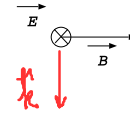
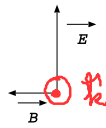
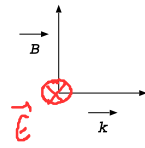


1. Compléter les schémas suivants par le vecteur manquant $\vec{k}$, $\vec{E}$ ou $\vec{B}$.



$(\vec{k}, \vec{E}, \vec{B})$ trièdre direct
phase - retard - avance (de la main droite)

2. On donne le champ électrique d'ondes em. Préciser si l'onde est progressive ou stationnaire. Dans le cas où l'onde est progressive préciser le sens et la direction de propagation.

$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - ky)$: ωt et ky sont dans le même terme $\Rightarrow$ onde progressive
phase ωt et $-ky$ sont de signe opposé $\Rightarrow$ l'onde se propage selon $(+y)$

$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(kz) \sin(\omega t)$: ωt et ky ne sont pas dans le même terme $\Rightarrow$ onde stationnaire

$\vec{E} = \vec{E}_0 \sin(\omega t + kx)$: ωt et kx sont dans le même terme $\Rightarrow$ onde progressive
sin ou cos, le raisonnement ne change pas
phase ωt et kx sont du même signe $\Rightarrow$ l'onde se propage selon $(-Ox)$

$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(kz - \omega t)$: ωt et ky sont dans le même terme $\Rightarrow$ onde progressive
phase ωt et $-ky$ sont de signe opposé $\Rightarrow$ l'onde se propage selon $(+Oy)$
on ne s'occupe pas de l'ordre des termes dans la phase mais juste de leurs signes respectifs

3. Soit une OPPH qui se propage dans le vide selon $-Oz$ et dont le champ électrique d'amplitude E_0 est polarisé selon Oy . Exprimer $\vec{E}$, $\vec{B}$ et $\langle \vec{R} \rangle$.

$\vec{E}$ est selon le vecteur $\vec{e}_y$

$\vec{E} = E_0 \vec{e}_y \cos(\omega t + kz)$

On trouve $\vec{B}$ à partir de $\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

ou $\vec{B} = \frac{\vec{u} \wedge \vec{E}}{c} = \frac{-\vec{e}_z \wedge \vec{E}}{c} = \frac{E_0}{c} \vec{e}_x \cos(\omega t + kz)$

valable car ici c'est une OPPH

4. On donne $\vec{E} = E_0 e^{i(kz - \omega t)} \vec{e}_x$. Exprimer $\vec{B}$ et en déduire la valeur moyenne du vecteur de Poynting.

On donne $\langle \vec{f} \wedge \vec{g} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}(\vec{f} \wedge \vec{g}^*)$.

On trouve $\vec{B}$ à partir de $\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

valable ici car c'est une OPPH

ou $\vec{B} = \frac{\vec{u} \wedge \vec{E}}{c} = \frac{\vec{e}_z \wedge \vec{E}}{c} = \frac{E_0}{c} e^{i(kz - \omega t)} \vec{e}_y$

phase: $kz - \omega t$: ωt et $+kz$ sont de signe contraire donc l'onde se propage selon $+Oz$: $\vec{u} = \vec{e}_z$

$\langle \vec{R} \rangle = \left\langle \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \right\rangle = \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}^*}{\mu_0} \right) = \frac{1}{2\mu_0} \text{Re} \left(E_0 e^{i(kz - \omega t)} \vec{e}_x \wedge \frac{E_0}{c} e^{-i(kz - \omega t)} \vec{e}_y \right)$

$\langle \vec{R} \rangle = \frac{1}{2\mu_0} \text{Re} \left(\frac{E_0^2}{c} \vec{e}_z \right) = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} \vec{e}_z$: $\langle \vec{R} \rangle$ est bien dans la direction et le sens de propagation de l'onde

5. Soit le champ électrique $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - 2x + 3y)$. Exprimer les vecteurs $\vec{k}$ et $\vec{u}$.

la phase est de la forme : $\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM}$ avec $\vec{k} = k_x \vec{e}_x + k_y \vec{e}_y + k_z \vec{e}_z$
 $\vec{OM} = x \vec{e}_x + y \vec{e}_y + z \vec{e}_z$

soit $\omega t - k_x x - k_y y - k_z z = \omega t - 2x + 3y$ soit $k_x = 2$ $k_y = -3$ $k_z = 0$
 $\vec{k} = 2\vec{e}_x - 3\vec{e}_y$ $\vec{u} = \frac{\vec{k}}{\|\vec{k}\|} = \frac{2\vec{e}_x - 3\vec{e}_y}{\sqrt{4+9}}$

6. On donne $\vec{B} = B_0 \sin(\omega t - kx) \vec{e}_y$. Ecrire la relation de dispersion.

On trouve la relation de dispersion en remplaçant l'expression de $\vec{B}$ dans l'éq. de propagation : $\Delta \vec{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \vec{0}$ $\Delta \vec{B} = \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial z^2} = -k^2 B_0 \sin(\omega t - kx) \vec{e}_y$
 soit $-k^2 - \frac{1}{c^2}(-\omega^2) = 0$ d'où $\boxed{k = \frac{\omega}{c}}$ $\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = -\omega^2 B_0 \sin(\omega t - kx) \vec{e}_y$

7. On donne $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kx) \sin(\beta y) \vec{e}_z$. Ecrire la relation de dispersion.

On remplace $\vec{E}$ dans l'éq. de propagation : $\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$
 $\Delta \vec{E} = \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = -k^2 \vec{E} - \beta^2 \vec{E}$ d'où $-k^2 - \beta^2 - \frac{1}{c^2}(-\omega^2) = 0$ soit $\boxed{k = \sqrt{\beta^2 + \frac{\omega^2}{c^2}}}$
 $\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 \vec{E}$

8. On donne le champ magnétique d'une onde $\vec{B} = \vec{B}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{OM} - \omega t)}$. Comment s'écrit $\vec{\nabla}$? $\frac{\partial}{\partial t}$? Montrer que le champ magnétique est transverse.

$\vec{\nabla} = i\vec{k}$ (c'est comme dériver par rapport à $\vec{OM}$)

$\frac{\partial}{\partial t} = -i\omega$

On applique : $\text{div } \vec{B} = 0$ soit $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = +i\vec{k} \cdot \vec{B} = 0$ $\vec{B}$ est donc $\perp$ à $\vec{k}$
 la perturbation $\vec{B}$ est $\perp$ à la direction de propagation $\vec{k} \Rightarrow$ onde transverse

9. On donne le champ électrique d'une onde $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM})}$. Comment s'écrit $\vec{\nabla}$? $\frac{\partial}{\partial t}$? Montrer que le champ électrique est transverse.

$\vec{\nabla} = -i\vec{k}$ (c'est comme dériver / à $\vec{OM}$)

$\frac{\partial}{\partial t} = i\omega$

On applique $\text{div } \vec{E} = 0$ $\leftarrow \rho = 0$ dans le vide soit $-i\vec{k} \cdot \vec{E} = 0$ donc $\vec{k} \perp \vec{E}$
 la perturbation $\vec{E}$ est $\perp$ à la direction de propagation $\vec{k} \Rightarrow$ onde transverse

10. Soit les champs électriques $\vec{E} = (E_0 \vec{e}_x + E_1 \vec{e}_y) \cos(\omega t - kx)$. Que dire de E_0 ?

phase : ωt et $-kx$ de signe contraire : l'onde se propage selon (Ox)
 l'onde est transverse donc $\vec{E}$ est $\perp$ à la direction de propagation soit $E_0 = 0$

⚠ on ne peut pas affirmer $\vec{B} = \frac{1}{c} \vec{u} \wedge \vec{E}$ car ce n'est pas une OPPH, c'est une onde stationnaire car u et ku ne sont pas dans le $\vec{u}$ terme

11. On donne le champ électrique d'une onde $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t) \cos(kx) \vec{e}_y$. Etablir l'expression de $\vec{B}$.

On applique $\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = \left(\frac{\partial}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial}{\partial z} \vec{e}_z \right) \wedge \left(E_0 \cos(\omega t) \cos(kx) \vec{e}_y \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left[E_0 \cos(\omega t) \cos(kx) \right] \vec{e}_z$$

$$= -k E_0 \cos(\omega t) \sin(kx) \vec{e}_z = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \vec{B} = \frac{k E_0 \sin(\omega t) \sin(kx) \vec{e}_z}{\omega} \quad \text{avec } k = \frac{\omega}{c}$$

12. Les ondes dont les champs électriques sont donnés ci-dessous sont-elles progressives? stationnaires? planes? Justifier. Prévoir le sens et la direction de la valeur moyenne du vecteur de Poynting.

$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - ky) \vec{e}_x$: u et ky sont dans le $\vec{u}$ terme $\Rightarrow$ onde progressive qui se propage selon $(+oy)$ car u et $-ky$ de signe contraire
l'onde est plane : les surfaces d'onde sont les plans $y = \text{cte}$ $\perp$ à $\vec{u} = k\vec{e}_y$

$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t) \sin(ky) \vec{e}_z$: u et ky ne sont pas dans le $\vec{u}$ terme $\Rightarrow$ onde stationnaire
à t fixé, les points dans les plans $y = \text{cte}$ ont une amplitude $\Rightarrow$ onde plane

$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t + kx) \sin(\beta z) \vec{e}_y$: u et kx sont dans le $\vec{u}$ terme $\Rightarrow$ onde progressive selon $(-ox)$
 u et kx de $\vec{u}$ signe

u et βz ne sont pas dans le $\vec{u}$ terme $\Rightarrow$ onde stationnaire selon (oz)

dans le plan $x = \text{cte}$ $\perp$ à la direction de propagation $(-ox)$, l'amplitude de $\vec{E}$ dépend de $z \Rightarrow$ onde non plane