

**J'apprends mon cours sur les ondes em dans le vide**

*Onde plane:* l'amplitude de l'onde est constante dans tout plan perpendiculaire à la direction de propagation, l'onde ne dépend que de la variable spatiale  $x$ ,  $y$  ou  $z$ .

*Onde progressive:* le temps et la (ou les) variable(s) d'espace sont dans le même terme appelé terme de phase. La phase est de la forme:

- $\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM}$  : il y a toujours un signe – lorsque l'on garde le vecteur  $\vec{k}$
- $\omega t - kx$  ou  $kx - \omega t$  : lorsque les termes  $\omega t$  et  $kx$  sont de signe contraire, l'onde se propage selon  $+Ox$
- $\omega t + kx$  : lorsque les termes  $\omega t$  et  $kx$  sont de même signe, l'onde se propage selon  $-Ox$

*Onde stationnaire:* le temps et la (ou les) variable(s) d'espace ne sont pas dans le même terme.

*Utilisation des équations de Maxwell:*

- Elles servent à trouver les équations de propagation de  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  en utilisant la relation  $\vec{\text{rot}}(\vec{\text{rot}} \vec{E}) = \vec{\text{grad}}(\text{div} \vec{E}) - \Delta \vec{E}$ . Dans le vide, les champs électrique et magnétique vérifient une équation de d'Alembert de la forme:  $\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$  avec  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ .

- L'équation de Maxwell Gauss et l'équation de Maxwell Thomson servent à montrer que les ondes électriques et magnétiques sont transverses

- l'équation de Maxwell Ampère:  $\vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$  sert à trouver  $\vec{E}$  connaissant  $\vec{B}$ . Dans le cas particulier d'une OPPH, cela conduit à  $\vec{E} = c \vec{B} \Lambda \vec{u}$ .

- l'équation de Maxwell Faraday:  $\vec{\text{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  sert à trouver  $\vec{B}$  connaissant  $\vec{E}$ . Dans le cas particulier d'une OPPH, cela conduit à  $\vec{B} = \frac{\vec{k} \Lambda \vec{E}}{\omega} = \frac{\vec{u} \Lambda \vec{E}}{c}$ .

*Cas particulier d'une OPPH:* ( $\vec{k}$ ,  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$ ) forme un trièdre direct ( $\vec{k}$  est le pouce,  $\vec{E}$  est l'index et  $\vec{B}$  est le majeur de la main droite). Et on a  $\|\vec{E}\| = \|\vec{B}\|c$ .

La relation de dispersion dans le vide s'écrit  $k = \frac{\omega}{c}$ . La vitesse de phase est donc  $v_\phi = \frac{\omega}{k} = c$ . Les ondes de fréquences différentes ont donc toutes la même vitesse de phase, on dit qu'il n'y a pas dispersion.

Quand on utilise la notation complexe de la forme  $e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM})}$ :

- Dériver par rapport au temps revient à multiplier par  $i\omega$

- L'opérateur Nabla revient à multiplier par rapport à  $-i\vec{k}$  (C'est comme dériver par rapport à  $\vec{OM}$ ).

**Attention:** la notation complexe ne s'applique **jamaïs** pour trouver les valeurs instantanées de  $u_{em}(M, t)$  et de  $\vec{R}(M, t)$ . La notation complexe peut s'utiliser pour calculer des valeurs moyennes de  $u_{em}$  et de  $\vec{R}$ , dans ce cas l'énoncé donne la formule à appliquer.

*Parlons énergie:*

La densité volumique d'énergie électromagnétique (en  $J.m^{-3}$ ) s'écrit:  $u_{em}(M, t) = \frac{\epsilon_0 E^2(M, t)}{2} + \frac{B^2(M, t)}{2\mu_0}$ .

Elle sert à calculer l'énergie présente dans un volume.

Le vecteur de Poynting s'écrit  $\vec{R} = \frac{\vec{E} \Lambda \vec{B}}{\mu_0}$  (en  $W.m^{-2}$ ). La valeur moyenne du vecteur de Poynting est dirigée dans le sens et la direction de propagation de l'onde, car il caractérise la puissance surfacique transportée par l'onde. Important: la valeur moyenne de la norme du vecteur de Poynting est l'intensité lumineuse.

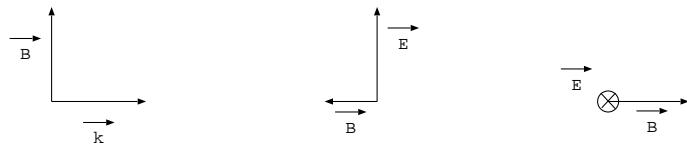
*Pour le calcul de valeurs moyennes:* on retient

$$\langle \cos(\omega t) \rangle = \langle \sin(\omega t) \rangle = 0$$

$$\langle \cos(\omega t) \cdot \sin(\omega t) \rangle = 0$$

$$\langle \cos^2(\omega t) \rangle = \langle \sin^2(\omega t) \rangle = \frac{1}{2}$$

1. Compléter les schémas suivants par le vecteur manquant  $\vec{k}$ ,  $\vec{E}$  ou  $\vec{B}$ .



2. On donne le champ électrique d'ondes em. Préciser si l'onde est progressive ou stationnaire. Dans le cas où l'onde est progressive préciser le sens et la direction de propagation.

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - ky)$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(kz) \sin(\omega t)$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \sin(\omega t + kx)$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(kz - \omega t)$$

3. Soit une OPPH qui se propage dans le vide selon  $-Oz$  et dont le champ électrique d'amplitude  $E_0$  est polarisé selon  $Oy$ . Exprimer  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  et  $\langle \vec{R} \rangle$ .

4. On donne  $\underline{\vec{E}} = E_0 e^{i(kz - \omega t)} \vec{e}_x$ . Exprimer  $\underline{\vec{B}}$  et en déduire la valeur moyenne du vecteur de Poynting. On donne  $\langle \vec{f} \Lambda \vec{g} \rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\vec{f} \Lambda \vec{g}^*)$ .

5. Soit le champ électrique  $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - 2x + 3y)$ . Exprimer les vecteurs  $\vec{k}$  et  $\vec{u}$ .

6. On donne  $\vec{B} = B_0 \sin(\omega t - kx) \vec{e}_y$ . Ecrire la relation de dispersion.

7. On donne  $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kx) \sin(\beta y) \vec{e}_z$ . Ecrire la relation de dispersion.

8. On donne le champ magnétique d'une onde  $\vec{B} = \vec{B}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{OM} - \omega t)}$ . Comment s'écrit  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B}$ ?  $\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}$ ? Montrer que le champ magnétique est transverse.

9. On donne le champ électrique d'une onde  $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM})}$ . Comment s'écrit  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E}$ ?  $\frac{\partial}{\partial t} \vec{E}$ ? Montrer que le champ électrique est transverse.

10. Soit les champs électriques  $\vec{E} = (E_0 \vec{e}_x + E_1 \vec{e}_y) \cos(\omega t - kx)$ . Que dire de  $E_0$ ?

11. On donne le champ électrique d'une onde  $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t) \cos(kx) \vec{e}_y$ . Etablir l'expression de  $\vec{B}$ .

12. Les ondes dont les champs électriques sont donnés ci-dessous sont-elles progressives? stationnaires? planes? Justifier. Donner la méthode pour trouver le champ magnétique. Prévoir le sens et la direction de la valeur moyenne du vecteur de Poynting.

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - ky) \vec{e}_x$$

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t) \sin(ky) \vec{e}_z$$

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t + kx) \sin(\beta z) \vec{e}_y$$