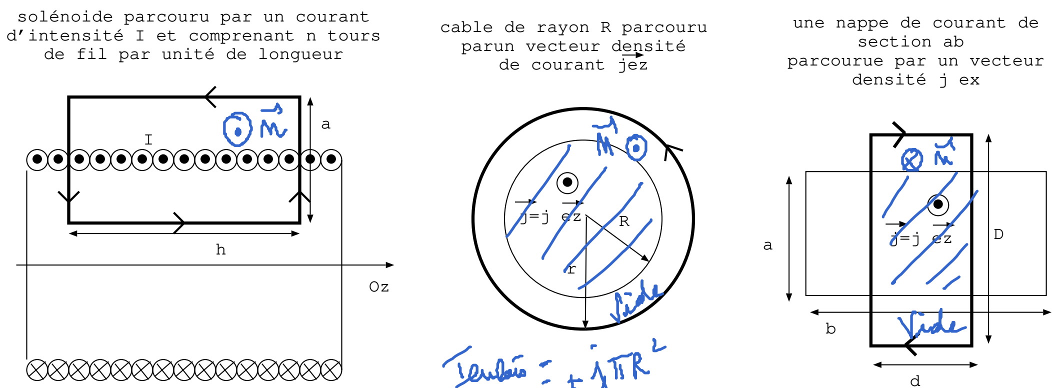
J'apprends mon cours de magnétostatique

1. Enoncer le théorème d'Ampère.

La circulation du champ magnétique sur un contour fermé et orienté est égale à μ_0 fois les courants enlacés par ce contour.

Soit $\mathcal{C} = \oint \vec{B}(M)\, d\vec{OM} = \mu_0 I_{enlacés}$

2. Exprimer les courants enlacés par le contour orienté représenté en gras, dans chaque cas:

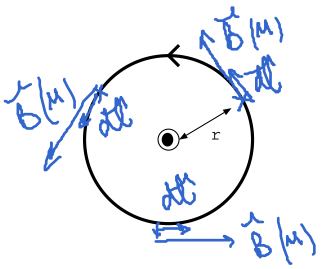


$I_{enlacés} = +j\pi R^2$

$I_{enlacés} = -jad$

$I_{enlacés} = \underbrace{nh}_{\text{nbre de tours de fil}} I$

3. Soit un champ magnétique de la forme $\vec{B} = B(r)\vec{e_\theta}$ en coordonnées cylindriques et un contour circulaire orienté de rayon r. Représenter en trois points M du contour, les vecteurs $\vec{B}(M)$ et $\vec{dl}$. Exprimer la circulation de ce champ le contour.

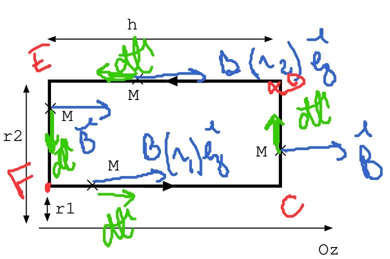


$\mathcal{C} = \oint B(r)\vec{e_\theta}\, dl\, \vec{e_\theta} = B(r) \oint dl = B(r)\, 2\pi r$

4. Ecrire l'équation de Maxwell Thomson et donner la conséquence sur les lignes de champ magnétique:

$\text{div}\, \vec{B} = 0$ signifie que le flux de $\vec{B}$ à travers une surface fermée est nulle soit lorsque les lignes de champ se resserrent, $\|\vec{B}\|$ augmente

5. Soit un champ magnétique de la forme $\vec{B} = B(r)\vec{e_z}$ en coordonnées cylindriques et un contour orienté de forme rectangulaire représenté sur le schéma. Représenter aux 4 points M du contour, les vecteurs $\vec{B}(M)$ et $\vec{dl}$. Exprimer la circulation de ce champ sur le contour.



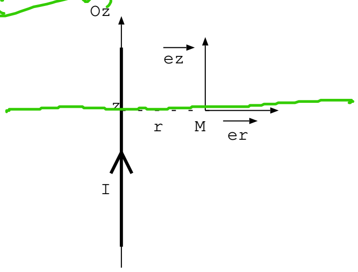
$\mathcal{C} = \oint B(r)\vec{e_z}\, \vec{dl}$

$= \underset{\text{sur CD}}{0} + \underset{\text{sur EF}}{0} + \int_D^E B(r_2)\vec{e_z}(-dl\,\vec{e_z}) + \int_F^C B(r_1)\vec{e_z}\, dl\,\vec{e_z}$

$= -B(r_2)h + B(r_1)h$

6. Soit un fil confondu avec l'axe Oz et parcouru par le courant d'intensité I. On néglige les effets de bord. Déduire des symétries et des invariances, l'expression simplifiée de $\overrightarrow{B}(M)$ en coordonnées cylindriques.

$\Pi^+(M,\vec{e}_r,\vec{e}_z)$



$\Pi^-(M,\vec{e}_r,\vec{e}_\theta)$

$M \in \Pi^-(M,\vec{e}_r,\vec{e}_\theta)$ et $\Pi^+(M,\vec{e}_r,\vec{e}_z)$

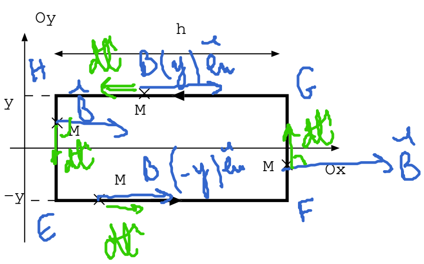
donc $\vec{B}(M) \perp \Pi^+$ et $\in \Pi^-$

donc $\vec{B}(M)$ selon $\vec{e}_\theta$

$\|\vec{B}(M)\| = B(r,\cancel{\theta},\cancel{z})$ invariance par translation selon Oz ; invariance par rotation autour de Oz

$\boxed{\vec{B}(M) = B(r)\vec{e}_\theta}$

7. Soit un champ magnétique de la forme $\overrightarrow{B} = B(y)\overrightarrow{e_x}$ tel que $\overrightarrow{B}(-y) = -\overrightarrow{B}(y)$, et un contour orienté de forme rectangulaire représenté sur le schéma. Représenter aux 4 points M du contour, les vecteurs $\overrightarrow{B}(M)$ et $\overrightarrow{dl}$. Exprimer la circulation de ce champ sur le contour.



$\mathcal{C} = \oint B(y)\vec{e}_x \cdot \vec{dl}$

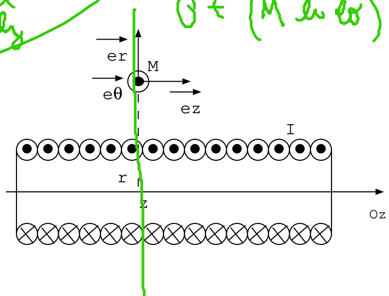
$= 0 + 0 + \int_G^H B(y)\vec{e}_x\, dl(-\vec{e}_x) + \int_E^F B(-y)\vec{e}_x\, dl\,\vec{e}_x$

sur FG, sur HE

$= (B(-y) - B(y))h = -2B(y)h$ car $B(-y) = -B(y)$

8. Soit un solénoide d'axe Oz parcouru par le courant d'intensité I. On néglige les effets de bord. Déduire des symétries et des invariances, l'expression simplifiée de $\overrightarrow{B}(M)$ en coordonnées cylindriques.

$\Pi^-(M,\vec{e}_r,\vec{e}_z)$ $\Pi^+(M,\vec{e}_r,\vec{e}_\theta)$



$M \in \Pi^+(M,\vec{e}_r,\vec{e}_\theta)$ et $\Pi^-(M,\vec{e}_r,\vec{e}_z)$

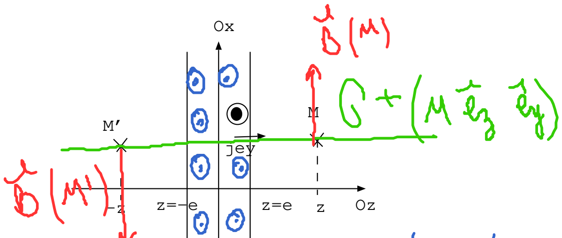
donc $\vec{B}(M) \perp \Pi^+$ et $\in \Pi^-$

donc $\vec{B}(M)$ selon $\vec{e}_z$

$\|\vec{B}(M)\| = \|\vec{B}(r,\cancel{\theta},\cancel{z})\|$ invariance par rotat° autour de Oz, translat° selon Oz

$\boxed{\vec{B}(M) = B(r)\vec{e}_z}$

9. Soit une nappe de courant comprise entre les plans $z = -e$ et $z = +e$ avec des courants uniformément répartis en volume de vecteur densité $\overrightarrow{j} = j\overrightarrow{e_y}$. Déduire des symétries et des invariances, l'expression simplifiée de $\overrightarrow{B}(M)$ en coordonnées cartésiennes. Donner la relation entre $\overrightarrow{B}(z)$ et $\overrightarrow{B}(-z)$.



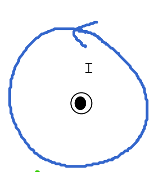
$M \in \Pi^+(M,\vec{e}_z,\vec{e}_y)$

$\vec{B}(M) \perp \Pi^+$ donc $\vec{B}(M)$ selon $\vec{e}_x$

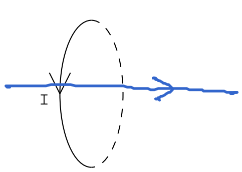
$\|\vec{B}(M)\| = B(\cancel{x},\cancel{y},z)$ invariance par translat°

M et M' sont symétriques / Π^+ (Oxy) donc $\vec{B}(M)$ et $\vec{B}(M')$ sont antisymétriques / à Π^+ : $\vec{B}(z) = -\vec{B}(-z)$

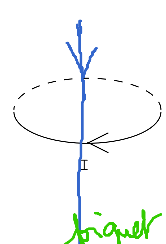
10. Ajouter sur le schéma une ligne de champ en utilisant la règle de la main droite.



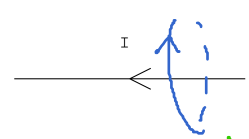
pouce selon I
poignet selon $\vec{B}$



poignet selon I
pouce selon $\vec{B}$



poignet selon I
pouce selon $\vec{B}$



pouce selon I
poignet selon $\vec{B}$