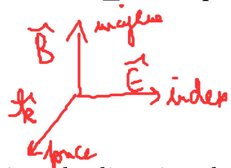
Chapitre EM 11 : ondes em et interfaces

I. A savoir

Un milieu (métal, plasma, diélectrique) est caractérisé par son indice $\underline{n}$ défini par $\boxed{\underline{k} = \underline{n}\frac{\omega}{c}}$. Pour une onde plane se propageant dans un tel milieu:

- les champs électrique et magnétique sont transverses
- le trièdre $(\overrightarrow{k}, \overrightarrow{E}, \overrightarrow{B})$ est orthogonal direct



main droite

- En notation complexe : $\boxed{\underline{\overrightarrow{B}} = \frac{\underline{\overrightarrow{k}} \Lambda \underline{\overrightarrow{E}}}{\omega} = \frac{\underline{n}}{c}(\overrightarrow{u} \Lambda \underline{\overrightarrow{E}})}$ où $\overrightarrow{u}$ désigne la direction de propagation. *Les champs électrique et magnétique peuvent ne pas être en phase : c'est le cas pour un indice complexe.*

On trouve l'indice $\underline{n}$ en écrivant la relation de propagation des champs, puis la relation de dispersion qui nous permet de déduire $\underline{k}$. On écrit alors que $\underline{n} = \frac{\underline{k}c}{\omega}$.

- la partie réelle de $\underline{n}$ traduit la propagation à la vitesse de phase $\boxed{V_\phi = \frac{c}{\mathcal{R}e(\underline{n})} = \frac{\omega}{\mathcal{R}e(\underline{k})}}$

- la partie imaginaire de $\underline{n}$ (liée à la partie imaginaire de $\underline{k}$) traduit l'amortissement. ou absorption

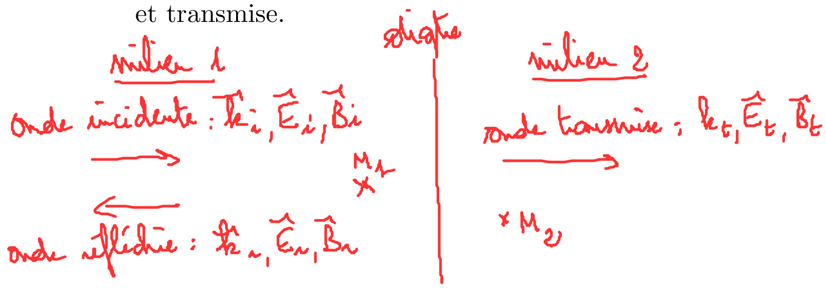
Lorsque l'indice dépend de ω, on dit qu'il y a de la dispersion.

Exemples de milieu d'indice réel: le verre $n \simeq 1,5$, les plasmas pour $\omega > \omega_p$
l'air $n \simeq 1$, l'eau $n \simeq 1,33$

Exemple de milieu d'indice imaginaire pur: le plasma pour $\omega < \omega_p$ (ω_p : pulsation plasma)

Exemple de milieu d'indice possédant une partie réelle et une partie imaginaire: les métaux

Dans les exercices de ce chapitre, une onde incidente arrive sur un dioptre et donne naissance à une onde réfléchie et une onde transmise. Les indices i, r et t caractérisent respectivement les ondes incidente, réfléchie et transmise.



en M_1 : $\vec{E}(M_1,t) = \vec{E}_i(M_1,t) + \vec{E}_r(M_1,t)$
$\vec{B}(M_1,t) = \vec{B}_r(M_1,t) + B_t(M_1,t)$

en M_2 : $\vec{E}(M_2,t) = \vec{E}_t(M_2,t)$
$\vec{B}(M_2,t) = \vec{B}_t(M_2,t)$

Les ondes réfléchie et transmise n'ont pas la même amplitude et peuvent ne pas être en phase avec l'onde incidente, ce que l'on traduit par les coefficients de réflexion et de transmission toujours définis dans les énoncés:

Coefficients de réflexion et de transmission en amplitude:

$$r = \frac{\|\vec{E}_r(M,t)\|}{\|\vec{E}_i(M,t)\|} \qquad \tau = \frac{\|\vec{E}_t(M,t)\|}{\|\vec{E}_i(M,t)\|}$$

pour tout point M appartenant au dioptre

Coefficients de réflexion et de transmission en intensité:

$$R = \frac{\langle\|\vec{R}_r(M,t)\|\rangle}{\langle\|\vec{R}_i(M,t)\|\rangle} \qquad T = \frac{\langle\|\vec{R}_t(M,t)\|\rangle}{\langle\|\vec{R}_i(M,t)\|\rangle}$$

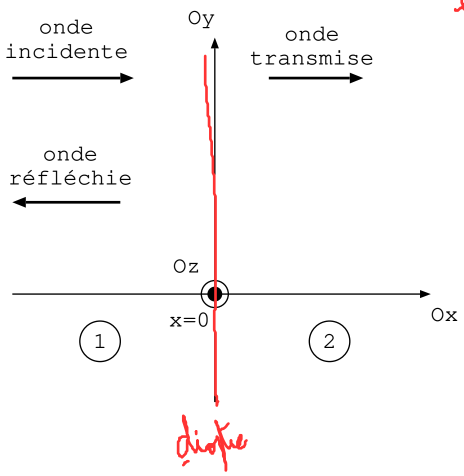
On trouve les coefficients de réflexion et de transmission qui permettent de déduire les champs em des ondes réfléchie et transmise à l'aide des conditions de continuité précisées dans les énoncés. Il en existe de plusieurs types:

- L'énoncé indique que le champ électromagnétique est continu à l'interface: Soit M sur le dioptre

$$\begin{cases} \vec E_i(M,t)+\vec E_r(M,t)=\vec E_t(M,t) & \text{donc } \vec E_i(M,t)+r\,\vec E_i(M,t)=\tau\,\vec E_i(M,t) \\ & \text{soit } 1+r=\tau \\ \vec B_i(M,t)+\vec B_r(M,t)=\vec B_t(M,t) & \end{cases}$$

- L'énoncé indique que les composantes tangentielles du champ électromagnétique sont continues:

On appelle composante tangentielle la composante contenue dans le dioptre



le dioptre est confondu avec le plan (Oyz) donc les composantes E_y, E_z, B_y et B_z sont continues

$$E_{y_i}(x=0^-,t)+E_{y_r}(x=0^-,t)=E_{yt}(x=0^+,t)$$
$$E_{zi}(x=0^-,t)+E_{zr}(x=0^-,t)=E_{zt}(x=0^+,t)$$

On écrit les mêmes équations pour B_y et B_z

Rq : on appelle composante normale, la composante $\perp$ au dioptre en l'occurrence ici ce sont B_z et E_z, qui peuvent ne pas être continues

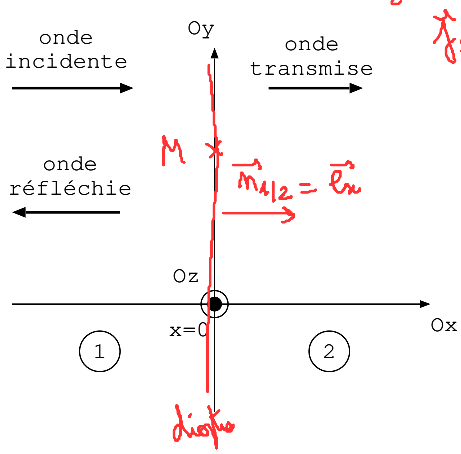
soit $E_{zi}(x=0^-,t)+E_{zr}(x=0^-,t)\neq E_{zt}(x=0^+,t)$ pareil pour B_z

- L'énoncé peut donner les conditions de passage sous la forme: $\overrightarrow{E_2}(M)-\overrightarrow{E_1}(M)=\dfrac{\sigma}{\epsilon_0}\overrightarrow{n_{1/2}}$ et $\overrightarrow{B_2}(M)-\overrightarrow{B_1}(M)=\mu_0\overrightarrow{j_s}\Lambda\overrightarrow{n_{1/2}}$

$\vec n_{1/2}$ est le vecteur normal au dioptre, unitaire, dirigé de 1 vers 2

$\vec j_s$ sont des courants contenus dans le dioptre donc :

$$\vec j_s(M)=j_{sy}(M)\,\vec e_y+j_{sz}(M)\,\vec e_z$$



M est un point du dioptre, σ est la charge surfacique sur le dioptre

$$\vec E_2(M,t)-\vec E_1(M,t)=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec e_x$$

on projette sur (Oy) : $E_{2y}(M,t)=E_{1y}(M,t)$

sur (Oz) : $E_{2z}(M,t)=E_{1z}(M,t)$

les composantes tangentielles de $\vec E$ sont continues

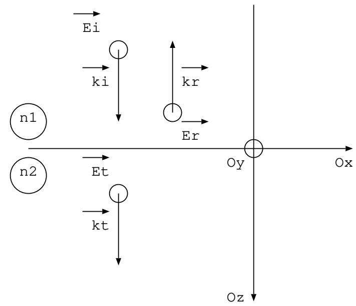
sur (Ox) : $E_{2x}(M,t)-E_{1x}(M,t)=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\neq 0$

la composante normale de $\vec E$ est discontinue

(Voir exercice pour la relation avec $\vec B$)

II. **Réflexion et transmission sous incidence normale à l'interface entre deux diélectriques**

Soit un dioptre confondu avec le plan Oxy séparant les milieux d'indice n_1 pour $z < 0$ et d'indice n_2 pour $z > 0$. Une onde em incidente se propage selon $+Oz$ (le champ électrique est polarisé rectilignement selon Oy), elle donne naissance à une onde transmise et à une onde réfléchie. On travaille en **notation réelle.** On note les coefficients de réflexion et de transmission: $r = \dfrac{||\overrightarrow{E_r}(z=0)||}{||\overrightarrow{E_i}(z=0)||}$ et $\tau = \dfrac{||\overrightarrow{E_t}(z=0)||}{||\overrightarrow{E_i}(z=0)||}$.



1. Ajouter sur les schémas les champs magnétiques.

2. Exprimer les champs électrique et magnétique. On note E_0 l'amplitude de l'onde incidente.

3. On admet les conditions de passage suivantes: les composantes tangentielles du champ électrique et du champ magnétique sont continues. En déduire les expressions de r et τ en fonction de n_1 et n_2.

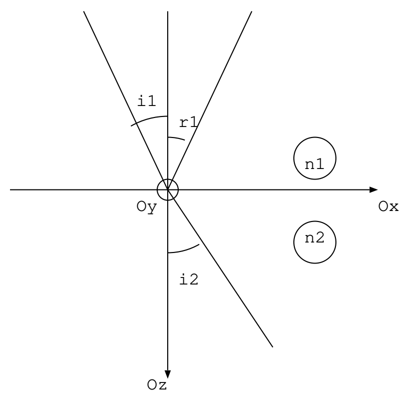
4. Exprimer les coefficients de transmission et de réflexion en énergie définis par $T = \dfrac{< ||\overrightarrow{\Pi_t}|| >}{< ||\overrightarrow{\Pi_i}|| >}$ et $R = \dfrac{< ||\overrightarrow{\Pi_r}|| >}{< ||\overrightarrow{\Pi_i}|| >}$. Quelle relation lie R et T? Que traduit cette relation?

5. AN : calculer r, τ, R et T pour $n_1 = 1$ et $n_2 = 1,5$ et pour $n_1 = 1,5$ et $n_2 = 1$.

III. **Réflexion et transmission sous incidence quelconque**

Soit un dioptre confondu avec le plan Oxy qui sépare les milieux diélectriques linéaires homogènes et isotropes d'indice n_1 pour $z < 0$ et d'indice n_2 pour $z > 0$. L'onde incidente $(\overrightarrow{k_i}, \overrightarrow{E_i}, \overrightarrow{B_i})$ arrive sur le dioptre sous un angle i_1 par rapport à la normale. On note $(\overrightarrow{k_r}, \overrightarrow{E_r}, \overrightarrow{B_r})$ et $(\overrightarrow{k_t}, \overrightarrow{E_t}, \overrightarrow{B_t})$, les vecteurs d'onde et le champ em respectivement de l'onde réfléchie et de l'onde transmise.

1. Exprimer les vecteurs d'onde $\overrightarrow{k_i}$, $\overrightarrow{k_r}$ et $\overrightarrow{k_t}$ en fonction des indices, des angles i_1, i_2 et r_1, de ω, c et des vecteurs de base.



Par la suite, le champ électrique est contenu dans le plan d'incidence (le plan d'incidence est le plan défini par le rayon incident et la normale au dioptre). On écrit donc:

$\underline{\overrightarrow{E_i}} = E_0 \overrightarrow{e_y} e^{j(\omega t - \overrightarrow{k_i}.\overrightarrow{r})}$, $\underline{\overrightarrow{E_r}} = \underline{r} E_0 \overrightarrow{e_y} e^{j(\omega t - \overrightarrow{k_r}.\overrightarrow{r})}$, et $\underline{\overrightarrow{E_t}} = E_0 \underline{t} \overrightarrow{e_y} e^{j(\omega t - \overrightarrow{k_t}.\overrightarrow{r})}$.

2. Pourquoi les coefficients $\underline{r}$ et $\underline{t}$ sont-ils complexes?

3. Ajouter sur la figure ci-dessus, les vecteurs d'onde et les champs em des ondes incidente, réfléchie et transmise.

4. Exprimer les champs magnétiques $\underline{\overrightarrow{B_i}}$, $\underline{\overrightarrow{B_r}}$, et $\underline{\overrightarrow{B_t}}$.

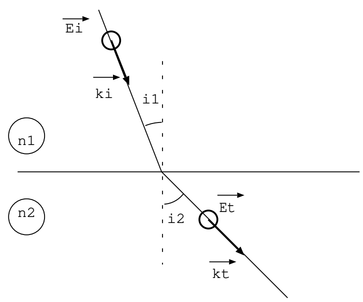
5. Déduire de la continuité de la composante tangentielle du champ électrique et de la continuité des composantes tangentielle et normale du champ magnétique :

- les lois de Descartes

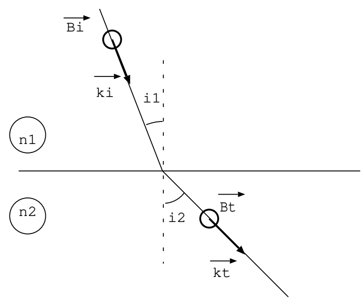
- les expressions de $\underline{r}$ et $\underline{t}$ soit $\underline{r} = \dfrac{n_1 \cos i_1 - n_2 \cos i_2}{n_1 \cos i_1 + n_2 \cos i_2}$ et $\underline{t} = \dfrac{2 n_1 \cos i_1}{n_1 \cos i_1 + n_2 \cos i_2}$

IV. **Absence d'onde réfléchie : incidence de Brewster**

Une onde incidente arrive sur un dioptre plan qui sépare deux milieux d'indice n_1 et n_2. On s'interroge sur l'existence d'une valeur de i_1 pour laquelle il n'y aurait pas d'onde réfléchie.



Cas a



Cas b

1. Ajouter sur les schémas les champs électriques et magnétiques manquants.

On admet que la composante tangentielle du champ électrique et que la composante normale du champ magnétique sont continues à une interface.

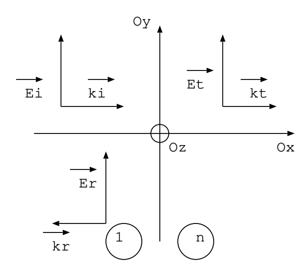
2. Montrer que le cas a est impossible.

3. Dans le cas b, on définit le coefficient de transmission du champ électrique par $t = \dfrac{E_t}{E_i}$ (rapport calculé en un point quelconque du dioptre). Montrer que $t = \dfrac{n_1}{n_2}$ et donc que $n_2 \cos i_1 = n_1 \cos i_2$. En déduire que $i_1 = \arctan(\dfrac{n_2}{n_1})$ (cet angle d'incidence est appelé angle de Brewster).

4. Une onde em arrive sur le dioptre sous l'incidence de Brewster. Le champ électrique de cette onde est polarisée elliptiquement (ce champ peut se décomposer en somme de deux champs polarisés rectilignement: une composante dans le plan d'incidence et une composante perpendiculaire au plan d'incidence). Décrire le champ électrique de l'onde réfléchie.

V. **Réflexion sur un milieu absorbant**

Une onde électromagnétique plane polarisée rectilignement, monochromatique, arrive en incidence normale sur l'interface séparant le vide (pour $x < 0$) d'un diélectrique d'indice $\underline{n} = n' - jn''$ (pour $x > 0$) où n' et n'' sont deux réels positifs.



1. Écrire les représentations complexes pour les champs électrique et magnétique pour les ondes en faisant intervenir les coefficients de transmission et réflexion.

2. On admet les conditions de passage suivantes: les composantes tangentielles du champ électrique et du champ magnétique sont continues. Déterminer les coefficients de réflexion et transmission en amplitude.

3. On donne $< f.g >= \dfrac{1}{2}\mathcal{R}e(\underline{f}.\underline{g}^*)$.Exprimer les coefficients de transmission et de réflexion en énergie définis par $T_e = \dfrac{< ||\overrightarrow{R_t}|| >}{< ||\overrightarrow{R_i}|| >}$ et $R_e = \dfrac{< ||\overrightarrow{R_r}|| >}{< ||\overrightarrow{R_i}|| >}$.

4. On étudie le cas particulier de la réflexion sur un plasma.

On rappelle que pour $\omega < \omega_P$ (pulsation plasma), l'indice s'écrit $\underline{n} = -jn''$. Exprimer T et conclure.

On rappelle que pour $\omega > \omega_P$ (pulsation plasma), l'indice s'écrit $\underline{n} = n'$. On donne le graphe R en fonction de ω, compléter le graphe T en fonction de ω et commenter.