

# TD ondes sonores dans les fluides

## I. Utilisation des impédances acoustiques

Le son se propage à la vitesse  $c_0$  dans un matériau de masse volumique  $\rho_0$  pour  $x < 0$  puis à la vitesse  $c_1$  dans un matériau de masse volumique  $\rho_1$  pour  $0 < x < l$  et enfin à la vitesse  $c_2$  dans un matériau de masse volumique  $\rho_2$  pour  $x > l$ . On donne les vitesses particulières:

Pour  $x < 0$  :  $v_0(x, t) = A_0 \cos(\omega t - k_0 x)$

Pour  $0 < x < l$  :  $v_1(x, t) = A_1 \cos(\omega t - k_1 x) + B_1 \cos(\omega t + k_1 x)$

Pour  $x > l$  :  $v_2(x, t) = A_2 \cos(\omega t - k_2 x)$

Exprimer  $k_0$ ,  $k_1$  et  $k_2$  en fonction des données et de la pulsation  $\omega$ . Ecrire les expressions des surpressions acoustiques dans chacun des trois milieux et écrire, sans les résoudre les équations de continuité de la surpression et de la vitesse.

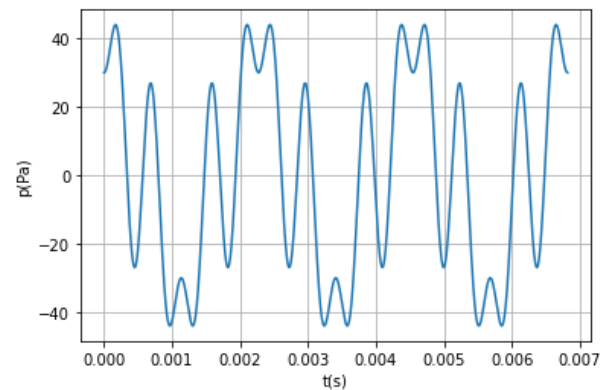
## II. Notation complexe

Soit une onde sonore dont la surpression s'écrit en notation complexe  $\underline{p}(x, t) = p_0 e^{j(\omega t - kx)}$ . Ecrire l'équation d'Euler et la simplifier dans l'approximation acoustique, en déduire l'expression de l'onde de vitesse  $\underline{v}(x, t)$ .

On définit l'impédance acoustique par  $\underline{Z} = \frac{\underline{p}}{\underline{v}}$ . Exprimer  $\underline{Z}$  pour cette onde.

## III. Tuyau sonore

On donne l'enregistrement d'un tuyau sonore ouvert des deux côtés l'autre. L'air est à la température  $T = 300 \text{ K}$  et est assimilé à un gaz parfait de masse molaire  $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$  tel que  $\gamma = 1,4$ . Lire la fréquence du son émis et en déduire la longueur de ce tuyau. Donner l'allure du spectre du son émis.



## IV. Surpression dans un tuyau d'orgue

On considère un tuyau d'orgue rempli d'air de masse volumique  $\rho(x, t) = \rho_0 + \rho_1(x, t)$ . On note  $p_1 = P - P_0$ , la surpression acoustique et  $v_1$ , la vitesse particulière. La célérité du son est notée  $c$ . Le tuyau est fermé en  $x = 0$  et ouvert en  $x = L$ . On cherche  $p_1(x, t)$  sous la forme  $p_1(x, t) = p_m \cos(\omega t) \cos(kx + \phi)$ .  $\rho_1$ ,  $p_1$  et  $v_1$  sont des infiniment petits d'ordre 1.

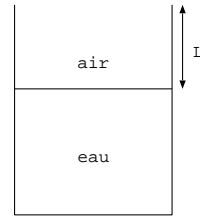
1. De quel type d'onde s'agit-il? Justifier physiquement ce choix.
2. Ecrire l'équation d'Euler et la simplifier dans le cadre de l'approximation acoustique. En déduire l'expression de la vitesse particulière en fonction de  $p_m$ ,  $\omega$ ,  $c$ ,  $\rho_0$ ,  $k$ ,  $x$  et  $\phi$ .
3. Déduire des conditions aux limites la valeur de  $\phi$  et les fréquences  $f_n$  des ondes sonores émises par ce tuyau. Vérifier la cohérence du résultat à l'aide de schémas.
4. L'amplitude maximale de déplacement des particules est  $\xi_{mm} = 0,4 \text{ mm}$ . En déduire  $p_m$ , l'amplitude de la surpression et  $v_m$ , l'amplitude de la vitesse particulière pour la fréquence fondamentale  $f_0$ . Commenter. Données :  $L = 60 \text{ cm}$ ,  $\rho_0 = 1,3 \text{ kg/m}^3$  et  $c = 340 \text{ m/s}$ .

Réponses: 2-  $v_1(x, t) = \frac{p_0}{\rho_0 c} \sin(\omega t) \sin(kx)$  3-  $f_0 = \frac{c}{4L}$  4-  $p_m = 157 \text{ Pa}$

## V. Verre d'eau chanteur

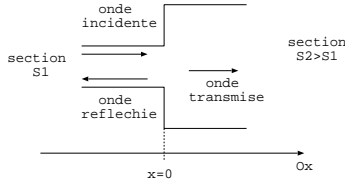
En tapant avec une petite cuillère sur un verre d'eau, on met en vibration la colonne d'air de hauteur  $L$ .

1. A quelle fréquence  $f$  correspond une hauteur  $L = 48 \text{ mm}$ ?
2. Comment obtenir une fréquence plus aigue une octave au dessus (soit une fréquence du double  $f$ )?



Réponses: 1-  $f = 1770 \text{ Hz}$  2-  $L = 24 \text{ mm}$

## VI. Propagation dans un tuyau de section variable



On écrit la vitesse des ondes incidente, réfléchie et transmise:  $v_i = v_0 \cos(\omega t - kx)$ ,  $v_r = r v_0 \cos(\omega t + kx)$  et  $v_t = \tau v_0 \cos(\omega t - kx)$  où  $r$  et  $\tau$  sont les coefficients de réflexion et de transmission pour la vitesse particulière. On note  $\rho_0$  et  $c$ , la masse volumique de l'air et la célérité des ondes dans l'air.

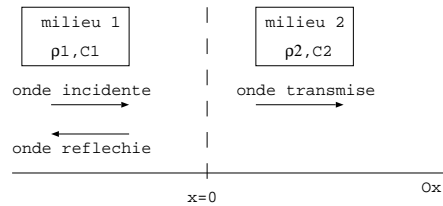
1. Exprimer les surpressions des ondes incidente, réfléchie et transmise,  $p_i(x, t)$ ,  $p_r(x, t)$  et  $p_t(x, t)$ .
2. Ecrire les deux équations de continuité en  $x = 0$ . En déduire  $r$  et  $\tau$  en fonction de  $S_1$  et  $S_2$ .
3. Dans le cas particulier où  $S_1 \ll S_2$ , donner les valeurs approchées de  $r$  et  $\tau$  et en déduire les expressions des ondes de vitesse et de surpression pour  $x < 0$  et  $x > 0$ . Commenter. On donne:  $\cos p - \cos q = -2 \sin(\frac{p+q}{2}) \sin(\frac{p-q}{2})$  et  $\cos p + \cos q = 2 \cos(\frac{p+q}{2}) \cos(\frac{p-q}{2})$ .
4. On définit la puissance acoustique à travers une section  $S$  par  $P = I.S = \langle p.v \rangle .S$ . On définit les coefficients de réflexion et de transmission en puissance par  $R = \frac{|P_r(x=0)|}{|P_i(x=0)|}$  et  $T = \frac{|P_t(x=0)|}{|P_i(x=0)|}$ .  
Exprimer les coefficients de réflexion  $R$  et de transmission  $T$  en puissance. Vérifier que  $R + T = 1$ . Que traduit cette égalité?
5. Donner les expressions approchées de  $R$  et  $T$  pour les cas:  $S_1 = S_2$ ,  $S_1 \ll S_2$  et  $S_1 \gg S_2$ . Commenter.
6. Pourquoi la trompette possède-t-elle un pavillon?



Réponses :  $r = \frac{S_2 - S_1}{S_1 + S_2}$  et  $\tau = \frac{2S_1}{S_2 + S_1}$ ,  $R = (\frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2})^2$  et  $T = \frac{4S_1 S_2}{(S_1 + S_2)^2}$

## VII. Discontinuité entre deux milieux : transmission et réflexion des ondes sonores

On étudie la propagation d'une onde plane progressive harmonique suivant les  $x$  croissants. Le plan  $x = 0$  sépare les deux milieux d'impédances caractéristiques  $\rho_1 c_1$  et  $\rho_2 c_2$ . On note  $\alpha = \frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1}$ .



On écrit la surpression des ondes incidente, réfléchie et transmise:  $p_i = p_0 \cos(\omega t - k_1 x)$ ,  $p_r = r p_0 \cos(\omega t + k_1 x)$  et  $p_t = \tau p_0 \cos(\omega t - k_2 x)$  où  $r$  et  $\tau$  sont les coefficients de réflexion et de transmission pour la surpression.

1. Ecrire les vitesses particulières  $v_i(x, t)$ ,  $v_r(x, t)$ , et  $v_t(x, t)$ . En déduire les expressions des intensités acoustiques des ondes incidente, réfléchie et transmise notées  $I_i$ ,  $I_r$  et  $I_t$  en fonction de  $p_0$ ,  $\rho_1$ ,  $c_1$ ,  $\rho_2$ ,  $c_2$ ,  $r$  et  $\tau$ .
2. En  $x = 0$ , écrire les deux équations de continuité. En déduire les expressions de  $r$  et de  $\tau$  en fonction de  $\alpha$ .

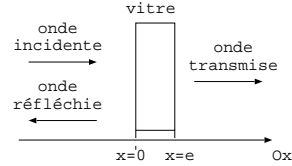
3. On définit les coefficients de réflexion  $R$  et de transmission  $T$  en énergie par  $R = \frac{|I_r(x=0)|}{I_i(x=0)}$  et  $T = \frac{I_t(x=0)}{I_i(x=0)}$ . Exprimer  $R$  et  $T$  en fonction de  $\alpha$ . Vérifier que  $R + T = 1$ . Que traduit cette égalité?
4. Le milieu 1 est de l'air et le milieu 2 est de l'eau. Calculer  $R$ ,  $T$  et  $T_{dB}$ . Commenter.
5. Les impédances caractéristiques des muscles et de l'air pour les ondes acoustiques utilisées en échographie valent respectivement  $Z_m = 1,7 \cdot 10^6 SI$  et  $Z_a = 440 SI$ .

Calculer les coefficients de réflexion et de transmission en puissance des ondes acoustiques au niveau d'une interface air-muscle. Commenter.

Réponses:  $r = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$  et  $\tau = \frac{2\alpha}{\alpha + 1}$ ,  $R = \left(\frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}\right)^2$  et  $T = \frac{4\alpha}{(1 + \alpha)^2}$

## VIII. Isolation phonique

On souhaite étudier l'atténuation sonore résultant de la traversée d'une vitre d'épaisseur  $e$ , d'aire  $S$  et constituée de masse volumique  $\rho_v$ . L'onde sonore se propage à la célérité  $c_s$  dans l'air de masse volumique  $\rho_0$  au repos.



L'onde est partiellement réfléchi sur la vitre alors qu'une onde est transmise et se propage dans l'air après traversée de la vitre. On note les vitesses en représentation complexe:

$$v_i = A e^{j(\omega t - kx)} \text{ pour } x < 0, v_r = B e^{j(\omega t + kx)} \text{ pour } x < 0 \text{ et } v_t = D e^{j(\omega t - kx + ke)} \text{ pour } x > e$$

1. Ecrire les surpressions complexes  $\underline{p}_i$ ,  $\underline{p}_r$  et  $\underline{p}_t$  associées aux ondes incidente, réfléchi et transmise.
2. On considère que la vitre se comporte comme un solide. Elle est donc indéformable mais susceptible de se déplacer. Montrer que  $A + B = D$ .
3. Exprimer l'accélération de la vitre de deux façons différentes : en fonction de  $j$ ,  $\omega$ ,  $A$  et  $D$  ou en fonction de  $j$ ,  $\omega$ , et  $D$ .
4. Appliquer la RFD à la portion de vitre de surface  $S$  et en déduire que  $j\omega\rho_v e D = 2\rho_0 c_s (A - D)$ . En déduire que  $\frac{D}{A} = \frac{1}{1 + j \frac{\omega\rho_v e}{2\rho_0 c_s}}$ .
5. Exprimer le coefficient de transmission en puissance  $T = \left|\frac{D}{A}\right|^2$ . Calculer  $T$  à BF et à HF. En déduire la nature du filtre ainsi constitué.

Réponses : 1-  $p = \rho_0 c_s v$  pour une  $OPPH^+$  et  $p = -\rho_0 c_s v$  pour une  $OPPH^-$ , 2a- continuité de la vitesse  $v(0, t) = v_i(0, t) + v_r(0, t) = v_t(0, t)$ , 2e-  $T = \frac{1}{1 + \left(\frac{\rho_v e \omega}{2\rho_0 c_s}\right)^2}$ , filtre passe-bas