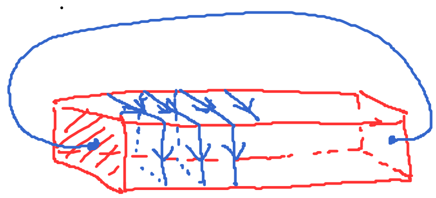
Exercice II



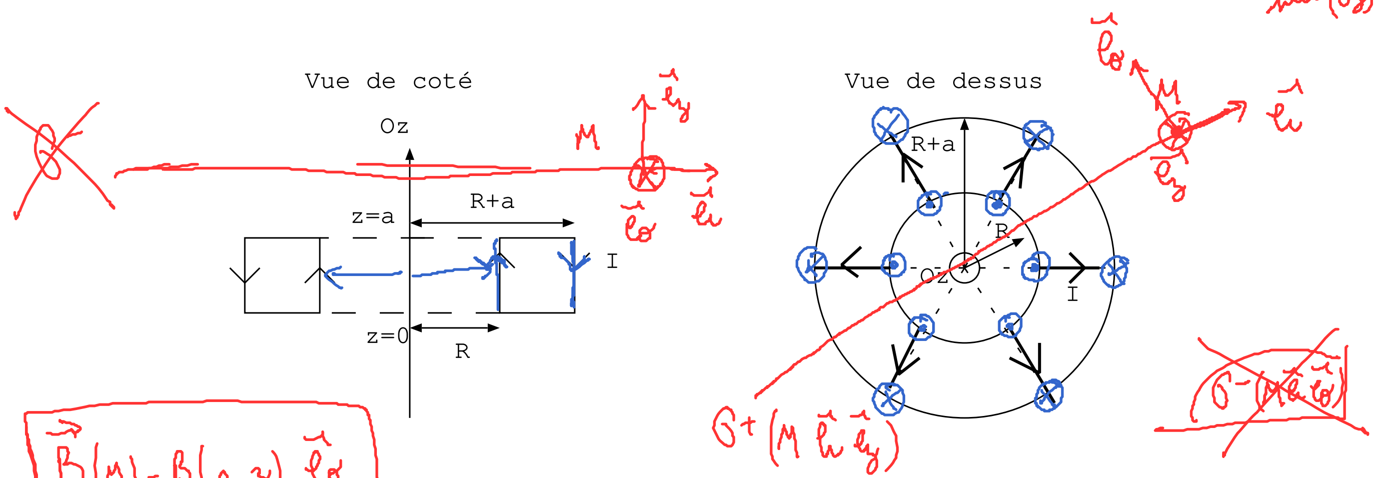
$M \in \mathcal{P}^+(M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$

donc $\vec{B}(M) \perp \mathcal{P}^+$

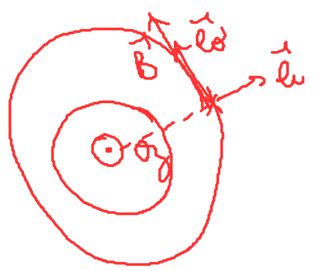
donc $\vec{B}(M)$ est selon $\vec{e}_\theta$

$\|\vec{B}(M)\| = B(r, \cancel{\theta}, z)$

invariance par rotation selon (Oz)



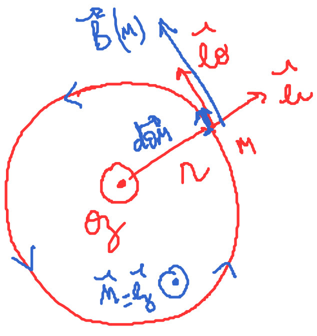
$$\boxed{\vec{B}(M) = B(r,z)\,\vec{e}_\theta}$$



les lignes de champ sont des cercles centrés sur (Oz)

On choisit pour contour d'Ampère un cercle de rayon $r = HM$ et de centre H orienté par $\vec{n} = \vec{e}_z$

$(M \in \text{cercle})$



$$\mathcal{C} = \oint \vec{B}(M)\, d\vec{OM}$$

$$= \oint B(r,z)\,\vec{e}_\theta \cdot dl\,\vec{e}_\theta$$

$$= B(r,z) \underbrace{\oint dl}_{= 2\pi r}$$

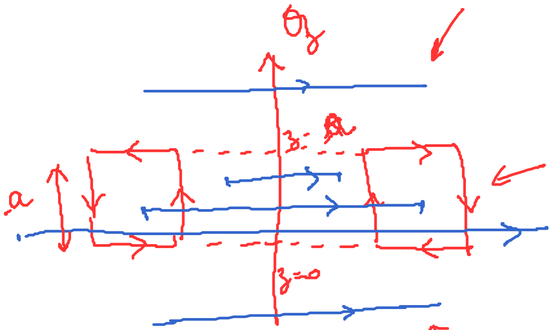
$$\boxed{\mathcal{C} = 2\pi r\, B(r,z)}$$

th. d'Ampère : $\mathcal{C} = \mu_0 I_{enlacés}$

(ici $I_{enlacés} = \pm I$)

courant de même sens que $\vec{n}$

courant de sens opposé à $\vec{n}$

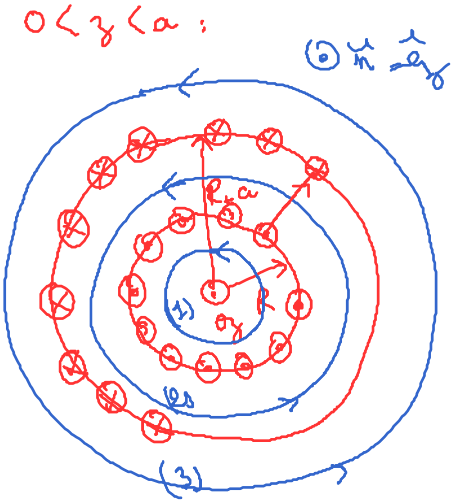


$z>a$: aucun courant ne le traverse $I_{enlacés}=0 \Rightarrow \vec{B}=\vec{0}$

$0<z<a$ — 3 cas à distinguer

$z<0$: aucun courant ne le traverse $I_{enlacés}=0 \Rightarrow \vec{B}=\vec{0}$

$0<z<a$:



(1) $r<R$: aucun courant

$I_{enlacés}=0 \Rightarrow \boxed{\vec{B}=\vec{0}}$

(2) $R<r<R+a$: $I_{enlacés}=+N\times I$

$B(r,z)\,2\pi r=\mu_0 NI$

$$\boxed{\vec{B}=\frac{\mu_0 NI}{2\pi r}\vec{e}_\theta}$$

(3) $r>R+a$:

$I_{enlacés}=+NI-NI=0$

$\boxed{\vec{B}=\vec{0}}$

$\vec{B}=\vec{0}$ partout sauf à l'intérieur du tore : $\boxed{\vec{B}_{int}=\frac{\mu_0 NI}{2\pi r}\vec{e}_\theta}$

$$E_m=\frac{1}{2}LI^2$$

on a : $u(M)=\frac{B^2(M)}{2\mu_0}$ → en $\underline{J.m^{-3}}$

$$d\tau=\underbrace{dr}\times\underbrace{dz}\times\underbrace{r\,d\theta}$$

$$E_m=\underset{M \text{ à l'intérieur du tore}}{\iiint} u(M)\,d\tau(M)=\iiint\frac{\left(\frac{\mu_0 NI}{2\pi r}\right)^2}{2\mu_0}\times r\,dr\,d\theta\,dz$$

$$=\frac{\mu_0 N^2I^2}{8\pi^2}\int_R^{R+a}\frac{1}{r}\,dr\times\int_0^{2\pi}d\theta\times\int_0^a dz=\frac{\mu_0 N^2I^2}{8\pi^2}\ln\left(\frac{R+a}{R}\right)2\pi a=\frac{1}{2}LI^2$$

$$\text{soit } L=\frac{\mu_0 N^2 a}{2\pi}\ln\left(\frac{R+a}{R}\right)$$