I. **Ailette de refroidissement**

1. On considère le système élémentaire compris entre x et $x+dx$ de rayon R. Il perd la puissance thermique $j_{cc}2\pi R dx$ sur sa surface latérale par conducto convection, il perd la puissance thermique $j_Q(x+dx)\pi R^2$ sur la surface en $x+dx$ par diffusion et il reçoit la puissance thermique $j_Q(x)\pi R^2$ sur la surface en x par diffusion.

On applique le premier principe de la thermo à ce système en régime stationnaire soit pour $dU = 0$. On a $dU = 0 = -j_{cc}2\pi R dx dt - j_Q(x+dx)\pi R^2 dt + j_Q(x)\pi R^2 dt$ soit $-j_{cc}2\pi R - \dfrac{dj_Q}{dx}\pi R^2 = 0$.

On applique la loi de Fourier $j_Q = -\lambda \dfrac{dT}{dx}$ qui traduit que le transfert thermique diffuse du chaud vers le froid et on remplace j_{cc} par son expression donnée dans l'énoncé soit $-h(T(x) - T_F)2\pi R + \lambda \dfrac{d^2T}{dx^2}\pi R^2 = 0$ ou encore $\dfrac{d^2T}{dx^2} - \dfrac{2h}{\lambda R}T(x) = -\dfrac{2h}{\lambda R}T_F$.

Par identification avec l'énoncé on a $\delta = \sqrt{\dfrac{\lambda R}{2h}}$.

2. On écrit l'équation caractéristique: $r^2 - \dfrac{1}{\delta^2} = 0$ soit $r = \pm\dfrac{1}{\delta}$, on a donc en ajoutant la solution particulière $T_p = T_F$ et la solution générale:

$T(x) = T_F + Ae^{x/\delta} + Be^{-x/\delta}$.

On trouve A et B avec les conditions aux limites qui sont:

$T(x=0) = T_0 = A + B + T_F$

Le barreau est très long donc pour $x = l$ qui tend vers l'infini, la température doit être définie soit $A = 0$ pour que T ne diverge pas (car $e^{x/\delta}$ diverge en $+\infty$).

On a donc $T(x) = T_F + (T_0 - T_F)e^{-x/\delta}$.

3. La puissance thermique dégagée par l'ailette est pour le système élémentaire entre x et $x+dx$: $dP = -j_{cc}(x)2\pi R dx$. On intègre sur toute la longueur de l'ailette pour avoir la puissance totale soit:

$P = \displaystyle\int_0^l h(T_F - T(x))2\pi R dx = 2\pi R l h \int_0^l (T_F - T_0)e^{-x/\delta}dx = 2\pi R l h(T_0 - T_F)\delta$.