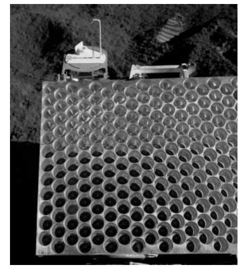
TD laser

I. **Mesure de distance Terre Lune**

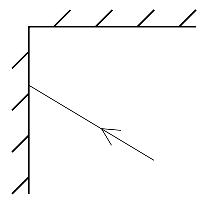
L'expérience laser-lune de l'Observatoire de la Côte d'Azur (OCA) a pour but la détermination précise de la distance Terre-Lune et de ses variations. Le principe est la mesure de la durée d'aller-retour d'une impulsion laser émise du sol vers un réflecteur lunaire, panneau composé d'une mosaïque d'éléments catadioptriques, de type "coins de cube".

Observatoire de la Côte d'Azur

Réflecteur lunaire



1. Tracer le rayon lumineux après réflexion sur chacun des miroirs. Montrer que le rayon sortant est parallèle au rayon incident. C'est le principe du coin de cube (trois miroirs plans forment un coin de cube).



2. L'intervalle de temps entre l'émission de l'impulsion et son retour est de $\Delta t = 2,56\ s$. En déduire la distance moyenne Terre-Lune.

3. La distance actuelle est déterminée au centimètre près. En déduire la précision nécessaire sur la mesure de la durée de l'aller-retour.

Le laser employé est un laser YAG-Nd de longueur d'onde $\lambda = 532\ nm$. Le waist du faisceau à la sortie du laser est de $w_0 = 18\ cm$.

4. À l'aide d'un modèle cône/cylindre du faisceau, exprimer en ordre de grandeur θ (le demi angle au sommet du faisceau conique) et L_R, la longueur de Rayleigh (demi-longueur de la partie cylindrique). Faire les AN.

5. Calculer le rayon R du faisceau laser lorsque celui-ci atteint la Lune.

Le laser émet des impulsions d'énergie $E = 0,3\ J$ sur une durée $\tau = 0,3\ \mu s$.

6. Calculer la puissance du laser et l'intensité I_S sortant du laser et I_L l'intensité arrivant sur la Lune, que vaut le rapport I_L/I_S?

7. Calculer le nombre de photons émis pendant une impulsion. Donnée: $h = 6,6.10^{-34}\ J.s.$

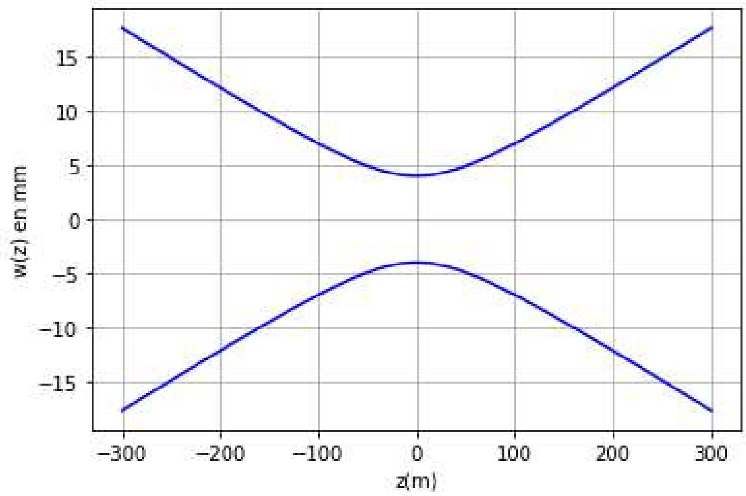
La fraction effective des photons détectés après aller-retour est de l'ordre de 10^{-20}. Combien d'impulsions faut-il envoyer pour espérer détecter un photon ?

Réponses: 2- $D_L = 384.10^3\ km$ *3-* $\Delta t = 6,6.10^{-11}\ s$ *4-* $\theta \approx 2,96\ \mu rad$ *5-* $R = 1,13\ km$ *6-* $I_L/I_S = 2,5.10^{-8}$ *7-* $N = 8,06.10^{17}$ *photons et* 124 *impulsions*

II. **Le faisceau laser**

Un faisceau laser de longueur d'onde $\lambda = 720\ nm$ est de révolution autour de l'axe Oz, la propagation se faisant selon Oz croissant. La puissance lumineuse du faisceau est $P = 1\ mW$.

La figure ci contre représente la coupe longitudinale du faisceau laser. L'échelle en abscisse est en millimètre et en ordonnée en mètre.



1. Lire sur le graphe la valeur du rayon minimal w_0 du faisceau, quel nom porte-t-il? En déduire l'intensité moyenne sur la section minimale du faisceau. Que vaut l'intensité du faisceau sur une section en $z = 200\ m$?

2. Déterminer graphiquement la longueur de Rayleigh.

3. Définir l'ouverture angulaire θ du faisceau (demi angle au sommet du faisceau conique). Calculer θ et prévoir la valeur numérique du rayon du faisceau pour $z = 500\ m$. On donne $L_R = \dfrac{\pi w_0^2}{\lambda}$: en déduire l'expression de θ en fonction de λ et w_0 et interpréter cette relation.

4. En optique géométrique, comment faut-il opérer pour obtenir un faisceau cylindrique plus large que le faisceau cylindrique incident en utilisant deux lentilles convergentes de focales images f'_1 et f'_2? Préciser les conditions nécessaires et faire un schéma du dispositif pour expliquer. Exprimer en fonction de f'_1 et f'_2 le grandissement du système.

5. Le faisceau laser est dans sa zone de Fresnel (zone cylindrique) et traverse une lentille convergente L_1 de focale $f'_1 = 5\ cm$. Déterminer les caractéristiques w'_0, L'_R et θ' du faisceau gaussien émergent de la lentille L_1.

On place derrière L_1, une seconde lentille notée L_2 de telle sorte que le faisceau émergent de L_2 soit cylindrique avec un waist $w''_0 = 20,0\ mm$. Faire un schéma du montage et préciser la valeur de f'_2.

Réponses: 1- $I = 20\ W.m^{-2}$ *et* $I' = 2,0\ W.m^{-2}$ *2-* $L_R = 70\ m$ *3-* $\theta = 5,7.10^{-5}\ rad$ *4-* $\gamma = \dfrac{f'_2}{f'_1}$ *5-* $\theta' = 0,08\ rad$, $f'_2 = 25\ cm$

III. **Le faisceau laser**

1. On lit $w_0 = 4\ mm$ soit une intensité moyenne $I = \dfrac{P}{\pi w_0^2} = 20\ W.m^{-2}$.

Pour $z = 200\ m$, on lit $r = 12\ mm$ soit $I = \dfrac{P}{\pi r^2} = 2,2\ W.m^{-2}$.

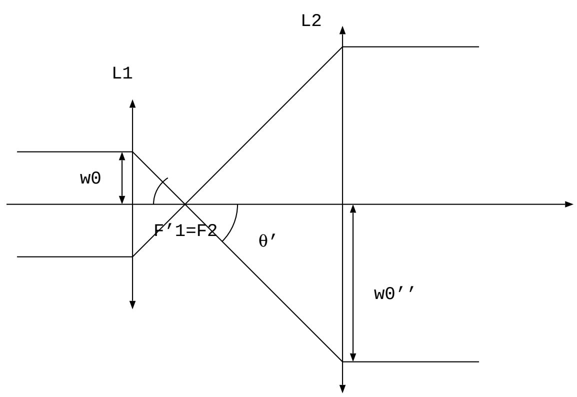
2. On trace le faisceau cylindrique de rayon $w_0 = 4\ mm$ et on trace le faisceau conique. L'intersection des asymptotes se trouve en $z = \pm L_R$, on lit $L_R \approx 70\ m$.

3. L'ouverture angulaire θ du faisceau conique est telle que $\theta = \dfrac{w_0}{L_R} = 57\ \mu rad$.

On a aussi $\theta = \dfrac{w(z)}{z}$ soit $w(z) = \theta z = 28\ mm$ pour $z = 500\ m$.

On donne $L_R = \dfrac{\pi w_0^2}{\lambda} = \dfrac{w_0}{\theta}$, d'où $\theta = \dfrac{\lambda}{\pi w_0^2}$: c'est une relation de diffraction, l'ouverture angulaire est d'autant plus grande que le waist est petit.

4. Il faut que $F_1' = F_2$, le grandissement est alors $\gamma = \dfrac{D'}{D} = \dfrac{f_2'}{f_1'}$ avec deux lentilles convergentes.

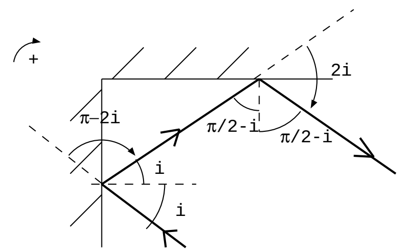


5. Le waist du faisceau émergent se trouve dans le plan focal image de la lentille L_1 et on a $\tan\theta' = \dfrac{w_0}{f_1'} \approx \theta' = 0,08\ rad$. On en déduit $w_0' = \dfrac{\lambda}{\pi\theta'} = 2,9\ \mu m$. On a aussi $L_R' = \dfrac{w_0'}{L_R'} = 3,6\ \mu m$.

On a $\tan\theta' = \dfrac{w_0''}{f_2'} \approx \theta'$ soit $f_2' = 25\ cm$.

IV. **Distance Terre Lune**

1. On considère un rayon réfléchi sur deux faces du coin de cube. En appliquant les lois de Descartes à la réflexion, on trouve que l'angle de déviation de la lumière réfléchie par rapport à la lumière incidente est égal à $(\pi - 2i) + 2i = \pi$ soit le rayon réfléchi est parallèle au rayon incident.

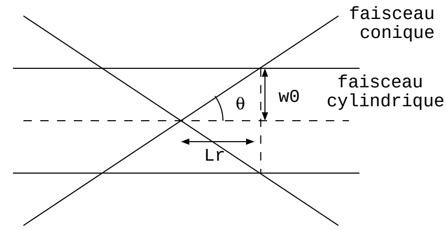


2. La distance Terre-Lune est $d_{TL} = \frac{c\Delta t}{2} = 3,84.10^5\ km$.

3. On note $u(d_{TL})$ et $u(\Delta t)$ les incertitudes sur la mesure de la distance Terre-Lune et sur la mesure du temps d'aller retour de la lumière.

La relation $d_{TL} = \frac{c\Delta t}{2}$ conduit à $\frac{u(d_{TL})}{d_{TL}} = \frac{u(\Delta t)}{\Delta t}$ soit $u(\Delta t) = \frac{u(d_{TL})\Delta t}{d_{TL}} = \frac{u(d_{TL})2}{c} = 6.10^{-11}\ s$: c'est la précision attendue sur la mesure de Δt pour atteindre une précision de 1 cm sur la mesure de la distance Terre-Lune.

4. On a $\tan\theta = \frac{w_0}{L_R} \approx \theta$.



Tout se passe comme si le faisceau conique diffracte à travers l'ouverture circulaire du faisceau cylindrique soit $\theta = 1,22\frac{\lambda}{2w_0} = 2,96.10^{-6}\ rad$.

On a donc $L_R = \frac{w_0}{\theta} = 60,8\ km$.

5. On applique la relation $\tan\theta = \frac{R}{d_{TL}} \approx \theta$. AN: $R = 1,13\ km$.

6. L'intensité lumineuse est le rapport de la puissance que la section du faisceau lumineux.

La puissance émise est $P = \frac{E}{\tau} = 10^6\ W$.

A la sortie du laser, le faisceau est cylindrique de rayon w_0 et de section $S = \pi w_0^2$ donc $I_S = \frac{P}{\pi w_0^2} = 9,8.10^6\ W.m^{-2}$.

La l'arrivée sur la lune, le faisceau est conique, son rayon est R, sa section est πR^2. On a donc $I_L = \frac{P}{\pi R^2} = 0,25\ W.m^{-2}$ soit $\frac{I_L}{I_S} = 2,5.10^{-8}$.

7. Un photon a pour énergie $E_{photon} = \frac{hc}{\lambda} = 3,7.10^{-19}\ J$. Donc une impulsion émet $N_1 = \frac{E}{E_{photon}} = 8,1.10^{17}$ photons.

Une impulsion émet N_1 photons et il arrive sur Terre après réflexion sur la lune $N_1' = N_1.10^{-20} = 8,1.10^{-3}$ photons.

Pour détecter un photon après réflexion sur la lune, il faut donc envoyer $\frac{1}{8,1.10^{-3}} = 124$ impulsions.