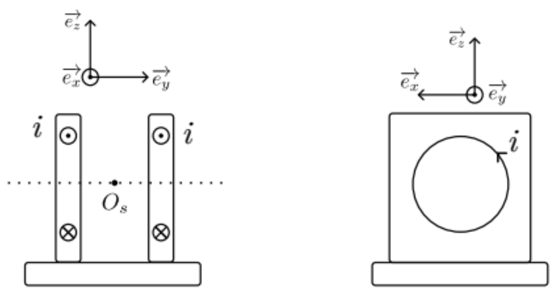
Sujet sur les dipôles magnétiques (extrait de centrale TSI)

Le Blue Fire est l'une des montagnes russes du parc d'attraction Europa-Park, situé à Rust, en Allemagne. Elle est en service depuis le 4 avril 2009. Le nom de l'attraction a été choisi en référence à la couleur de la flamme émise par la combustion du gaz naturel, vecteur énergétique important.

Le dispositif qui permet d'accélérer initialement le train dans le Blue Fire est nommé moteur linéaire synchrone. Le principe est le suivant: des aimants permanents sont placés sous les wagons du train et un champ magnétique est généré par des circuits électriques situés dans les pièces blanches du stator, solidaires du rail. L'interaction entre ce champ magnétique et les aimants du train explique la force propulsive responsable de l'accélération.

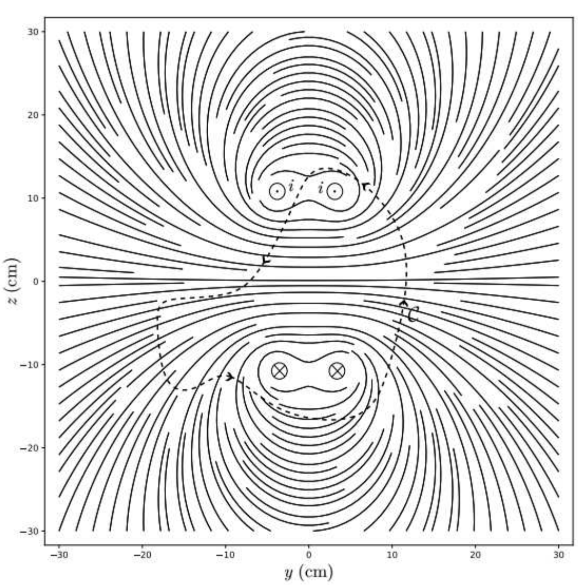
La description précise de l'interaction est complexe et fait appel à des notions de magnétisme de la matière. On propose ici une description volontairement très simplifiée. On s'intéresse dans un premier temps uniquement au stator qui permet de créer le champ magnétique. Celui-ci est constitué de paires de spires conductrices supposées circulaires, positionnées face à face dans les deux plaques blanches du stator se faisant face, alimentées par un courant d'intensité i. Les spires sont représentées dans deux plans de projection sur la figure suivante:



1. Rappeler et nommer les deux équations de Maxwell vérifiées par le champ magnétique en magnétostatique, ainsi que les formes intégrales associées.

2. Prouver qu'en tout point M situé sur l'axe commun des deux spires $(O_s y)$, on a $\overrightarrow{B}(M) = B(M)\overrightarrow{e_y}$.

On donne sur la figure suivante l'allure des lignes de champ, issue d'une simulation, créées par cette paire de spires dans le plan $(O_s, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$. Les lignes de champ sont représentées en traits pleins.

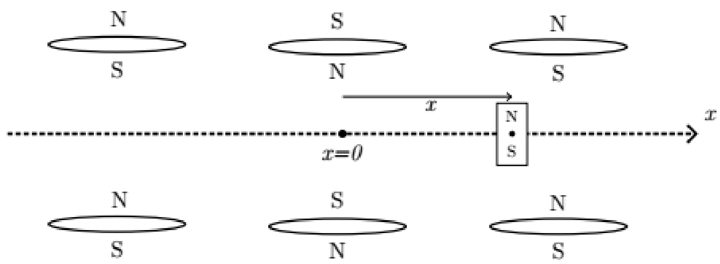


3. Reproduire rapidement sur votre copie cette figure avec quelques lignes de champ et représenter leur orientation en supposant $i > 0$. On constate que sur certaines zones, les lignes de champ s'éloignent les unes des autres, et que dans d'autres zones, elles se rapprochent les unes des autres. Que peut-on en déduire dans chaque cas ? Justifier la réponse.

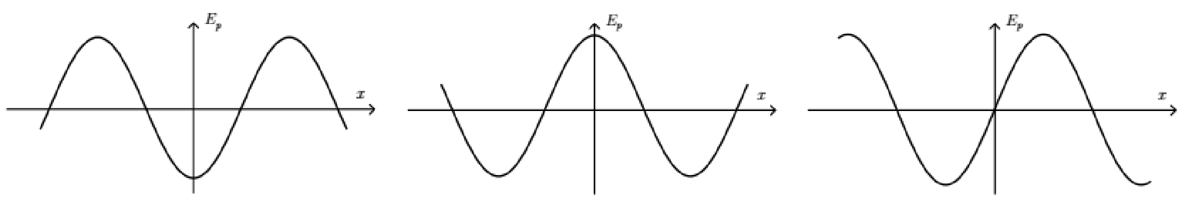
4. Pour cette simulation, on a pris $i = 1,0.10^3\ A$. Déterminer la valeur numérique de $\oint \overrightarrow{B}.\overrightarrow{dl}$ le long de la courbe $\mathcal{C}$ représentée avec son orientation sur le schéma en pointillés.

5. On rappelle que l'énergie potentielle d'un dipôle magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ placé dans un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ s'écrit: $E_p = -\overrightarrow{\mathcal{M}}.\overrightarrow{B}$. On note θ l'angle entre les vecteurs $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ et $\overrightarrow{B}$. Tracer la courbe donnant E_p en fonction de θ et commenter.

On donne sur la figure suivante une configuration simplifiée de la polarité de trois paires de spires du stator vues de dessus et d'un aimant permanent du train, en fonction de la position x de l'aimant définie sur le schéma.



6. Identifier, parmi les trois profils d'énergie potentielle proposés ci-dessous, lequel décrit le mieux l'interaction entre les spires et l'aimant représentés. Justifier précisément la réponse.



7. On rappelle que le lien entre la force $\overrightarrow{F}$ et l'énergie potentielle E_p est donnée par $\overrightarrow{F} = -\overrightarrow{grad}E_p$. En vous basant sur le profil choisi, expliquer où positionner l'aimant par rapport aux spires pour obtenir une force maximale sur l'aimant dirigée vers la droite. On pourra répondre par un schéma simple.

I. **Correction**

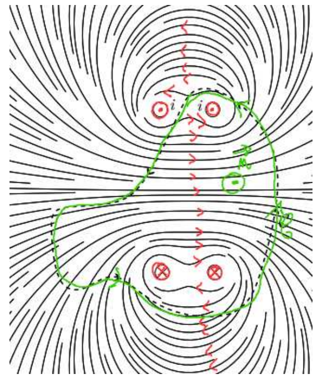
1. L'équation de Maxwell Ampère en magnétostatique s'écrit $\overrightarrow{rot}\overrightarrow{B} = \mu_0 \overrightarrow{j}$, elle conduit au théorème d'Ampère $\oint \overrightarrow{B}.\overrightarrow{dl} = 0$.

L'équation de Maxwell-Thomson s'écrit $div\overrightarrow{B} = 0$, elle a pour conséquence que le flux de $\overrightarrow{B}$ à travers n'importe quelle surface fermée est nulle soit $\oiint \overrightarrow{B}.dS\overrightarrow{n} = 0$.

2. Le point M appartient au plan $P^-(M, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y})$ et $P^-(M, \overrightarrow{e_z}, \overrightarrow{e_y})$ donc $\overrightarrow{B}(M)$ appartient à ces deux plans et $\overrightarrow{B}(M)$ est selon $\overrightarrow{e_y}$.

3. Lorsque les lignes de champ magnétique s'écartent, le champ diminue, lorsqu'elles se rapprochent, le champ augmente. Cette propriété vient du fait que le flux du champ magnétique à travers une surface fermée (telle qu'un tube de courant) est nul.

Les lignes tournent autour des courants, le sens des lignes est donné par la règle de la main droite.

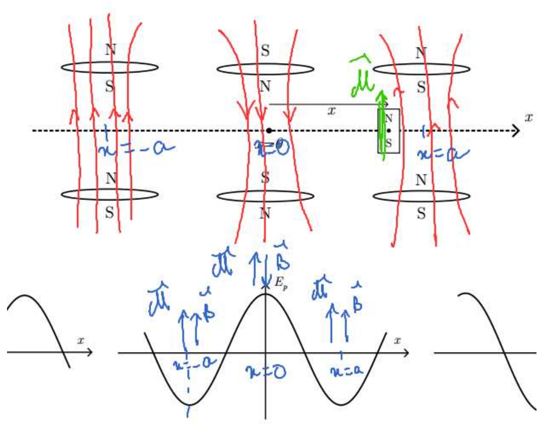


4. On applique le théorème d'Ampère: $\oint \overrightarrow{B}.\overrightarrow{dl} = \mu_0 I_{enlaces}$. Le contour $\mathcal{C}$ est décrit dans le sens trigo donc le vecteur normal est dirigé vers nous. Les courants qui viennent vers nous sont comptés positivement et les courants qui s'enfoncent dans la feuille sont comptés négativement. On a donc: $I_{enlaces} = -2i + i = -i = -1,0.10^3\ A$.

5. On a donc $E_p = -\overrightarrow{\mathcal{M}}.\overrightarrow{B} = -\mathcal{M}B\cos\theta$. En $\theta = 0$ ($\overrightarrow{\mathcal{M}}$ et $\overrightarrow{B}$ sont colinéaires de même sens), la courbe E_p présente un minimum, ce qui correspond à un équilibre stable. En $\theta = 0$ ($\overrightarrow{\mathcal{M}}$ et $\overrightarrow{B}$ sont colinéaires de sens contraire), la courbe E_p présente un maximum, ce qui correspond à un équilibre instable.

Ainsi un dipôle magnétique placé dans un champ magnétique s'oriente dans la direction et le sens du champ magnétique.

6. Sur les schémas j'ajoute les lignes de champ magnétique créés par les bobines et le moment magnétique de l'aimant. Pour les valeurs de x où le dipôle est colinéaire de même sens que le champ magnétique, l'anergie potentielle est minimale et pour les valeurs de x où le dipôle est colinéaire de sens contraire au champ magnétique, l'anergie potentielle est maximale. On en déduit que la courbe qui convient a le profil B.



7. Ici E_p dépend de x donc $\overrightarrow{F} = -\overrightarrow{grad}E_p = -\frac{dE_p}{dx}\overrightarrow{e_x}$. Ainsi pour avoir une force importante selon $+\overrightarrow{e_x}$, il faut que $\frac{dE_p}{dx}$ soit négatif et le plus grand possible en valeur absolue. Ce qui signifie qu'il faut que la pente de la tangente soit négative et la plus grande possible: cela se produit entre les deux spires de droite soit pour $x = a/2$.