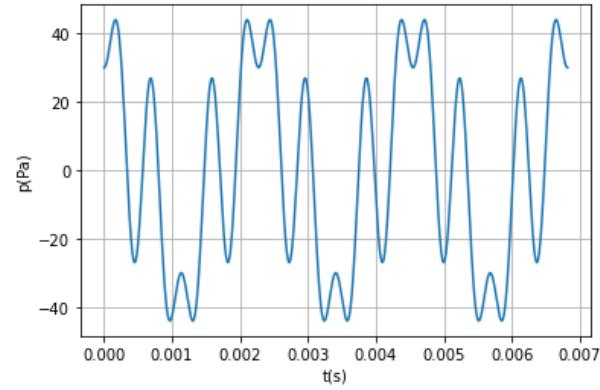
II. Notation complexe

Soit une onde sonore dont la surpression s'écrit en notation complexe $\underline{p}(x, t) = p_0 e^{j(\omega t - kx)}$. Ecrire l'équation d'Euler et la simplifier dans l'approximation acoustique, en déduire l'expression de l'onde de vitesse $\underline{v}(x, t)$.

On définit l'impédance acoustique par $\underline{Z} = \frac{\underline{p}}{\underline{v}}$. Exprimer \underline{Z} pour cette onde.

III. Tuyau sonore

On donne l'enregistrement d'un tuyau sonore ouvert des deux côtés l'autre. L'air est à la température $T = 300 \text{ K}$ et est assimilé à un gaz parfait de masse molaire $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$ tel que $\gamma = 1,4$. Lire la fréquence du son émis et en déduire la longueur de ce tuyau. Donner l'allure du spectre du son émis.



IV. Surpression dans un tuyau d'orgue

On considère un tuyau d'orgue rempli d'air de masse volumique $\rho(x, t) = \rho_0 + \rho_1(x, t)$. On note $p_1 = P - P_0$, la surpression acoustique et v_1 , la vitesse particulière. La célérité du son est notée c . Le tuyau est fermé en $x = 0$ et ouvert en $x = L$. On cherche $p_1(x, t)$ sous la forme $p_1(x, t) = p_m \cos(\omega t) \cos(kx + \phi)$. ρ_1 , p_1 et v_1 sont des infiniment petits d'ordre 1.

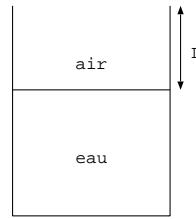
1. De quel type d'onde s'agit-il? Justifier physiquement ce choix.
2. Ecrire l'équation d'Euler et la simplifier dans le cadre de l'approximation acoustique. En déduire l'expression de la vitesse particulière en fonction de p_m , ω , c , ρ_0 , k , x et ϕ .
3. Déduire des conditions aux limites la valeur de ϕ et les fréquences f_n des ondes sonores émises par ce tuyau. Vérifier la cohérence du résultat à l'aide de schémas.
4. L'amplitude maximale de déplacement des particules est $\xi_{mm} = 0,4 \text{ mm}$. En déduire p_m , l'amplitude de la surpression et v_m , l'amplitude de la vitesse particulière pour la fréquence fondamentale f_0 . Commenter. Données : $L = 60 \text{ cm}$, $\rho_0 = 1,3 \text{ kg/m}^3$ et $c = 340 \text{ m/s}$.

Réponses: 2- $v_1(x, t) = \frac{p_0}{\rho_0 c} \sin(\omega t) \sin(kx)$ 3- $f_0 = \frac{c}{4L}$ 4- $p_m = 157 \text{ Pa}$

V. Verre d'eau chanteur

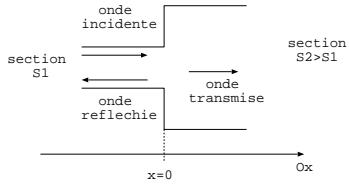
En tapant avec une petite cuillère sur un verre d'eau, on met en vibration la colonne d'air de hauteur L .

1. A quelle fréquence f correspond une hauteur $L = 48 \text{ mm}$?
2. Comment obtenir une fréquence plus aigue une octave au dessus (soit une fréquence du double f)?



Réponses: 1- $f = 1770 \text{ Hz}$ 2- $L = 24 \text{ mm}$

VI. Propagation dans un tuyau de section variable



On écrit la vitesse des ondes incidente, réfléchie et transmise: $v_i = v_0 \cos(\omega t - kx)$, $v_r = r v_0 \cos(\omega t + kx)$ et $v_t = \tau v_0 \cos(\omega t - kx)$ où r et τ sont les coefficients de réflexion et de transmission pour la vitesse particulière. On note ρ_0 et c , la masse volumique de l'air et la célérité des ondes dans l'air.

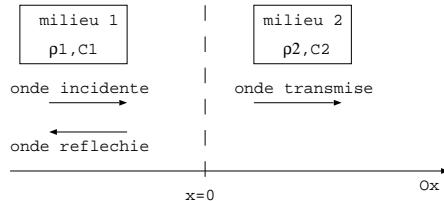
1. Exprimer les surpressions des ondes incidente, réfléchie et transmise, $p_i(x, t)$ $p_r(x, t)$ et $p_t(x, t)$.
 2. Ecrire les deux équations de continuité en $x = 0$. En déduire r et τ en fonction de S_1 et S_2 .
 3. Dans le cas particulier où $S_1 \ll S_2$, donner les valeurs approchées de r et τ et en déduire les expressions des ondes de vitesse et de surpression pour $x < 0$ et $x > 0$. Commenter. On donne: $\cos p - \cos q = -2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$ et $\cos p + \cos q = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$.
 4. On définit la puissance acoustique à travers une section S par $P = I.S = < p.v > .S$. On définit les coefficients de réflexion et de transmission en puissance par $R = \frac{|P_r(x=0)|}{P_i(x=0)}$ et $T = \frac{|P_t(x=0)|}{P_i(x=0)}$.
- Exprimer les coefficients de réflexion R et de transmission T en puissance. Vérifier que $R + T = 1$. Que traduit cette égalité?
5. Donner les expressions approchées de R et T pour les cas: $S_1 = S_2$, $S_1 \ll S_2$ et $S_1 \gg S_2$. Commenter.
 6. Pourquoi la trompette possède-t-elle un pavillon?



Réponses : $r = \frac{S_2 - S_1}{S_1 + S_2}$ et $\tau = \frac{2S_1}{S_2 + S_1}$, $R = \left(\frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2}\right)^2$ et $T = \frac{4S_1 S_2}{S_1 + S_2}$

VII. Discontinuité entre deux milieux : transmission et réflexion des ondes sonores

On étudie la propagation d'une onde plane progressive harmonique suivant les x croissants. Le plan $x = 0$ sépare les deux milieux d'impédances caractéristiques $\rho_1 c_1$ et $\rho_2 c_2$. On note $\alpha = \frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1}$.



On écrit la surpression des ondes incidente, réfléchie et transmise: $p_i = p_0 \cos(\omega t - k_1 x)$, $p_r = r p_0 \cos(\omega t + k_1 x)$ et $p_t = \tau p_0 \cos(\omega t - k_2 x)$ où r et τ sont les coefficients de réflexion et de transmission pour la surpression.

1. Ecrire les vitesses particulières $v_i(x, t)$, $v_r(x, t)$, et $v_t(x, t)$. En déduire les expressions des intensités acoustiques des ondes incidente, réfléchie et transmise notées I_i , I_r et I_t en fonction de p_0 , ρ_1 , c_1 , ρ_2 , c_2 , r et τ .
2. En $x = 0$, écrire les deux équations de continuité. En déduire les expressions de r et de τ en fonction de α .

3. On définit les coefficients de réflexion R et de transmission T en énergie par $R = \frac{|I_r(x=0)|}{|I_i(x=0)|}$ et $T = \frac{|I_t(x=0)|}{|I_i(x=0)|}$. Exprimer R et T en fonction de α . Vérifier que $R + T = 1$. Que traduit cette égalité?

4. Le milieu 1 est de l'air et le milieu 2 est de l'eau. Calculer R , T et T_{dB} . Commenter.

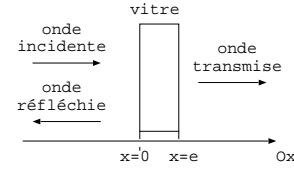
5. Les impédances caractéristiques des muscles et de l'air pour les ondes acoustiques utilisées en échographie valent respectivement $Z_m = 1,7.10^6 \text{ SI}$ et $Z_a = 440 \text{ SI}$.

Calculer les coefficients de réflexion et de transmission en puissance des ondes acoustiques au niveau d'une interface air-muscle. Commenter.

Réponses: $r = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$ et $\tau = \frac{2\alpha}{\alpha + 1}$, $R = (\frac{\alpha - 1}{\alpha + 1})^2$ et $T = \frac{4\alpha}{(1 + \alpha)^2}$

VIII. Isolation phonique

On souhaite étudier l'atténuation sonore résultant de la traversée d'une vitre d'épaisseur e , d'aire S et constituée de masse volumique ρ_v . L'onde sonore se propage à la célérité c_s dans l'air de masse volumique ρ_0 au repos.



L'onde est partiellement réfléchie sur la vitre alors qu'un onde est transmise et se propage dans l'air après traversée de la vitre. On note les vitesses en représentation complexe:

$$\underline{v}_i = Ae^{j(\omega t - kx)} \text{ pour } x < 0, \underline{v}_r = \underline{B}e^{j(\omega t + kx)} \text{ pour } x < 0 \text{ et } \underline{v}_t = \underline{D}e^{j(\omega t - kx + ke)} \text{ pour } x > e$$

1. Ecrire les surpressions complexes \underline{p}_i , \underline{p}_r et \underline{p}_t associées aux ondes incidente, réfléchie et transmise.
2. On considère que la vitre se comporte comme un solide. Elle est donc indéformable mais susceptible de se déplacer. Montrer que $A + \underline{B} = \underline{D}$.
3. Exprimer l'accélération de la vitre de deux façons différentes : en fonction de j , ω , A et \underline{B} ou en fonction de j , ω , et D .

4. Appliquer la RFD à la portion de vitre de surface S et en déduire que $j\omega\rho_v e \underline{D} = 2\rho_0 c_s (A - \underline{D})$. En déduire que $\frac{\underline{D}}{A} = \frac{1}{1 + j \frac{\omega \rho_v e}{2\rho_0 c_s}}$.

5. Exprimer le coefficient de transmission en puissance $T = |\frac{\underline{D}}{A}|^2$. Calculer T à BF et à HF. En déduire la nature du filtre ainsi constitué.

Réponses : 1- $p = \rho_0 c_s v$ pour une $OPPH^+$ et $p = -\rho_0 c_s v$ pour une $OPPH^-$, 2a- continuité de la vitesse $v(0, t) = v_i(0, t) + v_r(0, t) = v_t(0, t)$, 2e- $T = \frac{1}{1 + (\frac{\rho_v e \omega}{2\rho_0 c_s})^2}$, filtre passe-bas