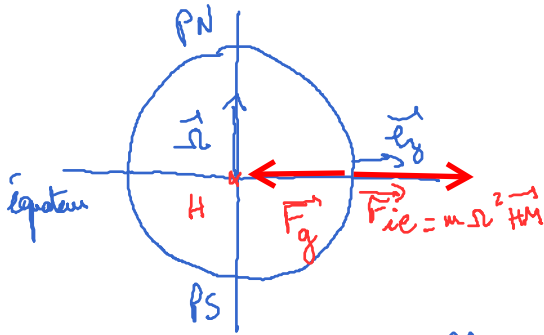


Rotation de la Terre



Le poids est la somme de la force d'attraction gravitationnelle $\vec{F}_g$ et de la force d'inertie d'entraînement $\vec{F}_{ic}$. A l'équateur : $\vec{F}_g = -\gamma \frac{m M_T}{R_T^2} \vec{e}_y$

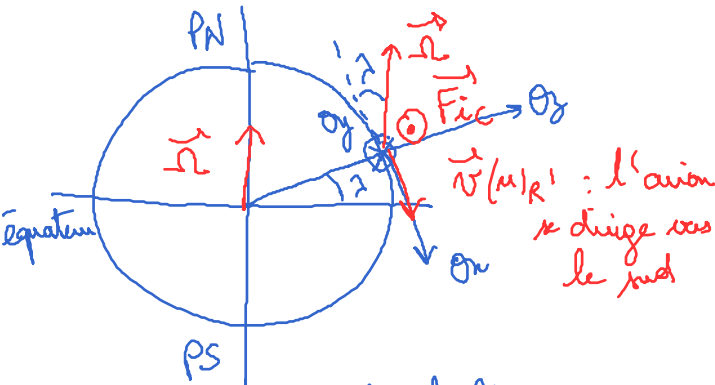
$$\text{et } \vec{F}_{ic} = m \Omega^2 R_T \vec{e}_y.$$

Le poids est nul pour $\vec{P} = \vec{F}_g + \vec{F}_{ic} = \vec{0}$

$$\text{soit } \gamma \frac{m M_T}{R_T^2} = m \Omega^2 R_T \text{ donc } \Omega = \sqrt{\gamma \frac{M_T}{R_T^3}} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\text{période: } T = \frac{2\pi}{\Omega} = 83 \text{ min } 50 \text{ s}$$

Force de Coriolis sur un avion



O_y s'explique dans la feuille, c'est l'est

- O_y vient vers nous c'est l'ouest

$$\vec{F}_{ic} = -2m \vec{\Omega} \wedge \vec{v} \quad (M/R_T)$$

$$\text{avec } \vec{\Omega} = \Omega [-\cos \lambda \vec{e}_u + \sin \lambda \vec{e}_z]$$

$$\vec{v} (M/R_T) = v \vec{e}_u$$

$$\vec{F}_{ic} = -2m \Omega v \sin \lambda \vec{e}_y \quad \text{la force est dirigée vers l'ouest}$$

$$\frac{\|\vec{F}_{ic}\|}{\|\vec{P}\|} = \frac{2m \Omega v \sin \lambda}{mg} = \frac{2 \times 7,3 \cdot 10^{-5} \times 10^6}{3600} \times \sin 35 = 2,3 \cdot 10^{-2}$$

Dans l'hémisphère sud, $\lambda = -35^\circ$, $\vec{F}_{ic}$ est selon $-\vec{e}_y$, elle est dirigée vers l'est.

La déviation vers l'est

1) On abandonne un objet à une hauteur h sans vitesse initiale. Si l'on néglige la rotation de la Terre, R_T est galiléen, R_T tombe à la verticale au point O.

2) On a : $\vec{\Omega} = \Omega [-\cos \lambda \vec{e}_u + \sin \lambda \vec{e}_z]$

$$\vec{F}_{ic} = -2m \vec{\Omega} \wedge \vec{v} (M/R_T)$$

$$= -2m \begin{vmatrix} -\Omega \cos \lambda & 0 & \Omega \sin \lambda \\ i & j & k \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2m \Omega \sin \lambda \dot{y} \\ -2m \Omega [\dot{x} \sin \lambda + \dot{z} \cos \lambda] \\ 2m \Omega \cos \lambda \dot{y} \end{vmatrix}$$

La RFD appliquée à M de R_T s'écrit : $m \vec{a} (M/R_T) = \vec{P} + \vec{F}_{ic}$ ($\vec{F}_{ic}$ n'intervient pas car elle est dans le poids)

$$\begin{aligned} m \ddot{x} &= 2m \Omega \sin \lambda \dot{y} \\ m \ddot{y} &= -2m \Omega [\dot{x} \sin \lambda + \dot{z} \cos \lambda] \\ m \ddot{z} &= -mg + 2m \Omega \cos \lambda \dot{y} \end{aligned}$$

3)

```

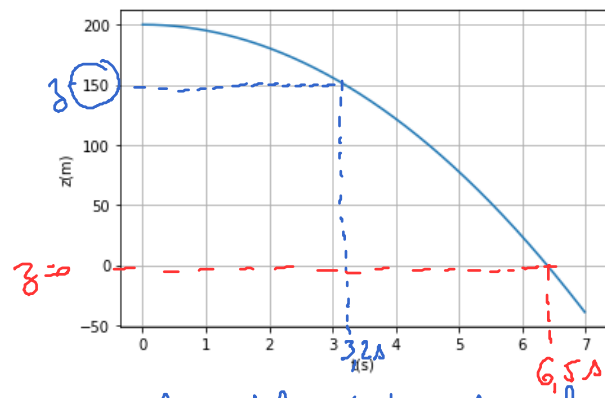
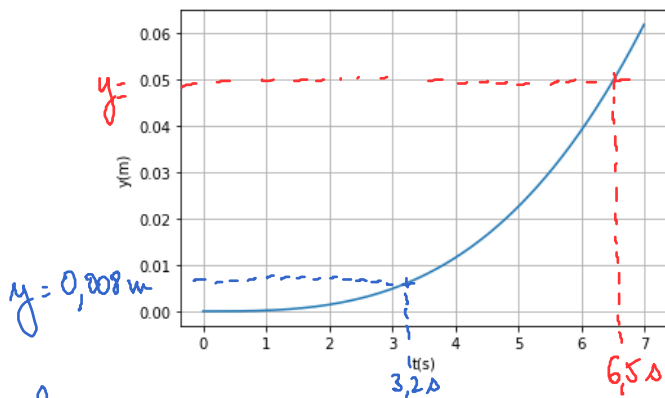
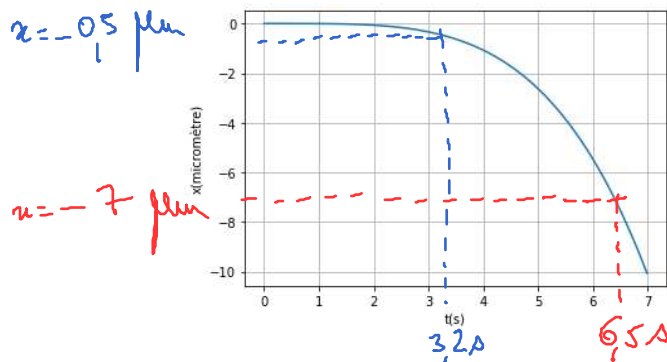
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 h=200 # h = 200m
5 g=9.8
6 omega=7.3E-5
7 lat=40*np.pi/180 # λ = 40°
8 tau=0.01
9 N=700
10 lt, lx, ly, lz=[0],[0],[0],[h]
11 lvx, lvy, lvz=[0],[0],[0]
12 for i in range(N-1):
13     lt.append(lt[i]+tau)
14     ax=.....
15     ay=.....
16     az=.....
17     lvx.append(lvx[i]+ax*tau)
18     lvy.append(lvy[i]+ay*tau)
19     lvz.append(lvz[i]+az*tau)
20     lx.append(lx[i]+lvx[i]*tau)
21     ly.append(ly[i]+lvy[i]*tau)
22     lz.append(lz[i]+lvz[i]*tau)

```

$$a_x = 2 * \omega * \sin(\text{lat}) * lvy[i]$$

$$a_y = -2 * \omega * \left(\sin(\text{lat}) * lx[i] + \cos(\text{lat}) * lvz[i] \right)$$

$$a_z = -g + 2 * \omega * \cos(\text{lat}) * lvx[i]$$



Les tangentes aux courbes $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ sont horizontales à $t=0$ donc la vitesse du projectile est nulle à $t=0$.

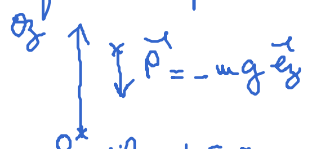
On lit : $z = 150 \text{ m}$ pour $t = 3,2 \text{ s}$ on lit $y(3,2 \text{ s}) = 0,008 \text{ m}$ et $x(3,2 \text{ s}) = -0,5 \mu\text{m}$
 M tombe sur le sol à l'instant $t_f = 6,5 \text{ s}$ (pour $z=0$)

on lit : $y(t_f) = 0,05 \text{ m} > 0$ déviation vers l'est

$x(t_f) = -7 \mu\text{m} < 0$ petite déviation vers le nord

4) Ici le référentiel terrestre est galiléen donc le projectile ne subit que son poids :

PFD: $m\vec{a}_r = m\vec{g}$ soit $\ddot{z} = -g$ $\dot{z} = -gt$ $z = -gt + h$



5) Ici le référentiel terrestre n'est pas galiléen, le PFD appliqué au projectile s'écrit :

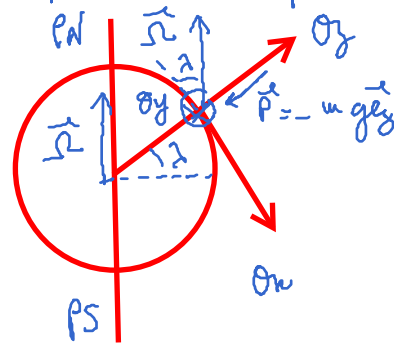
$$m\vec{a}(M/r) = m\vec{g} + \vec{F}_{ic}$$

⚠ $\vec{F}_{ic}$ est comprise dans le poids

avec $\vec{F}_{ic} = -2m\vec{\Omega} \wedge \vec{v}(M/r)$ et $m\vec{g} = -mg\vec{e}_z$

$$\vec{\Omega} = -\Omega \cos \lambda \vec{e}_n + \Omega \sin \lambda \vec{e}_y$$

$$\vec{v}(M/r) = -gt \vec{e}_z \quad (\text{on prend la valeur trouvée précédemment})$$



$$\vec{F}_{ic} = -2m \left[-\Omega \cos \lambda \vec{e}_n + \Omega \sin \lambda \vec{e}_y \right] \wedge \left[-gt \vec{e}_z \right]$$

$$= +2m\Omega \cos \lambda gt \vec{e}_y$$

En projetant sur (On) : $m\ddot{x} = 0$
 (Oy) : $m\ddot{y} = 2m\Omega \cos \lambda gt$
 (Oz) : $m\ddot{z} = -mg$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 0 \\ \dot{y} &= \Omega \cos \lambda gt^2 \\ \dot{z} &= -gt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 0 \\ y &= \Omega \cos \lambda g \frac{t^3}{3} \\ z &= -\frac{gt^2}{2} + h \end{aligned}$$

eq. horaires du mt du projectile

6) Lorsque M arrive sur le sol $z=0$ soit $-\frac{gt_f^2}{2} + h = 0$ et $t_f = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

↓ ou $y(t_f) = \frac{\Omega \cos \lambda}{3} g \left(\frac{2h}{g} \right)^{3/2} > 0$

le projectile est donc dévié vers l'est

Ad: $\Omega = \frac{2\pi}{24 \times 3600} = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$

$y(t_f) = 4,76 \text{ cm}$ pour $h = 200 \text{ m}$
 en accord avec l'étude sous python