J'apprends mon cours sur les équations de Maxwell

1. Ecrire les équations de Maxwell et donner leur nom:

Maxwell-Gauss : $\text{div}\,\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

Maxwell-Faraday : $\vec{\text{rot}}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Maxwell-Thomson : $\text{div}\,\vec{B} = 0$

Maxwell-Ampère : $\vec{\text{rot}}\,\vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

2. Compléter les phrases:

En un point d'un plan P^+ pour les charges et/ou les courants, $\vec{E}(M)$ est contenu dans ce plan
$\vec{B}(M)$ est $\perp$ à ce plan

En un point d'un plan P^- pour les charges et/ou les courants, $\vec{E}(M)$ est $\perp$ à ce plan
$\vec{B}(M)$ est contenu dans ce plan

3. Le champ électromagnétique s'écrit $\vec{B} = B(r,t)\vec{e_z}$ et $\vec{E}(M,t) = E(r,t)\vec{e_\theta}$. Donner la forme des lignes de champ électrique et magnétique.

$\vec{B}$ selon $\vec{e_z}$: les lignes de champ $\vec{B}$ sont des droites // à Oz

$\vec{E}$ selon $\vec{e_\theta}$: " " $\vec{E}$ sont des cercles centrés sur (Oz)

4. Pourquoi les lignes de champ électrique peuvent-elles se refermer en régime variable alors que c'est impossible en régime stationnaire?

En régime stationnaire : $\vec{\text{rot}}\,\vec{E} = \vec{0}$ soit $\vec{E} = -\vec{\text{grad}}\,V$: le champ $\vec{E}$ est dirigé des forts vers les faibles potentiels

En régime variable : $\vec{\text{rot}}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ soit $\vec{E} = -\vec{\text{grad}}\,V$ n'est plus valable

le vecteur $\vec{E}$ peut tourner autour de $\vec{B}$

5. Ecrire l'équation intégrale associée à l'équation de Maxwell-Thomson et donner la conséquence sur les lignes de champ magnétique.

l'éq. de Maxwell Thomson combinée au th. d'Ostrogradsky donne $\oiint \vec{B}\cdot dS\vec{n} = 0$ soit le flux de $\vec{B}$ à travers toute surface fermée est nulle. Par conséquent :

lorsque les lignes de champ $\vec{B}$ se rapprochent, $\|\vec{B}\| \nearrow$

" " s'éloignent, $\|\vec{B}\| \searrow$

6. Déduire des équations de Maxwell, l'équation de conservation de la charge.

$\text{div}(\vec{\text{rot}}\,\vec{B}) = 0 = \text{div}\left[\mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right]$ d'après Maxwell-Ampère

d'où $\text{div}\,\vec{j} + \varepsilon_0\,\text{div}\left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right) = 0$

d'où $\text{div}\,\vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t}\Big[\underbrace{\text{div}\,\vec{E}}_{= \rho/\varepsilon_0 \text{ d'après Maxwell Gauss}}\Big] = 0$ donc $\boxed{\text{div}\,\vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0}$ éq. de conservation de la charge

7. Donner l'expression et l'unité du vecteur de Poynting. Que représente le sens et la direction de ce vecteur? Que représente le flux de ce vecteur à travers une surface?

$\vec{R} = \dfrac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$ $\quad [R] = W.m^{-2}$ le sens et la direction de $\vec{R}$ représentent le sens et la direction de transport de l'énergie

$\mathcal{P} = \iint_S \vec{R} \cdot dS\,\vec{n}$: est la puissance rayonnée par le champ em à travers la surface S

8. Le théorème de Gauss est-il modifié en régime variable? Justifier.

l'éq. de Maxwell_Gauss est identique en régime stationnaire et en régime variable donc le th. de Gauss est inchangé en régime variable.

9. Donner l'expression et l'unité de la densité volumique d'énergie électromagnétique:

$u_{em} = \dfrac{\varepsilon E^2}{2} + \dfrac{B^2}{2\mu_0}$ $\quad [u_{em}] = J.m^{-3}$ partout où il y a des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$, il y a de l'énergie

10. Le théorème d'Ampère est-il modifié en régime variable? Justifier.

l'éq. de Maxwell Ampère est modifiée en régime variable : terme supplémentaire $\varepsilon\mu_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ par rapport à la magnétostatique donc le th. d'Ampère est modifié.

Rq : sauf dans l'ARQS où $\vec{rot}\,\vec{B} = \mu_0 \vec{j}$

11. Donner l'expression de la puissance cédée aux charges par le champ électrique dans un volume V.

$\mathcal{P} = \iiint \vec{j} \cdot \vec{E}\, d\tau$ $\quad$ puissance de la force électrique $\vec{F} = q\vec{E}$ sur toutes les charges dans le volume

Rq : la force magnétique ne travaille pas donc sa puissance est nulle