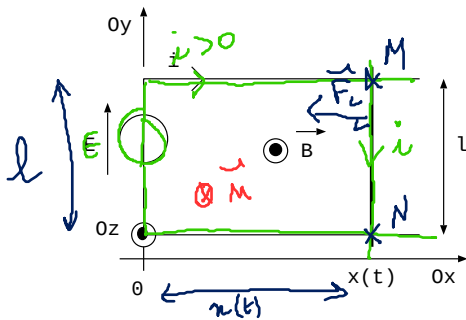


IV. Présence d'auto-induction



la barre suit la fne de Laplace

$$\vec{F}_L = i \vec{MN} \wedge \vec{B}$$

la barre se met en m^{vt} vers la gauche.

Le flux de $\vec{B}$ varie dans le circuit, il y a un courant induit est opposé à i (c'est par la pile E)

1. Appliquer la loi Faraday et représenter le circuit électrique équivalent. En déduire l'équation électrique.

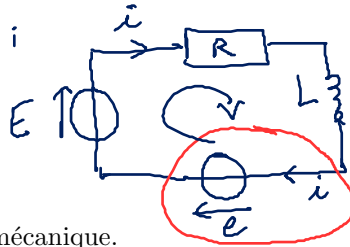
loi de Faraday; $e = - \frac{d\phi}{dt}$ où $\phi = \iint \vec{B}(u) dS(u) \vec{u}(u)$

$$\phi = \int B \vec{e}_y dS (-\vec{e}_y) = -B \times l x(t)$$

orienté par le i de l'énoncé
par la règle de la main droite

$$\text{d'où } [e = Bl v = \frac{Bl v}{1}] < 0$$

Circuit équivalent:



loi des mailles:

$$E - Ri - L \frac{di}{dt} + e = 0$$

$$E + Bl v = Ri + L \frac{di}{dt}$$

↑
tense mécanique

2. Ecrire l'équation mécanique.

RFD appliquée à la tige mobile:

$$m \vec{a} = \underbrace{\vec{P} + \vec{N}}_{\vec{V}_0} + \vec{F}_L$$

$$\text{avec } \vec{F}_L = i \vec{MN} \wedge \vec{B} = -il \vec{e}_y \wedge B \vec{e}_y = -ilB \vec{e}_x$$

$$\text{d'où en projection sur } \vec{e}_x: \boxed{m \frac{dv}{dt} = -ilB}$$

↑
tense électrique

3. En déduire que la vitesse $v(t)$ de la barre vérifie une équation de la forme:

à résoudre:

$$\frac{d^2 v}{dt^2} + \frac{2}{\tau} \frac{dv}{dt} + \omega_0^2 v = \omega_0^2 v_1$$

$$\begin{cases} E + Blv = Ri + L \frac{di}{dt} \\ m \frac{dv}{dt} = -ilB \end{cases}$$

$$\text{soit } i = \frac{-m}{Bl} \frac{dv}{dt} \text{ d'où: } E + Blv = -\frac{mR}{Bl} \frac{dv}{dt} - \frac{mL}{Bl} \frac{d^2 v}{dt^2}$$

$$\text{d'où } \boxed{\frac{d^2 v}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dv}{dt} + \frac{B^2 l^2}{mL} v = \frac{BlE}{mL}}$$

régime pseudo-périodique: $\Delta < 0$

$$\text{Eq caractéristique: } r^2 + \frac{2}{\tau} r + \omega_0^2 = 0$$

$$\Delta = \frac{4}{\tau^2} - 4\omega_0^2 < 0$$

$$r_{\pm} = -\frac{1}{\tau} \pm j \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{\tau^2}}$$

par identification:

sol. particulière

$$\frac{2}{\tau} = \frac{R}{L} \quad \frac{B^2 l^2}{mL} = \omega_0^2 \quad v_1 = -\frac{E}{Bl}$$

$$|v(t)| = e^{-t/\tau} \left[A \cos(\omega t) + C \sin(\omega t) \right] + v_1$$