

Problème III - Le manchot empereur

Source : Gilbert C. *et al.*, Energy saving processes in huddling emperor penguins : from experiments to theory, *Journal of Experimental Biology*, vol. 211, 2008, p. 1-8.

Le manchot empereur *Aptenodytes forsteri* est la plus grande espèce de manchots, avec en moyenne une taille de 1,2 m et une masse corporelle de 30 kg. Ce manchot est capable d'affronter sur de longues durées les conditions climatiques extrêmes de l'Antarctique, caractérisées par des températures moyennes de $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$ lors des longues nuits polaires du mois de juin et des températures ressenties atteignant les $-200\text{ }^{\circ}\text{C}$ lorsque le blizzard souffle au plus fort. Le secret de cette exceptionnelle capacité d'isolation thermique réside dans toute une série d'adaptations, en particulier physiologiques et comportementales.

Du point de vue des échanges thermiques, on modélise un manchot par un cylindre d'axe $(O, \vec{u}_z)$, de rayon $R = 10\text{ cm}$, de longueur $\ell = 1,2\text{ m}$, recouvert successivement :

- d'une couche de graisse d'épaisseur $e_g = 2,0\text{ cm}$ et de conductivité thermique $\lambda_g = 0,20\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$;
- d'une couche de filaments duveteux enfermant une épaisseur $e_a = 1,0\text{ cm}$ d'air de conductivité thermique $\lambda_a = 0,026\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$;
- d'une couche très dense de plumes courtes et raides, disposées en diagonale et imbriquées les unes dans les autres pour former un véritable « coupe-vent » imperméable à l'eau, d'épaisseur $e_p = 2,0\text{ cm}$ et de conductivité thermique $\lambda_p = 0,035\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

En régime stationnaire, le métabolisme de l'animal fournit une puissance $\mathcal{P}_m$ permettant de maintenir sa température interne T_i constante.

II.1 - Généralités

On considère deux cylindres de même axe $(O, \vec{u}_z)$, de longueur ℓ et de rayons R_1 et R_2 , de surfaces latérales isothermes portées aux températures respectives T_1 et $T_2 < T_1$ (figure 4).

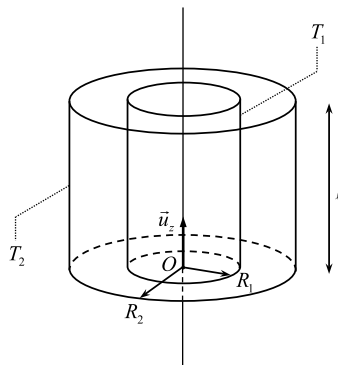


Figure 4 - Conducteur thermique à symétrie cylindrique

Le milieu séparant ces deux surfaces, homogène, isotrope, de conductivité thermique λ , est le siège d'un phénomène de transfert thermique uniquement radial en négligeant tout effet de bord. On suppose le régime stationnaire atteint. En tout point M du milieu, repéré par ses coordonnées cylindriques dans le repère $(O, \vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$, la température y est donc fonction uniquement de la distance ρ à l'axe $(O, \vec{u}_z)$: $T(M) = T(\rho)$.

Q1 Le vecteur associé au flux thermique Φ_{th} est le vecteur densité de courant thermique $\vec{j}_{th}$.

Que représente physiquement la norme de ce vecteur ? Préciser son unité.

Q2 Justifier que $\vec{j}_{th} = -\lambda \frac{dT}{d\rho} \vec{u}_\rho$. Justifier physiquement le signe moins.

Q3 Effectuer en régime stationnaire un bilan thermique, entre les instants t et $t+dt$, pour la portion du milieu comprise entre les cylindres d'axe $(O, \vec{u}_z)$, de longueur ℓ , de rayons ρ et $\rho+d\rho$ ($R_1 < \rho < R_2$). En déduire que l'expression du champ de température $T(\rho)$ en tout point M du milieu est : $T(\rho) = \frac{T_1 - T_2}{\ln(R_1 / R_2)} \ln(\rho / R_1) + T_1$.

Q4 Définir la résistance thermique R_{th} du milieu. Montrer qu'elle s'écrit : $R_{th} = \frac{1}{2\pi\lambda\ell} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$.

II.2 - Détermination du métabolisme d'un manchot

Q5 Retrouver l'ordre de grandeur de la valeur adoptée du rayon R du cylindre modélisant un manchot supposé uniquement constitué d'eau.

Q6 En régime stationnaire, justifier que le flux thermique Φ_{th} dégagé par un manchot est égal à la puissance $\mathcal{P}_m$ due à son métabolisme.

Q7 Comment sont associées les résistances thermiques de chacune des couches recouvrant un manchot ? Justifier. À partir du résultat de **Q4** donner l'expression de la résistance thermique $R_{th,1}$ équivalente à cette association en fonction notamment des conductivités thermiques et des épaisseurs des différentes couches. Calculer la valeur de $R_{th,1}$.