

J'apprends mon cours sur les ondes em dans le vide

Onde plane: l'amplitude de l'onde est constante dans tout plan perpendiculaire à la direction de propagation, l'onde ne dépend que de la variable spatiale x , y ou z .

Onde progressive: le temps et la (ou les) variable(s) d'espace sont dans le même terme appelé terme de phase. La phase est de la forme:

- $\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM}$: il y a toujours un signe $-$ lorsque l'on garde le vecteur \vec{k}
- $\omega t - kx$ ou $kx - \omega t$: lorsque les termes ωt et kx sont de signe contraire, l'onde se propage selon $+Ox$
- $\omega t + kx$: lorsque les termes ωt et kx sont de même signe, l'onde se propage selon $-Ox$

Onde stationnaire: le temps et la (ou les) variable(s) d'espace ne sont pas dans le même terme.

Utilisation des équations de Maxwell:

- Elles servent à trouver les équations de propagation de \vec{E} et \vec{B} en utilisant la relation $\vec{\text{rot}}(\vec{\text{rot}}\vec{E}) = \vec{\text{grad}}(\text{div}\vec{E}) - \Delta\vec{E}$. Dans le vide, les champs électrique et magnétique vérifient une équation de d'Alembert de la forme: $\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$ avec $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$.

- L'équation de Maxwell Gauss et l'équation de Maxwell Thomson servent à montrer que les ondes électriques et magnétiques sont transverses

- l'équation de Maxwell Ampère: $\vec{\text{rot}}\vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ sert à trouver \vec{E} connaissant \vec{B} . Dans le cas particulier d'une OPPH, cela conduit à $\vec{E} = c\vec{B} \wedge \vec{u}$.

- l'équation de Maxwell Faraday: $\vec{\text{rot}}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ sert à trouver \vec{B} connaissant \vec{E} . Dans le cas particulier d'une OPPH, cela conduit à $\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega} = \frac{\vec{u} \wedge \vec{E}}{c}$.

Cas particulier d'une OPPH: $(\vec{k}, \vec{E}, \vec{B})$ forme un trièdre direct (\vec{k} est le pouce, \vec{E} est l'index et \vec{B} est le majeur de la main droite). Et on a $\|\vec{E}\| = \|\vec{B}\|c$.

La relation de dispersion dans le vide s'écrit $k = \frac{\omega}{c}$. La vitesse de phase est donc $v_\phi = \frac{\omega}{k} = c$. Les ondes de fréquences différentes ont donc toutes la même vitesse de phase, on dit qu'il n'y a pas dispersion.

Quand on utilise la notation complexe de la forme $e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM})}$:

- Dériver par rapport au temps revient à multiplier par $i\omega$

- L'opérateur Nabla revient à multiplier par rapport à $-i\vec{k}$ (C'est comme dériver par rapport à \vec{OM}).

Attention: la notation complexe ne s'applique **jamais** pour trouver les valeurs instantanées de $u_{em}(M, t)$ et de $\vec{R}(M, t)$. La notation complexe peut s'utiliser pour calculer des valeurs moyennes de u_{em} et de \vec{R} , dans ce cas l'énoncé donne la formule à appliquer.

Parlons énergie:

La densité volumique d'énergie électromagnétique (en $J.m^{-3}$) s'écrit: $u_{em}(M, t) = \frac{\epsilon_0 E^2(M, t)}{2} + \frac{B^2(M, t)}{2\mu_0}$. Elle sert à calculer l'énergie présente dans un volume.

Le vecteur de Poynting s'écrit $\vec{R} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$ (en $W.m^{-2}$). La valeur moyenne du vecteur de Poynting est dirigée dans le sens et la direction de propagation de l'onde, car il caractérise la puissance surfacique transportée par l'onde. Important: la valeur moyenne de la norme du vecteur de Poynting est l'intensité lumineuse.

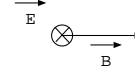
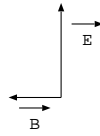
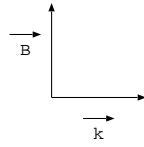
Pour le calcul de valeurs moyennes: on retient

$$\langle \cos(..\omega t..) \rangle = \langle \sin(..\omega t..) \rangle = 0$$

$$\langle \cos(..\omega t..) \cdot \sin(..\omega t..) \rangle = 0$$

$$\langle \cos^2(..\omega t..) \rangle = \langle \sin^2(..\omega t..) \rangle = \frac{1}{2}$$

1. Compléter les schémas suivants par le vecteur manquant \vec{k} , \vec{E} ou \vec{B} .



2. On donne le champ électrique d'ondes em. Préciser si l'onde est progressive ou stationnaire. Dans le cas où l'onde est progressive préciser le sens et la direction de propagation.

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - ky)$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(kz) \sin(\omega t)$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \sin(\omega t + kx)$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(kz - \omega t)$$

3. Soit une OPPH qui se propage dans le vide selon $-Oz$ et dont le champ électrique d'amplitude E_0 est polarisé selon Oy . Exprimer \vec{E} , \vec{B} et $\langle \vec{R} \rangle$.

4. On donne $\underline{\vec{E}} = E_0 e^{i(kz - \omega t)} \vec{e}_x$. Exprimer $\underline{\vec{B}}$ et en déduire la valeur moyenne du vecteur de Poynting. On donne $\langle \vec{f} \wedge \vec{g} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}(\underline{\vec{f}} \wedge \underline{\vec{g}}^*)$.

5. Soit le champ électrique $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - 2x + 3y)$. Exprimer les vecteurs \vec{k} et \vec{u} .

6. On donne $\vec{B} = B_0 \sin(\omega t - kx) \vec{e}_y$. Ecrire la relation de dispersion.

7. On donne $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kx) \sin(\beta y) \vec{e}_z$. Ecrire la relation de dispersion.

8. On donne le champ magnétique d'une onde $\vec{B} = \vec{B}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{OM} - \omega t)}$. Comment s'écrit $\vec{\nabla}$? $\frac{\partial}{\partial t}$? Montrer que le champ magnétique est transverse.

9. On donne le champ électrique d'une onde $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM})}$. Comment s'écrit $\vec{\nabla}$? $\frac{\partial}{\partial t}$? Montrer que le champ électrique est transverse.

10. Soit les champs électriques $\vec{E} = (E_0\vec{e}_x + E_1\vec{e}_y) \cos(\omega t - kx)$. Que dire de E_0 ?

11. On donne le champ électrique d'une onde $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t) \cos(kx) \vec{e}_y$. Etablir l'expression de \vec{B} .

12. Les ondes dont les champs électriques sont donnés ci-dessous sont-elles progressives? stationnaires? planes? Justifier. Donner la méthode pour trouver le champ magnétique. Prévoir le sens et la direction de la valeur moyenne du vecteur de Poynting.

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - ky) \vec{e}_x$$

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t) \sin(ky) \vec{e}_z$$

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t + kx) \sin(\beta z) \vec{e}_y$$