

DEUXIÈME PARTIE : Les ondes électromagnétiques dans les plasmas

G / Mise en équation pour des ondes harmoniques

G1a.

La charge volumique au sein du plasma est donnée par :

$$\varrho = \varrho_{\text{ions}} + \varrho_{\text{électrons}} = n \times (+e) + n \times (-e) = 0.$$

G1b.

Le champ magnétique agit sur les charges selon la force $\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$, soit $F_m \approx qvB$. Le champ électrique impose la force $\vec{F}_e = q\vec{E}$, soit $F_e = qE$. Or pour une onde plane progressive dans le vide on a $\frac{E}{B} = c$. L'effet du champ magnétique est négligeable devant celui du champ électrique si $F_m \ll F_e$, soit encore si $vB \ll E$ et donc finalement si $v \ll c$. Il faut donc que les particules chargées soient non relativistes.

La loi de la quantité de mouvement s'écrit $\vec{F} = m\vec{a}$: l'amplitude du mouvement d'une particule soumise à une force donnée est donc inversement proportionnelle à sa masse. Dans le cas où $m_e \ll m_i$ le mouvement des ions est négligeable devant celui des électrons.

G1c.

Évaluons le rapport poids/force électrique pour un électron plongé dans un champ électrique très faible : on prend par exemple $E = 1 \times 10^{-3} \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$.

Dans ce cas le rapport est $\frac{mg}{F_e} = 6 \times 10^{-8}$ ce qui est totalement négligeable devant 1.

On peut donc totalement négliger les effets de la pesanteur.

G1d.

La loi de la quantité de mouvement appliquée à un électron soumis uniquement à la force électrique $\vec{F}_e = -e\vec{E}$ s'écrit $m_e \frac{d\vec{v}_e}{dt} = -e\vec{E}$, ce qui en notation complexe donne, avec $\vec{v}_e = \vec{V}_0 e^{j\omega t}$,

$m_e j\omega \vec{v}_e = -e\vec{E}$ et donc $\vec{v}_e = \frac{-e\vec{E}}{m_e j\omega}$. Par ailleurs on peut écrire $\vec{j}_e = \varrho_e \vec{v}_e = -ne \vec{v}_e$, soit

$\vec{j}_e = \frac{ne^2}{m_e j\omega} \vec{E}$. Par identification : $\underline{\gamma} = \frac{ne^2}{m_e j\omega}$. Il s'agit de la conductivité (complexe) du plasma.

G2.

Les équations de Maxwell adaptées au plasma sont :

$$\boxed{\text{div} \vec{E} = 0} \quad (1), \quad \boxed{\text{div} \vec{B} = 0} \quad (2), \quad \boxed{\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}} \quad (3),$$

$$\boxed{\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j}_e + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = \mu_0 \left(\underline{\gamma} \vec{E} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)} \quad (4).$$

G3.

Grâce à l'équation (1) et la formule du double rotationnel, $\vec{\text{rot}}(\vec{\text{rot}}\vec{E}) = -\Delta\vec{E}$, qui se transforme à l'aide de (3) en $\Delta\vec{E} = \frac{\partial \vec{\text{rot}}\vec{B}}{\partial t}$, et finalement avec l'équation (4) : on obtient $\Delta\vec{E} = \mu_0 \left(\underline{\gamma} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \right)$,

soit encore en régime sinusoïdal : $\Delta\vec{E} = \mu_0 \left(\underline{\gamma} j\omega \vec{E} + \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \right)$. En explicitant l'expression de $\underline{\gamma}$ et avec

$\mu_0 \varepsilon_0 c^2 = 1$ on obtient finalement : $\Delta\vec{E} = \frac{1}{c^2} \left(\frac{ne^2}{m_e \varepsilon_0} \vec{E} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \right)$ qui est l'expression demandée si

l'on pose $\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{\varepsilon_0 m_e}}$ (pulsation plasma).

Cette expression reste vraie pour une onde non sinusoïdale car les termes en ω ont disparu.

H / Propagation d'une OPPH**H1.**

En injectant l'expression du champ électrique dans l'équation d'onde établie précédemment, on en déduit

$k^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$. On peut distinguer deux cas :

- $\omega > \omega_p$: k est alors réel ; il s'agit du domaine de transparence du plasma (propagation sans absorption) ;
- $\omega < \omega_p$: k est imaginaire pur ; il s'agit du domaine réactif : l'onde est alors évanescente.

H2.

Dans le domaine réactif, $k = \pm j \sqrt{\frac{\omega_p^2 - \omega^2}{c^2}} = \pm j k'$. Dans ce cas le champ électrique s'écrit :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{\pm k' x} e^{j\omega t}.$$

Une OPPH dans le domaine réactif qui arrive sur le plasma est réfléchi entièrement. Un tel phénomène peut être utilisé pour les communications radio longue distance (réflexion sur l'ionosphère, cf texte d'introduction de la partie H).

H3.

Dans le domaine de transparence, $k = \sqrt{\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}}$.

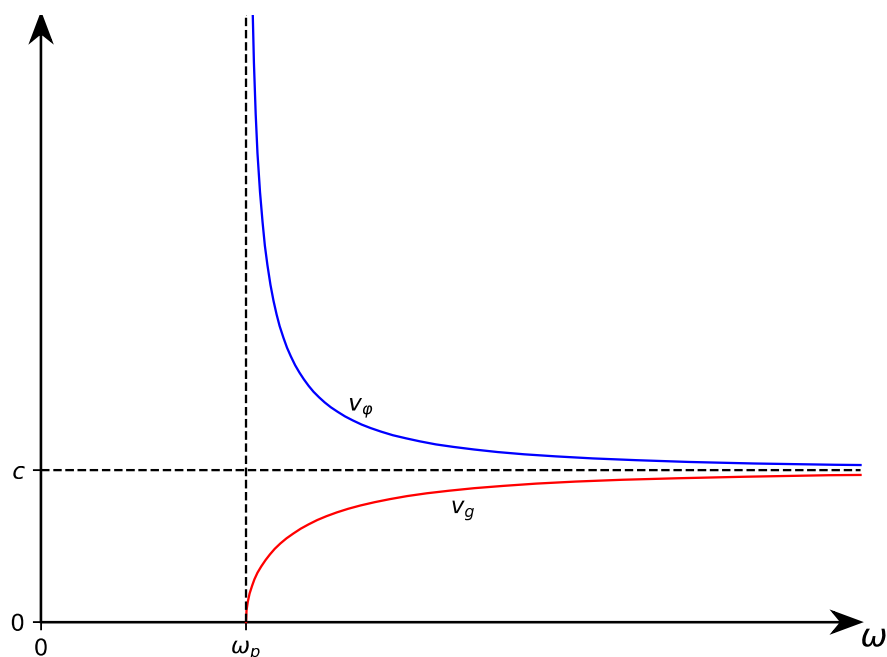
Calculons la vitesse de phase : $v_\varphi = \frac{\omega}{k}$, soit après calculs, $v_\varphi = \frac{c}{\sqrt{1 - (\frac{\omega_p}{\omega})^2}}$.

Calculons la vitesse de groupe : $v_g = \frac{d\omega}{dk}$, en différentiant la relation de dispersion donnant k^2 on peut écrire : $2k dk = \frac{2\omega d\omega}{c^2}$, soit $\frac{\omega}{k} \times \frac{d\omega}{dk} = c^2$ qui s'écrit aussi $v_\varphi \times v_g = c^2$ soit finalement :

$v_g = \sqrt{1 - (\frac{\omega_p}{\omega})^2}$. Une OPPH dans le domaine de transparence qui arrive sur le plasma voit sa vitesse

de propagation modifiée, est partiellement réfléchi mais une portion de l'énergie est transmise et il y a existence d'une OPPH dans le plasma. Cela permet la communication avec les satellites, situés au-delà de l'ionosphère par rapport à la surface de la Terre.

H4.



Lorsque $\omega \rightarrow \infty$, $v_\varphi \rightarrow c$ et $v_g \rightarrow c$: le milieu n'est plus dispersif et se comporte comme le vide.

I / Propagation d'un paquet d'ondes émis par une antenne satellite

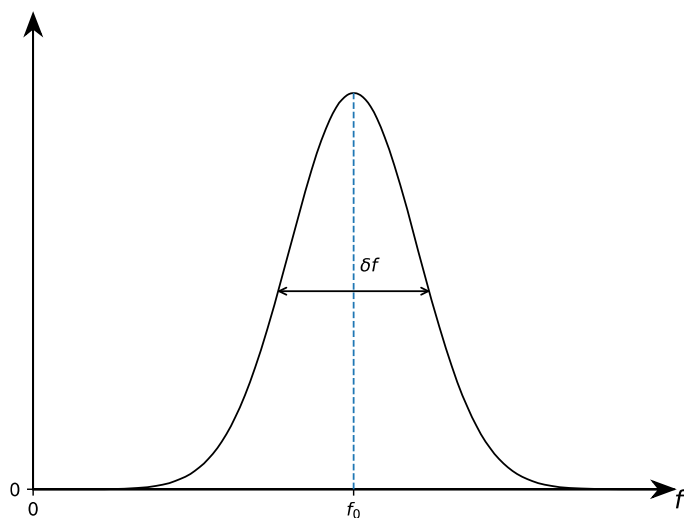
I1.

Pour être rigoureusement harmonique une onde devrait avoir des étendues temporelle et spatiale infinies, ce qui est impossible.

Cette onde peut être considérée comme plane si son amplitude varie peu sur une distance grande devant sa longueur d'onde.

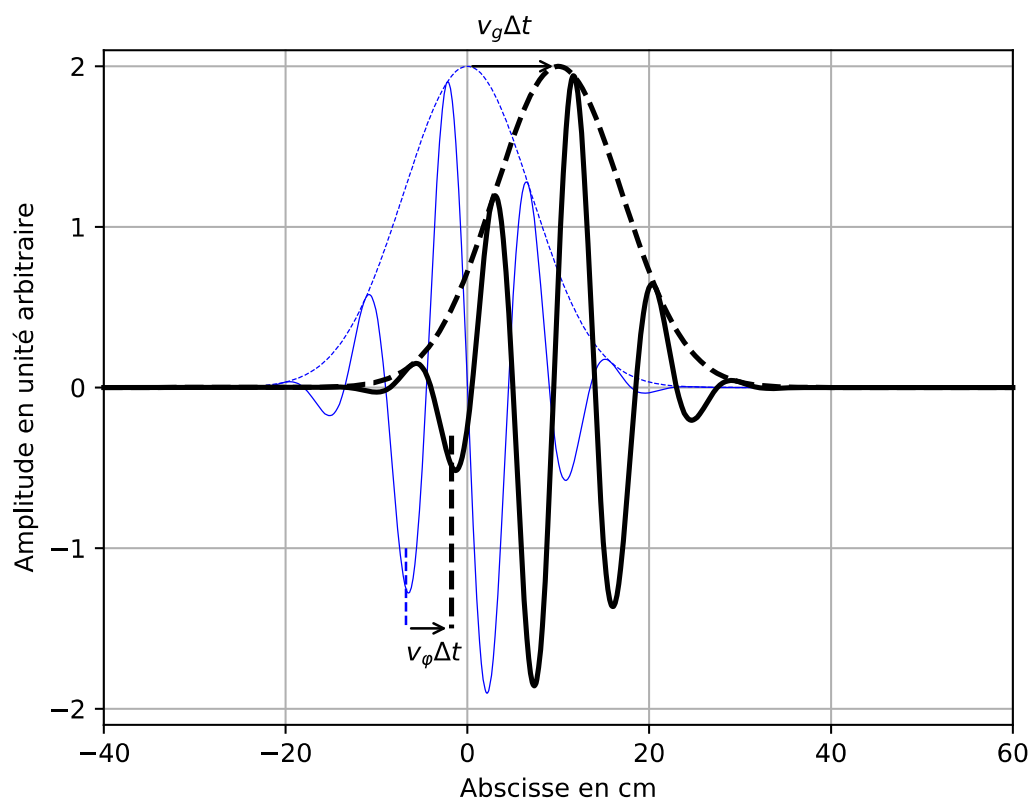
I2.

Le spectre est gaussien, centré sur une fréquence f_0 et de largeur δf inversement proportionnelle à la durée du paquet d'onde.

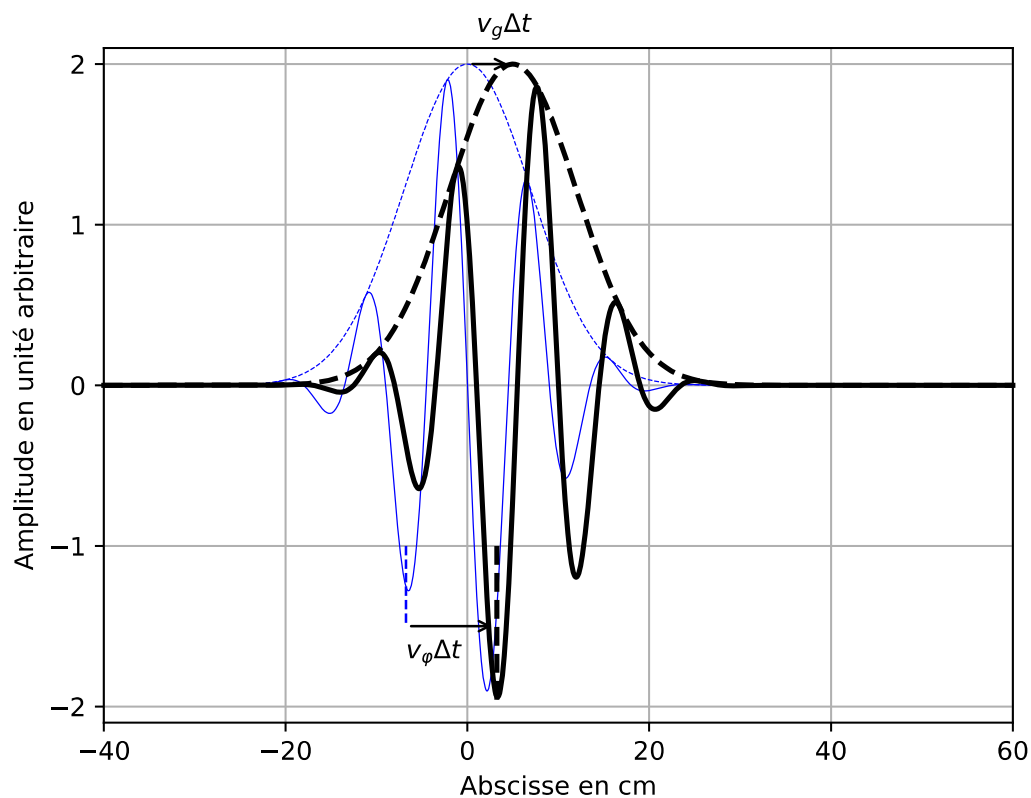


Dans le cas où la vitesse de groupe est le double de la vitesse de phase, l'enveloppe du paquet se déplace

plus vite que les maxima locaux de l'onde : il y a disparition de ces maxima à l'arrière du paquet et apparition à l'avant du paquet.



À l'inverse, lorsque la vitesse de groupe est la moitié de la vitesse de phase, les maxima se propagent plus vite que l'enveloppe elle-même : ils disparaissent alors à l'avant du paquet et apparaissent à l'arrière.



Synthèse

Dans la première partie ont été étudiées des ondes sonores non harmoniques se propageant dans un milieu non dispersif : le problème principal rencontré est alors d'être capable de traiter correctement toutes les fréquences des harmoniques présents dans le signal (cas de la numérisation, étude de l'isolation sonore...).

Dans la deuxième partie le problème vient surtout du caractère dispersif du milieu de propagation : les composantes du signal de différentes fréquences ne se propagent pas avec la même vitesse, ce qui peut mener à un étalement ou à une déformation du signal.