

# Révisions de cours

## I. Mécanique

Connaître et savoir appliquer le PFD, le théorème du moment cinétique et les théorèmes énergétiques.

Exprimer les forces d'inertie d'entraînement et de Coriolis dans le cas où  $\mathcal{R}'$  est en translation non rectiligne uniforme dans  $\mathcal{R}$  et où  $\mathcal{R}'$  est en rotation uniforme dans  $\mathcal{R}$ . Savoir faire exercices IV et V du TD référentiels non galiléens.

Démontrer l'expression de l'énergie potentielle de la force centrifuge.

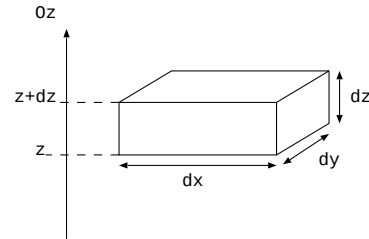
Démontrer l'expression de l'énergie potentielle de la force d'inertie d'entraînement dans le cas où  $\mathcal{R}'$  est en translation rectiligne uniformément accéléré dans  $\mathcal{R}$ . On note  $\vec{a}(O')_{\mathcal{R}} = a_0 \vec{e}_x$ .

Définir le poids et exprimer le champ de pesanteur en fonction de la latitude.

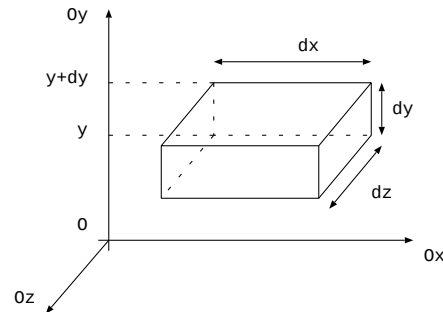
Ecrire la RFD appliquée à  $M$  dans le référentiel terrestre en rotation dans le référentiel géocentrique supposé galiléen (exercice III TD dynamique terrestre).

## II. Mécanique des fluides

1. Soit une particule fluide de volume élémentaire  $d\tau = dxdydz$ . Exprimer la résultante des forces de pression exercées sur cette particule fluide pour  $P = P(z)$ . En déduire l'expression générale de la résultante des forces de pression exercée sur une particule fluide de volume  $d\tau$ .



2. Soit un écoulement décrit par le champ des vitesses  $\vec{v} = v_x(y)\vec{e}_x$ . On donne la force de viscosité exercée sur la couche de fluide de surface  $dS$  placée en  $y$  de la part du fluide au dessus d'elle:  $d\vec{F}_v(y) = \eta \frac{\partial v_x(y)}{\partial y} dS \vec{e}_x$ . Soit une particule fluide de volume élémentaire  $d\tau = dxdydz$ . Exprimer la résultante des forces de viscosité exercées sur cette particule fluide. En déduire l'expression générale de la résultante des forces de viscosité exercées sur le volume  $d\tau$ .



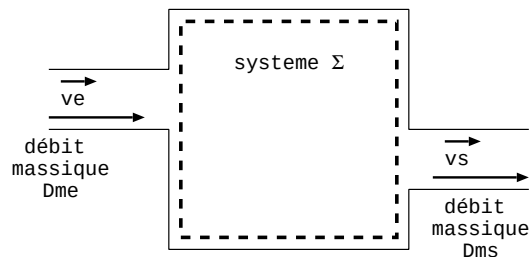
3. Ecrire l'équation de Navier-Stokes, préciser son unité et commenter chaque terme. Application aux exercices du TD dynamique des fluides.

4. Chapitre hydrostatique: revoir les trois exercices du chapitre.

5. Définir le nombre de Reynolds et évaluer son ordre de grandeur pour conclure sur la nature de l'écoulement et sur le choix du modèle de traînée linéaire ou quadratique.

6. On donne  $(\vec{A} \cdot \text{grad}) \vec{A} = \text{rot} \vec{A} \wedge \vec{A} + \frac{1}{2} \text{grad}(\vec{A}^2)$ . Enoncer et démontrer la relation de Bernoulli en précisant les hypothèses (pour un écoulement non irrotationnel). Préciser le sens physique de cette relation.

7. Soit un fluide en écoulement, on définit un volume de contrôle (volume fixe et ouvert) entre deux parois fictives fixes. Ce volume de contrôle constitue le système ouvert  $\Sigma$ . On note  $\delta m_e$  et  $\delta m_s$  les masses entrante et sortante de  $\Sigma$  entre  $t$  et  $t + dt$ , respectivement aux vitesses  $\vec{v}_e$  et  $\vec{v}_s$ . On se place en régime stationnaire.

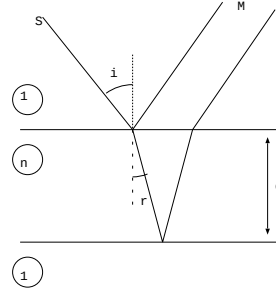


- 7.a. Etablir, en utilisant le système ouvert  $\Sigma$ , un bilan de masse.
- 7.b. Définir le système fermé  $\Sigma^*(t)$  et  $\Sigma^*(t + dt)$  et établir un bilan de masse.
- 7.c. Exprimer  $\frac{d\vec{p}_{\Sigma^*}}{dt}$ .
- 7.d. Exprimer  $\frac{dE_{m,\Sigma^*}}{dt}$ .
- 7.e. Enoncer la loi de la quantité de mouvement et le théorème de la puissance mécanique.

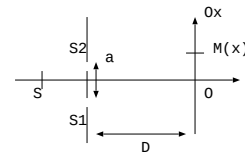
### III. Optique ondulatoire

1. Enoncer les conditions d'obtention d'interférences à 2 ondes. Donner les ordres de grandeur de la longueur de cohérence d'un laser, d'une lampe spectrale et de la lumière blanche.

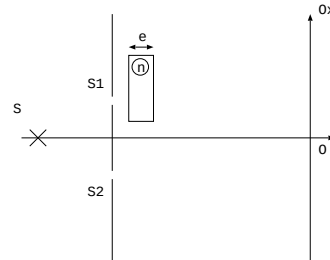
2. Exprimer la différence de marche entre les deux rayons issus de  $S$  et qui interfèrent en un point  $M$  à l'infini.



3. Exprimer la différence de marche dans le dispositif d'Young. En déduire le forme des franges. Définir la notion d'interfrange. Rappeler l'expression de la différence de marche dans le dispositif d'Young et démontrer l'expression de l'interfrange.



4. Dans le dispositif d'Young, on ajoute derrière la fente  $S_1$  une lame de verre d'indice  $n$  et d'épaisseur  $e$ . On fait l'hypothèse selon laquelle les rayons lumineux sont peu inclinés par rapport à l'axe optique donc la lame est traversée en incidence quasi normale et les rayons qui traversent la lame ne sont pas déviés.



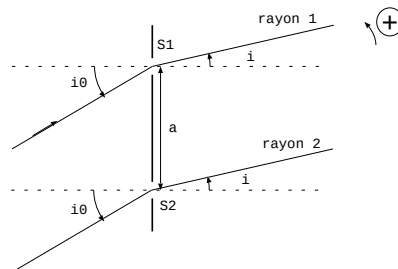
Prévoir le sens dans lequel défilent les franges en introduisant la lame. Exprimer la différence de marche  $\delta_{2/1}(M)$ , en déduire l'ordre d'interférences en  $O$  et la position  $x_0$  de la frange centrale. Commenter son signe.

5. Décrire et représenter le montage de Fraunhofer avec la source au foyer de la première lentille. Représenter les taches centrales de diffraction à travers les deux fentes fines et exprimer la largeur du champ d'interférences en fonction de  $\theta_{1/2}$ , la demi largeur angulaire de la tache centrale de diffraction.

6. Décrire et représenter le montage de Fraunhofer avec la source au foyer de la première lentille. Représenter les deux rayons issus de la source qui interfèrent en un point  $M$  de l'écran supposé être dans le champ d'interférences. Exprimer la différence de marche entre ces deux rayons et en déduire l'expression de l'interfrange.

7. Démontrer la formule des réseaux en transmission.

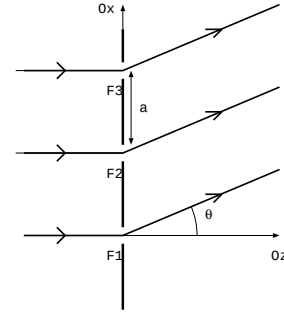
On note  $D_m$  l'angle de déviation minimale dans un réseau. Démontrer la relation  $\sin(\frac{D_m}{2}) = \frac{p\lambda}{2a}$ . Faire un schéma pour illustrer le minimum de déviation.



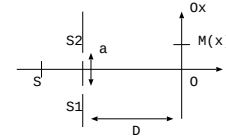
8. On note  $a_1(M, t) = a_0 \cos(\omega t)$  l'amplitude de l'onde reçue en  $M$  à l'instant  $t$  et passant par  $S_1$  et  $\phi_{2/1}(M) = \phi(M)$ .

Exprimer l'amplitude résultante  $a(M, t)$  des ondes reçues en  $M$  à l'instant  $t$  et passant par  $S_1, S_2, \dots, S_N$ . On fait l'hypothèse que les  $N$  ondes ont la même intensité  $I_0$  et la même amplitude  $a_0$ . Exprimer l'intensité résultante en  $M$  notée  $I(M)$  en fonction de  $a(M, t)$ .

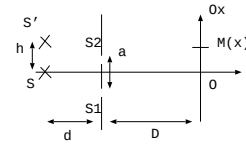
On admet  $I(M) = I_0 \left( \frac{\sin(\frac{N\phi}{2})}{\sin(\frac{\phi}{2})} \right)^2$ . Exprimer l'intensité des franges brillantes et  $\Delta\phi$  la largeur



9. Dans l'expérience des trous d'Young, la source est composée de deux longueurs d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ . Exprimer les valeurs de  $x$  à l'écran pour lesquelles le contraste est nul.

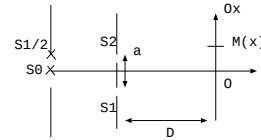


10. Dans l'expérience des trous d'Young, le système est éclairé par deux sources  $S$  et  $S'$  de même longueur d'onde. Sur deux schémas différents, montrer à quoi correspondent les différences de marche  $\delta_S(M) = (SS_2M) - (SS_1M)$  et  $\delta_{S'}(M) = (S'S_2M) - (S'S_1M)$  et donner sans calcul leurs expressions. Exprimer les valeurs de  $h = SS'$  pour lesquelles le contraste est



11. Dans l'expérience des trous d'Young, le système est éclairé par une fente source monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ . On donne le critère de brouillage en  $M$  à l'écran  $|p_{S1/2}(M) - p_{S0}(M)| > \frac{1}{2}$ . Expliquer l'intérêt et l'inconvénient de prendre une fente source assez large. Expliquer et appliquer le critère de brouillage pour trouver la largeur maximale  $b_l$  de

la fente pour que l'on voit des franges à l'écran.



12. Dans l'expérience des trous d'Young, le système est éclairé par une source de lumière blanche. Qu'observe-t-on au point  $O$  de l'écran sur l'axe de symétrie? On se place en un point  $M$  d'abscisse  $x$  sur l'écran pour lequel la différence de marche  $\delta(M)$  est donnée. On observe dans le spectre de la lumière en ce point  $M$  des cannelures. Préciser à quoi correspondent les cannelures et calculer le nombre de cannelures et les longueurs d'onde correspondantes. Données:  $\lambda_b = 400 \text{ nm}$ ,  $\lambda_r = 800 \text{ nm}$ ,  $\delta(M) = 8 \mu\text{m}$ .

13. Représenter le schéma équivalent du Michelson réglé en lame d'air et construire les rayons lumineux qui arrivent sous une incidence  $i$  en utilisant les sources secondaires. En déduire la différence de marche.

14. Le Michelson est réglé en lame d'air: qu'est-ce que cela signifie? Donner sans démonstration l'expression de l'ordre d'interférences et en déduire la forme des franges? Où sont localisées les franges? Comment éclaire-t-on le Michelson et comment observe-t-on les franges? Que voit-on à l'écran lorsque l'on augmente l'épaisseur de la lame d'air? lorsqu'on diminue l'épaisseur de la lame d'air?

15. Le Michelson est réglé en coin d'air: qu'est-ce que cela signifie? Donner la forme des franges et l'expression de l'interfrange. Où sont localisées les franges? Comment éclaire-t-on le Michelson et comment observe-t-on les franges?

16. Lorsque le Michelson est réglé en lame d'air, exprimer le rayon de l'anneau d'ordre  $p$  dans l'approximation des petits angles.

## IV. Thermodynamique

1. Faire le schéma fonctionnel d'un moteur avec le système fluide, les sources de chaleur et de travail et les sens des échanges énergétiques entre eux, donner l'expression du rendement d'un moteur et démontrer le théorème de Carnot associé.

2. Faire le schéma fonctionnel d'une PAC avec le système fluide, les sources de chaleur et de travail et les sens des échanges énergétiques entre eux, donner l'expression de l'efficacité d'une PAC et démontrer le théorème de Carnot associé.

3. Faire le schéma fonctionnel d'une machine frigorifique avec le système fluide, les sources de chaleur et de travail et les sens des échanges énergétiques entre eux, donner l'expression de l'efficacité d'une machine frigorifique et démontrer le théorème de Carnot associé.

4. Ecrire les premier et second principe de la thermodynamique pour une transformation finie pour un système fermé.

5. Ecrire et démontrer le premier principe industriel.

6. Ecrire les hypothèses d'application et les trois lois de Laplace.

7. Décrire la détente de Joule Thomson (dispositif et hypothèses) et montrer qu'elle est isenthalpique.

8. Ecrire la loi de Fick et donner son sens physique. Citer l'ordre de grandeur d'un coefficient de diffusion dans un gaz, un liquide ou un solide.

9. Etablir l'équation locale de conservation du nombre de particules dans le cas d'un problème ne dépendant que d'une seule coordonnée d'espace en régime variable:

- en coordonnées cartésiennes avec  $n = n(x, t)$  et  $\vec{j}_D = j_D(x, t)\vec{e}_x$  (page 5 du cours)

- en coordonnées cylindriques avec  $n = n(r, t)$  et  $\vec{j}_D = j_D(r, t)\vec{e}_r$  (page 6 du cours)

- en coordonnées sphériques avec  $n = n(r, t)$  et  $\vec{j}_D = j_D(r, t)\vec{e}_r$  (page 7 du cours)

éventuellement en présence de sources internes: on note  $p$  le nombre de particules produites par unité de volume et de temps. En déduire l'équation de diffusion.

10. Ecrire la loi de Fourier et donner son sens physique. Citer l'ordre de grandeur d'un coefficient de diffusion thermique dans l'air, l'eau et dans un métal.

11. Etablir l'équation locale de conservation de l'énergie (premier principe de la thermodynamique) dans le cas d'un problème ne dépendant qu'une d'une seule coordonnée d'espace:

- en coordonnées cartésiennes avec  $T = T(x, t)$  et  $\vec{j}_Q = j_Q(x, t)\vec{e}_x$  (page 11 du cours)

- en coordonnées cylindriques avec  $T = T(r, t)$  et  $\vec{j}_Q = j_Q(r, t)\vec{e}_r$  (page 12 du cours)

- en coordonnées sphériques avec  $T = T(r, t)$  et  $\vec{j}_Q = j_Q(r, t)\vec{e}_r$  (page 13 du cours)

éventuellement en présence de sources internes: on note  $p$  la puissance produite par unité de volume. En déduire l'équation de diffusion.

12. Utiliser une équation de diffusion par analyse dimensionnelle pour relier des échelles caractéristiques de distance et de temps.

13. Définir la notion de résistance thermique par analogie avec l'électrocinétique. Illustrer les deux cas d'associations de résistance en série ou parallèle (page 5 du cours).

14. Régime stationnaire : établir l'expression d'une résistance thermique dans le cas d'un modèle à une dimension:

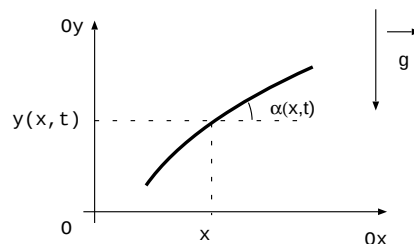
- diffusion thermique selon  $Ox$  en coordonnées cartésiennes:  $R_{th} = \frac{e}{\lambda S}$  (page 6 du cours)

- diffusion thermique selon  $\vec{e}_r$  en coordonnées sphériques (page 9 du cours)

- diffusion thermique selon  $\vec{e}_r$  en coordonnées cylindriques (page 8 du cours)

## V. Ondes mécaniques

1. On étudie les ondes transversales sur une corde de masse linéique  $\mu$  tendue sous l'action de la force de norme  $T_0$ . On note  $y(x, t)$  la position d'un point de la corde d'abscisse  $x$  à l'instant  $t$ . On note  $\alpha(x, t)$  l'angle que fait la corde par rapport à l'horizontale au point d'abscisse  $x$  et à l'instant  $t$ . On note  $\vec{T}_d(x, t)$  la force de tension exercée sur le point de la corde placée à l'abscisse  $x$  de la part de la corde à sa droite. On néglige le poids. On se place dans l'approximation des petits mouvements transverses.



**1.a.** Représenter le système élémentaire de corde compris entre  $x$  et  $x+dx$  et les forces qui s'exercent sur ce système.

**1.b.** Etablir la relation entre  $\alpha(x, t)$  et une dérivée partielle de  $y(x, t)$ .

**1.c.** Montrer que la norme de la tension est uniforme sur toute la corde.

**1.d.** Etablir l'équation de propagation vérifiée par  $y(x, t)$ .

**1.e.** Exprimer la célérité des ondes pour une corde de piano cylindrique de masse volumique  $\rho = 8000 \text{ kg/m}^3$ , de rayon  $a$  et tendue sous  $T_0$ .

**2.** Soit une corde de masse linéique  $\mu$  et de tension  $T_0$  fixe à ses deux extrémités en  $x = 0$  et  $x = L$ . En régime libre on donne  $y(x, t) = y_0 \sin(\omega t) \sin(kx + \phi)$ .

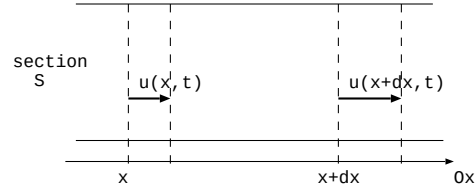
De quel type d'onde s'agit-il? Justifier ce choix.

Déterminer la valeur numérique de  $\phi$  et les fréquences propres de cette corde.

Vérifier le résultat en utilisant un raisonnement qualitatif utilisant des schémas.

**3.** On étudie la propagation d'ondes selon  $Ox$  dans un solide de masse volumique  $\rho$  et de module d'Young  $E$ . On note  $u(x, t)$  le déplacement à l'instant  $t$  de la section  $S$  de solide placée en  $x$ . On note  $\vec{F}_d(x, t)$ , la force exercée sur la surface  $S$  de solide en  $x$  à l'instant  $t$  par le solide à sa droite. La force suit la loi de Hooke:

$$\vec{F}_d(x, t) = ES \frac{\partial u}{\partial x}(x, t) \vec{e}_x.$$



**3.a.** Préciser l'unité du module d'Young. Que dire de deux matériaux de modules d'Young différents tels que  $E_1 > E_2$ ?

**3.b.** Exprimer l'allongement relatif du système élémentaire de section  $S$  compris entre  $x$  et  $x + dx$  en fonction d'une dérivée partielle de  $u(x, t)$ .

**3.c.** Etablir l'équation de propagation vérifiée par  $u(x, t)$ .

**3.d.** Donner un ordre de grandeur de la célérité des ondes sonores dans un solide.

**4.** On note  $P_0$  et  $\mu_0$ , la pression et la masse volumique du fluide à l'équilibre.

On note  $P(x, t) = P_0 + p_1(x, t)$ ,  $\mu(x, t) = \mu_0 + \mu_1(x, t)$  et  $\vec{v}_1 = v_1(x, t) \vec{e}_x$ , la pression, la masse volumique du fluide et la vitesse de la tranche de fluide en  $x$  à l'instant  $t$  en présence d'une onde qui se propage selon  $+Ox$ . On néglige la pesanteur.

**4.a.** Rappeler en quoi consiste l'approximation acoustique.

**4.b.** Justifier l'hypothèse selon laquelle les transformations du fluide sont isentropiques en présence de l'onde. Ecrire la relation entre  $\chi_S$ ,  $\mu_1(x, t)$ ,  $\mu_0$  et  $p_1(x, t)$ .

**4.c.** Le fluide est supposé sans viscosité et on néglige le poids. Ecrire l'équation d'Euler et en déduire l'équation mécanique reliant  $p_1(x, t)$  et  $v_1(x, t)$  dans l'approximation acoustique.

**4.d.** Ecrire l'équation de conservation de la masse. En déduire la relation entre  $\mu_1(x, t)$  et  $v_1(x, t)$  dans l'approximation acoustique.

**4.e.** Dédire des équations, l'équation de propagation vérifiée par  $p_1(x, t)$ . Généraliser cette équation à 3 dimensions.

**4.f.** Exprimer la célérité des ondes acoustiques dans gaz parfait de température  $T$ , de masse molaire  $M$  et de coefficient  $\gamma$ . AN pour l'air.

**5.** On note  $P_0$  et  $\mu_0$ , la pression et la masse volumique du fluide à l'équilibre.

On note  $P(x, t) = P_0 + p_1(x, t)$ ,  $\mu(x, t) = \mu_0 + \mu_1(x, t)$  et  $\vec{v}_1 = v_1(x, t) \vec{e}_x$ , la pression, la masse volumique du fluide et la vitesse de la tranche de fluide en  $x$  à l'instant  $t$  en présence d'une onde qui se propage selon  $+Ox$ .

**5.a.** Définir par analogie avec la loi d'Ohm électrique la notion d'impédance acoustique.

**5.b.** Ecrire l'équation d'Euler et la simplifier dans l'approximation acoustique.

**5.c.** Soit une onde de surpression de la forme  $p_1(x, t) = p_0 \cos(\omega t - kx)$ . Préciser la nature de cette onde et déduire de la relation obtenue à partir de l'équation d'Euler, l'expression de l'onde de vitesse  $v_1(x, t)$  et l'expression de l'impédance acoustique de cette onde. Que deviennent  $p_1(x, t)$  et  $Z$ , quand on change le sens de propagation de l'onde?

6. Définir l'intensité acoustique et l'exprimer pour une  $OPPH^+$  en fonction de  $p_m$  (amplitude de la surpression),  $\mu_0$  et  $c$ . Que devient l'expression de l'intensité acoustique pour une  $OPPH^-$ ? pour une OS? AN: calculer  $p_m$  pour une  $OPPH$  d'intensité  $I = 10^{-5} \text{ W.m}^{-2}$  se propageant dans l'air à la température  $T = 300 \text{ K}$  à la pression  $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$ .

7. L'intensité en décibel est définie par  $I_{dB} = I_0 \log\left(\frac{|I|}{I_0}\right)$  avec  $I_0 = 10^{-12} \text{ W.m}^{-2}$ . Une chorale de 10 choristes se produit. Chaque choriste émet une intensité sonore de  $50 \text{ dB}$ . Calculer l'intensité sonore du chœur en dB.

8. On note  $P(x, t) = P_0 + p_1(x, t)$ ,  $\mu(x, t) = \mu_0 + \mu_1(x, t)$  et  $\vec{v}_1 = v_1(x, t)\vec{e}_x$ , la pression, la masse volumique du fluide et la vitesse de la tranche de fluide en  $x$  à l'instant  $t$  en présence d'une onde qui se propage selon  $+Ox$ . On néglige la pesanteur et on se place dans l'approximation acoustique.

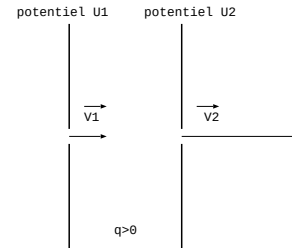
8.a. Le fluide est supposé sans viscosité et on néglige le poids. Ecrire l'équation d'Euler et en déduire l'équation mécanique reliant  $p_1(x, t)$  et  $v_1(x, t)$ .

8.b. On étudie une onde de surpression donnée par  $p_1(x, t) = p_m \cos(\omega t) \cos(kx + \phi)$ . Déterminer l'onde de vitesse associée. Que dire de ces ondes?

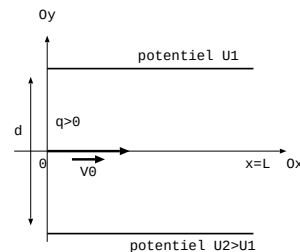
8.c. Déterminer de façon qualitative (avec des schémas représentant les ondes de vitesse et de surpression), les fréquences propres d'un tuyau sonore de longueur  $L$  : soit ouvert à ses deux extrémités, soit ouvert à une extrémité et fermé à l'autre.

## VI. Electromagnétisme

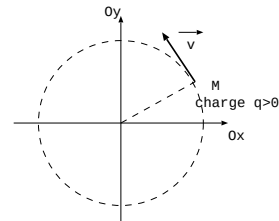
1. On souhaite accélérer des particules de masse  $m$  et de charges  $q$  positives avec le dispositif ci-contre. Prévoir le signe de  $U_2 - U_1$  et exprimer la vitesse  $v_2$  des particules après accélération.



2. Les particules de masse  $m$  et de charges  $q$  positives sont déviées dans le dispositif ci-contre. Prévoir le sens de déviation et exprimer les coordonnées du point où les particules quittent la zone de champ électrique et leur vitesse en ce point.



3. Des particules de masse  $m$  et de charge  $q > 0$  décrivent un cercle dans une zone de champ magnétique  $\vec{B}$ . Justifier que le mouvement est uniforme. Ajouter le champ magnétique sur le schéma et exprimer le rayon de la trajectoire.



4. Le plomb est un métal dans lequel chaque atome libère deux électrons libres pour assurer la conduction du courant électrique. On donne la masse volumique du plomb:  $\rho = 11,3 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ , la masse molaire du plomb:  $M = 207 \text{ g.mol}^{-1}$ , la charge d'un électron:  $-e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  et le nombre d'Avogadro:  $N_a = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ . Calculer le nombre d'électrons de conduction par unité de volume et la vitesse moyenne de ces électrons dans un fil électrique de rayon  $R = 1 \text{ mm}$  et parcouru par un courant d'intensité  $I = 2 \text{ A}$ .

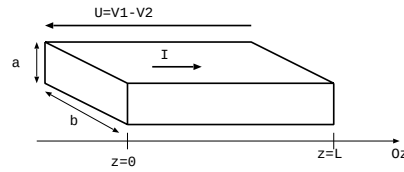
5. Dans un conducteur, les électrons libres de masse  $m$  et de charge  $-e$  se déplacent sous l'action d'un champ électrique  $\vec{E}$ . Les interactions des électrons avec les autres électrons et les cations du métal se traduisent par une force de type frottements visqueux de la forme  $\vec{f} = -\frac{m}{\tau} \vec{v}$ . Etablir l'expression de la

vitesse limite des électrons et en déduire l'expression de la conductivité électrique du métal (on introduit  $n^*$  le nombre d'électrons de conduction par unité de volume).

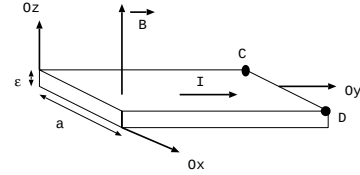
6. On considère un conducteur parallélépipédique électrique. Commenter.

de conductivité  $\sigma$  parcouru par un courant d'intensité  $I$  et soumis à la différence de potentiel  $U = V_1 - V_2 = V(z=0) - V(z=L)$ . Déterminer l'expression de la résistance de ce conducteur en fonction des longueurs indiquées sur le schéma et de  $\sigma$ .

Exprimer la puissance cédée aux charges par le champ



7. Un ruban d'argent de largeur  $a$ , d'épaisseur  $\epsilon$  est parcouru par un courant  $I$ . Ce sont les électrons libres de charge  $-e$  qui assurent la conduction du courant. On note  $n^*$  la densité volumique d'électrons de conduction. Ce ruban est placé dans un champ magnétique uniforme  $B$ , normale au plan du ruban. On mesure la différence de potentiel  $U_H = V(C) - V(D)$ .



7.a. En régime permanent les électrons se déplacent dans la direction  $Oy$ . Exprimer leur vitesse en fonction des données.

7.b. Décrire l'effet du champ magnétique et en déduire les signes des charges apparues sur les surfaces en  $x=0$  et en  $x=a$  et le signe de  $U_H$ .

7.c. Montrer que  $U_H = \frac{IB}{ne\epsilon}$ .

8. Soit un dipôle électrique composé d'une charge  $-q$  et d'une charge  $+q$  placées sur l'axe  $Oz$  respectivement en  $z = -a/2$  et  $z = +a/2$ . Exprimer le moment dipolaire. Montrer que le potentiel électrique en  $M$  repéré par ses coordonnées sphériques s'écrit  $V(M) = \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$  dans l'approximation dipolaire. En déduire le champ électrique.

On donne:  $\vec{\text{grad}}V = \frac{\partial V}{\partial r}\vec{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\vec{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta}\frac{\partial V}{\partial \phi}\vec{e}_\phi$ .

9. Soit un dipôle de moment dipolaire  $\vec{p}$  placé dans un champ électrique extérieur  $\vec{E}$ . On note  $\alpha$  l'angle entre le moment dipolaire et le champ électrique. Tracer la fonction donnant l'énergie potentielle en fonction de  $\alpha$  et commenter la courbe.

On donne:  $E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}$ .

10. Enoncer le théorème de Gauss.

11. Déduire du théorème de Gauss, le champ électrique créé par une sphère de rayon  $R$ , de centre  $O$  et de charge  $+Q$  uniformément répartie en volume. En déduire le potentiel électrique lorsque le potentiel est nul loin des charges.

12. Déduire du théorème de Gauss, le champ électrique créé par un cylindre de rayon  $R$ , de hauteur  $h$  et de charge  $+Q$  uniformément répartie en volume lorsqu'on néglige les effets de bord. En déduire le potentiel électrique lorsque le potentiel est nul sur l'axe  $Oz$ .

13. Le plan  $Oxy$  est uniformément chargé en surface, on note  $\sigma$  la densité surfacique de charges. Montrer que le champ électrique en  $M$  s'écrit  $\vec{E} = E(z)\vec{e}_z$  et établir la relation entre  $\vec{E}(z)$  et  $\vec{E}(-z)$ . Déduire du théorème de Gauss, le champ électrique créé par ce plan. En déduire le champ électrique lorsque le potentiel est égal à  $V_0$  en  $z=0$ .

14. Le champ électrique créé par un plan infini de densité surfacique de charges  $\sigma$  uniforme a pour norme  $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ . Un condensateur plan possède deux armatures placées en  $z=0$  et  $z=e$  portant respectivement les charges surfaciques  $+\sigma$  et  $-\sigma$ . On néglige les effets de bord, exprimer le champ électrique créé par le condensateur en tout point et en déduire la capacité du condensateur.

15. Soit une sphère de centre  $O$  et de rayon  $R$  portant une charge  $Q$  répartie uniformément dans son volume. Exprimer la densité volumique de charge pour  $r < R$  et pour  $r > R$  et déduire du théorème de Maxwell Gauss, le champ électrique créé en tout point.

On donne en coordonnées sphériques :  $\text{div } \vec{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(\sin \theta A_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(A_\phi)}{\partial \phi}$

16. Utiliser les analogies entre les forces électrostatique et gravitationnelle, pour exprimer le théorème de Gauss en gravitation.

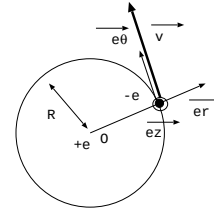
17. Enoncer le théorème d'Ampère.

18. Utiliser le théorème d'Ampère pour exprimer le champ magnétique créé par un câble d'axe  $Oz$ , de longueur  $L$  et de rayon  $R$  parcouru par un vecteur densité de courant  $\vec{j} = j \vec{e}_z$  uniforme. On néglige les effets de bord.

19. Soit un solénoïde de longueur  $L$ , de rayon  $R$  et comportant  $N$  tours de fil parcouru par une intensité  $I$ . On néglige les effets de bord. Déduire du théorème d'Ampère:

- que le champ magnétique intérieur est uniforme
- que le champ magnétique extérieur est uniforme
- l'expression du champ magnétique intérieur en admettant que le champ extérieur est nul.

20. On étudie le modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène: l'électron de masse  $m$  et de charge  $-e$  décrit une orbite circulaire de centre  $O$ , de rayon  $R$  à la vitesse  $v$  autour du noyau supposé immobile de charge  $+e$ . Exprimer en fonction de données et ajouter sur le schéma le moment cinétique de l'électron et le moment magnétique orbital de l'atome.



21. On rappelle que l'énergie potentielle d'un dipôle magnétique  $\vec{M}$  placé dans un champ magnétique  $\vec{B}$  s'écrit:  $E_p = -\vec{M} \cdot \vec{B}$ . On note  $\theta$  l'angle entre les vecteurs  $\vec{M}$  et  $\vec{B}$ . Tracer la courbe donnant  $E_p$  en fonction de  $\theta$  et commenter.

22. Ecrire et nommer les équations de Maxwell sous forme locale.

23. Etablir l'équation de propagation du champ électrique ou du champ magnétique dans le vide (à partir de  $\text{rot}(\text{rot } \vec{A}) = \text{grad}(\text{div } \vec{A}) - \Delta \vec{A}$ ).

24. En notation complexe, le champ em s'écrit:  $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM})}$  et  $\vec{B} = \vec{B}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM})}$ .

24.a. Montrer que les champs électrique et magnétique sont transverses.

24.b. Etablir la relation donnant  $\vec{E}$  en fonction de  $\vec{B}$ .

24.c. Etablir la relation donnant  $\vec{B}$  en fonction de  $\vec{E}$ .

25. En notation réelle, on donne le champ électrique  $\vec{E} = E_0 \vec{e}_x \cos(\omega t - kz)$ . Exprimer le champ magnétique, le vecteur de Poynting et sa valeur moyenne ainsi que la densité volumique d'énergie em et sa valeur moyenne.

26. On donne le vecteur d'onde sous la forme  $\underline{k} = k' - ik''$ . Commenter.

27. Soit l'onde  $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \underline{k}x)}$  de vecteur d'onde  $\underline{k} = -ik''$ . Exprimer le champ électrique en notation réelle et commenter.

28. Soit l'onde  $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \underline{k}x)}$  vérifiant la relation de dispersion  $\underline{k}^2 = -iK$  où  $K > 0$ . Exprimer  $\underline{k}$  et en déduire le champ électrique en notation réelle. Commenter.

29. Définir et exprimer les vitesses de groupe et de phase.

30. Définir la notion de dispersion et l'illustrer sur un exemple.

31. Ondes dans les milieux: savoir faire les exercices II et IV du TD absorption-dispersion.