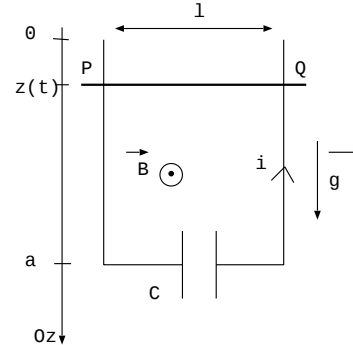


TD induction

I. Circuit avec un condensateur

Une tige PQ, de largeur l et de masse m , peut coulisser sans frottements, tout en restant horizontale, le long de deux rails verticaux. On repère sa position par la cote $z(t)$. Le circuit électrique ainsi constitué est fermé par un condensateur de capacité C , et l'on néglige la résistance du circuit. On choisit le sens de i comme indiqué sur le schéma. Le circuit est plongé dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et permanent, perpendiculaire au plan du circuit. A $t=0$, on débloque la tige. On néglige les phénomènes d'auto-induction.

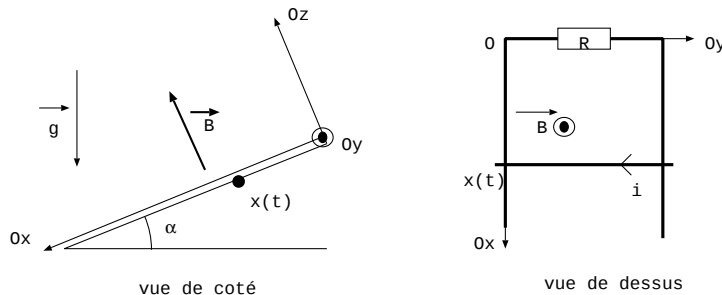


1. Prévoir de façon qualitative le signe de i .
2. Déterminer la f.e.m induite dans le circuit. Ecrire l'équation électrique.
3. Faire le bilan des forces s'exerçant sur la tige PQ. Ecrire l'équation mécanique.
4. Déterminer la loi $v(t)$, où $v(t)$ est la vitesse de la tige PQ en projection sur l'axe vertical Oz . En déduire la loi donnant la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps. Que peut-il se passer pour le condensateur?

Réponse: $4- \ddot{z} = \frac{g}{1 + \frac{B^2 l^2 C}{m}}$

II. Rails inclinés

Un circuit électrique est composé de 2 rails distants de a reliés par une résistance R et d'une barre glissant sans frottement sur les rails. On note $x(t)$ la position de la barre et $\vec{v} = \dot{x}\vec{e}_x$, sa vitesse. Les rails font un angle α par rapport à l'horizontale. Le champ magnétique stationnaire et uniforme $\vec{B} = B_0\vec{e}_z$ est normal au plan xOy du circuit électrique. On néglige le phénomène d'auto-induction.

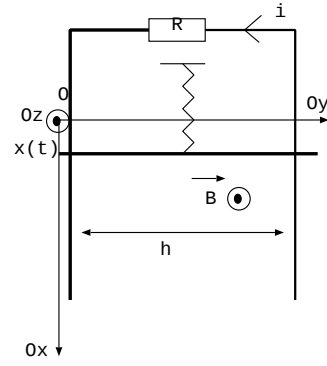


1. Prévoir de façon qualitative, le sens du courant induit et en déduire le signe de i choisi par l'énoncé.
2. Ecrire l'équation électrique et exprimer l'intensité induite en fonction de $\dot{x}$, a et B_0 .
3. On lache la barre sans vitesse initiale. Ecrire l'équation mécanique et exprimer $\dot{x}(t)$ et $x(t)$. Commenter.

Réponses: $3- \frac{dv}{dt} + \frac{B^2 l^2}{mR} v = +g \sin \alpha$

III. Barre relié à un ressort

Une barre conductrice, de masse m , de diamètre négligeable peut se déplacer sans frottement sur deux rails parallèles horizontaux, sans résistance, distants de h , le circuit ainsi formé a une résistance R . Entre les deux rails règne un champ magnétique un permanent uniforme $\vec{B} = B\vec{e}_z$ et le circuit est orienté comme indiqué sur la figure. La barre est liée à un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide l_0 . On néglige les phénomènes d'auto induction.



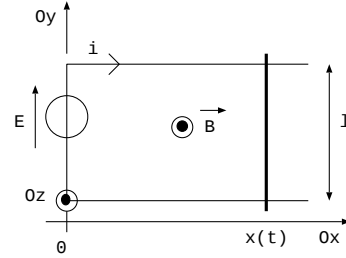
A l'instant $t = 0$ le ressort est comprimé: $l(t = 0) = l_0 - a < l_0$ et le système est lâché sans vitesse initiale. La position de la barre est repérée par son abscisse $x(t)$, la position $x = 0$ correspondant au ressort non tendu de longueur l_0 .

1. Dans quel sens la barre va-t-elle se déplacer dans la première phase du mouvement ? Préciser alors le sens du courant et de la fem d'induction.
2. Déterminer la force électromotrice $e(t)$ induite dans le circuit et en déduire l'équation électrique.
3. Déterminer la force de Laplace qui s'exerce sur la barre et constater qu'elle est analogue à une force de frottement visqueux. Ecrire l'équation mécanique.
4. En déduire l'équation différentielle du mouvement et la résoudre dans le cas critique.

Réponses: 4- $\ddot{x} + \frac{B^2 h^2}{mR} \dot{x} + \frac{k}{m} x = g$ donc $x(t) = -(a + g)e^{-t/\tau}(\frac{t}{\tau} + 1)$

IV. Présence d'auto-induction

On considère deux rails parallèles distants de l sur lesquels peut glisser (sans frottement) une barre CD de masse m . L'ensemble est placé dans un champ magnétique extérieur uniforme $\vec{B} = B\vec{e}_z$. La position de la barre est repérée par son abscisse $x(t)$. Le circuit formé par les rails est fermé et est alimenté par un générateur de tension de fem E . Ce circuit possède une résistance R et une autoinductance L .



1. Appliquer la loi Faraday et représenter le circuit électrique équivalent. En déduire l'équation électrique.
2. Ecrire l'équation mécanique.
3. En déduire que la vitesse $v(t)$ de la barre vérifie une équation de la forme:

$$\frac{d^2 v}{dt^2} + \frac{2}{\tau} \frac{dv}{dt} + \omega_0^2 v = \omega_0^2 v_1$$

Exprimer τ , v_1 et ω_0 en fonction des données. Ecrire $v(t)$ dans le cas d'un régime pseudo périodique (en fonction de deux constantes d'intégration que l'on ne cherchera pas à exprimer). Exprimer la pseudo-période et le temps de relaxation.

Réponses: 3- $\tau = \frac{2L}{R}$, $\omega_0 = \sqrt{\frac{B^2 l^2}{mL}}$, $v_1 = -\frac{E}{Bl}$