

Correction CCP PC 2016

B-1-1- La particule α comprend 2 protons et 2 neutrons, cette particule est donc chargée et peut subir l'action d'un champ électrique.

B-1-2- On applique pour cette réaction la conservation de la charge, le nombre de protons est conservé.

B-1-3- On applique le théorème de l'énergie cinétique à l'électron initialement immobile et accéléré sous la tension U , on a : $\frac{mV^2}{2} - 0 = eU$: 1 eV est égal à $1,6 \cdot 10^{-19}$ J.

B-1-4- La masse du noyau est $\rho \frac{4}{3} \pi R^3$, elle est aussi donnée par *A.u.m.a.* On a donc $R = \left(\frac{3u.m.a.}{4\pi\rho}\right)^{1/3} A^{1/3}$.

B-2-1- La particule peut traverser la barrière de potentiel, c'est l'effet tunnel. Pour que l'effet tunnel se produise, il faut que la barrière de potentiel ne soit pas trop épaisse, ni trop haute.

B-2-2- La force qui maintient la particule α et le noyau fils "collés" pour former le noyau père est la force nucléaire. Elle est attractive, très intense et s'exerce à très courte distance.

B-2-3- A l'extérieur du puits, la particule α et le noyau fils sont distincts et se repoussent sous l'action de la force électrostatique $\frac{2e \cdot (Z-2)e}{4\pi\epsilon_0 r^2}$. Cette force dérive de l'énergie potentielle $E_p = \frac{2e \cdot (Z-2)e}{4\pi\epsilon_0 r}$. Par identification $K = \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0}$.

B-2-4-1- D'après le graphe fourni, on a $V_2 = V(r = R_1) = \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0 R_1} = 31 \text{ MeV}$ et $V = V(r = R_2) = E_\alpha = \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0 R_2}$ soit $R_2 = \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0 E_\alpha} = 4,37 \cdot 10^{-14} \text{ m} = 5,8 R_1$. L'épaisseur de la barrière est donc $R_2 - R_1 = 5R_1$ d'où l'appellation de barrière épaisse.

B-2-4-2- AN: $\gamma = 64,8$ et $P = 7 \cdot 10^{-29}$.

B-2-4-3- La particule α dans le puits a pour énergie mécanique $E_\alpha = \frac{mV^2}{2} - V_1$, on en déduit sa vitesse par $v = \sqrt{\frac{2(E_\alpha + V_1)}{m}}$. Pour faire un aller-retour dans le puits, il faut à la particule un temps $\Delta t = \frac{2R_1}{v}$. Le nombre d'allers retours effectués par la particule α dans le puits est donc $f = \frac{1}{\Delta t} = \sqrt{\frac{E_\alpha + V_1}{2mR_1^2}}$.

AN: $f = 1,8 \cdot 10^{21} \text{ s}^{-1}$.

B-2-4-4- Après 1 choc, la probabilité de trouver la particule dans le puits est égale à $1 - P$. Cela correspond donc à la probabilité d'existence du second choc. A l'issue de ce second choc, la probabilité de trouver à nouveau la particule dans le puits sera donc égale à $(1 - P)(1 - P) = (1 - P)^2$. Au bout de N chocs, on aura donc une probabilité de trouver la particule dans le puits égale à $(1 - P)^N$. La probabilité de ne pas trouver la particule dans le puits au bout des N chocs, c'est à dire qu'elle ait traversé la barrière au cours de la durée δt est donc $\delta P - (1 - P)^N \approx 1 - (1 - NP) \approx NP$ pour $NP \ll 1$. Or pour une durée δt , il y aura $N = \delta t \cdot f$ chocs. On a donc $\frac{\delta P}{\delta t} = \frac{NP}{\delta t} = f \cdot P$.

AN: $\lambda = 3,9 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1}$.

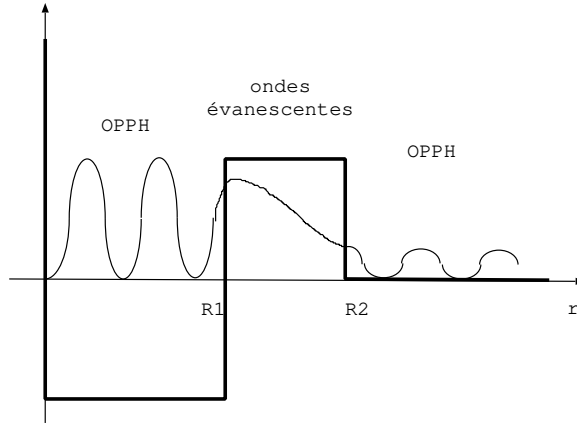
B-2-5-1- La fonction $\phi(r)$ vérifie l'équation différentielle du second ordre: $\phi''(r) + \frac{2m}{\hbar^2}(E - V)\phi(r) = 0$.

Pour $E_\alpha > V$ cette équation est celle d'un oscillateur harmonique de pulsation spatiale $\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E - V)}$. C'est le cas pour la région 1 où $V = -V_1$ soit $k_1 = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E_\alpha + V_1)}$ et dans la région 3 où $V = 0$ soit $k_3 = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}E_\alpha}$.

Pour $E_\alpha < V$ cette équation n'est pas celle d'un oscillateur harmonique, les solutions sont sous forme d'exponentielles croissante et décroissante. C'est le cas dans la région 2 où $V = V_2 > E_\alpha$. On a alors

$$k_2 = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(V_2 - E_\alpha)}.$$

Dans la région 2, la fonction d'onde s'écrit $\psi_2(r, t) = Ce^{k_2 r} e^{-iEt/\hbar} + De^{-k_2 r} e^{-iEt/\hbar}$: on reconnaît des ondes stationnaires (car t et r ne sont pas dans un même terme de phase) et amorties : ce sont des ondes évanescentes.



B-2-5-2- Dans la région 3, la fonction d'onde s'écrit $\psi_3(r, t) = Fe^{i(k_3 r - iEt/\hbar)} + Ge^{-i(k_3 r + Et/\hbar)}$: on reconnaît deux OPPH se propageant respectivement dans le sens des r croissants puis dans le sens des r décroissants. Ici dans la zone 3, il n'y a qu'une onde transmise, ce qui correspond à l'onde d'amplitude F . On a $G = 0$.

B-2-5-3- La fonction $\phi(r)$ est continue car la probabilité de présence est continue soit:

$$\phi_1(R_1) = \phi_2(R_1) \text{ donc } Ae^{ik_1 R_1} + Be^{-ik_1 R_1} = Ce^{k_2 R_1} + De^{-k_2 R_1}$$

$$\phi_2(R_2) = \phi_3(R_2) \text{ donc } Fe^{ik_3 R_2} = Ce^{k_2 R_2} + De^{-k_2 R_2}$$

La fonction $\phi'(r)$ est continue pour assurer l'existence de $\phi''(r)$ dans l'équation de Schrodinger soit:

$$\phi'_1(R_1) = \phi'_2(R_1) \text{ donc } ik_1(Ae^{ik_1 R_1} - Be^{-ik_1 R_1}) = k_2(Ce^{k_2 R_1} - De^{-k_2 R_1})$$

$$\phi'_2(R_2) = \phi'_3(R_2) \text{ donc } ik_3 Fe^{ik_3 R_2} = k_2(Ce^{k_2 R_2} - De^{-k_2 R_2}).$$

B-2-5-4- Le vecteur \vec{J}_1 comprend un terme selon $+\vec{u}_r$ qui correspond à l'onde et à la particule se déplaçant selon $+\vec{u}_r$: onde incidente et le terme selon $-\vec{u}_r$ correspond à l'onde réfléchie. Ainsi $\frac{\hbar k_1}{m} |A|^2 \vec{u}_r$ est le vecteur densité de probabilité associé à l'onde incidente. De la même façon on définit le vecteur densité de probabilité pour l'onde transmise soit $\vec{J}_3 = \frac{\hbar k_3}{m} |F|^2 \vec{u}_r$. Le coefficient de transmission est $P = \frac{\|\vec{J}_3\|}{\|\vec{J}_1\|} = \frac{k_3 |F|^2}{k_1 |A|^2}$.

B-2-5-5- Je ne vois pas comment déduire des grandeurs fournies... sans reprendre la valeur trouvée au B-2-4-1. En reprenant cette valeur, on trouve $P = 2,6.10^{-71}$, très inférieure à la valeur précédente. On peut expliquer cela par le modèle choisi où le potentiel reste constant sur toute la largeur de la barrière.

B-3-1-