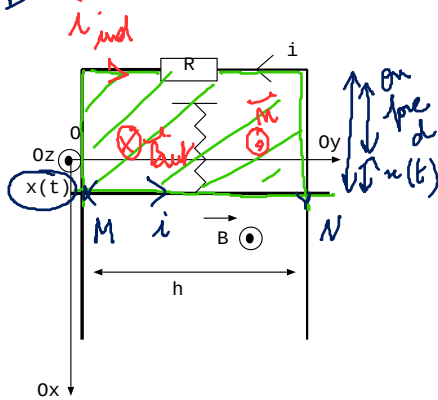


III Barre relié à un ressort



longueur du ressort:
 $l(t) = l_0 + z(t)$

A l'instant $t = 0$ le ressort est comprimé: $l(t = 0) = l_0 - a < l_0$ et le système est lâché sans vitesse initiale. La position de la barre est repérée par son abscisse $x(t)$, la position $x = 0$ correspondant au ressort non tendu de longueur l_0 .

1. $l(t) = l_0 - a < l_0$: ressort comprimé : la tige subit la force de rappel vers le bas (+ a_z) cause de l'induction : mouvement de la tige vers le bas

pour b i donne:
 $\vec{F}_L = i \vec{L} \wedge \vec{B}$ doit être vers le haut
 $\vec{F}_L = i \vec{MN} \wedge \vec{B}$ est vers le bas donc elle ne connaît pas, i réel est dans l'autre sens:
 $i < 0$

$|\phi| = B \times S$ $\vec{r}$: pour s'opposer à cette augmentation du flux, il faut $\vec{B}_{ind}$ opposé à $\vec{B}$:
 $i < 0$

2. Equation électrique:

loi de Faraday: $e = - \frac{d\phi}{dt}$ avec $\phi = \int \vec{B}(M) dS(M) \vec{n}(M)$

orienté par i avec la règle de la main droite

$$\phi = \int B \vec{e}_y dS \vec{e}_y = B \times h(d + z(t))$$

d'où $e = - B h \dot{z}$

circuit électrique:



est i de $\vec{u}$ vers

$$e = Ri = - B h \dot{z}$$

$$\dot{z} = - \frac{B h \dot{z}}{R}$$

terme mécanique

3. Force de Laplace et équation mécanique

$$\vec{F}_L = i \vec{MN} \wedge \vec{B} = i h \vec{e}_y \wedge B \vec{e}_y = i h B \vec{e}_z \quad \text{avec } i = - \frac{B h \dot{z}}{R}$$

dans le sens de l'énergie
 d'où $F_L = - \frac{B^2 h^2}{R} \dot{z}$

cette force est opposée à la vitesse, elle se compte comme une force de frottement fluide

RFD appliquée à la tige:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{P} + \vec{F}_n + \vec{F}_L$$

en projection selon (Oz) :

$$m \ddot{z} = mg - k(l - l_0) - \frac{B^2 h^2}{R} \dot{z}$$

$$\ddot{z} + \frac{B^2 h^2}{mR} \dot{z} + \frac{k}{m} z = g$$

4. En déduire l'équation différentielle du mouvement et la résoudre dans le cas critique.

solution particulière : $\ddot{x} = 0$
 $\dot{x} = 0$
 $x = \frac{mg}{k}$

solution générale : $\text{eq. caractéristique} : r^2 + \frac{b^2 l^2}{m k} r + \frac{k}{m} = 0$

$\Delta = \frac{b^2 l^2}{m k} - \frac{4 k}{m} = 0$ ← régime critique $r = -\frac{b^2 l^2}{2 m k}$

$x_g(t) = e^{-\frac{b^2 l^2}{2 m k} t} (At + C)$

↓ on $x(t) = \frac{mg}{k} + e^{-\frac{b^2 l^2}{2 m k} t} (At + C)$

