Révisions de cours

I. **Mécanique**

Connaître et savoir appliquer le PFD, le théorème du moment cinétique et les théorèmes énergétiques.

Exprimer les forces d'inertie d'entraînement et de Coriolis dans le cas où $\mathcal{R}'$ est en translation non rectiligne uniforme dans $\mathcal{R}$ et où $\mathcal{R}'$ est en rotation uniforme dans $\mathcal{R}$. Savoir faire exercices IV et V du TD référentiels non galiléens.

Démontrer l'expression de l'énergie potentielle de la force centrifuge.

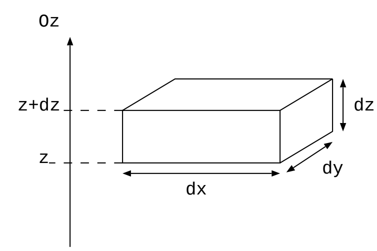
Démontrer l'expression de l'énergie potentielle de la force d'inertie d'entraînement dans le cas où $\mathcal{R}'$ est en translation rectiligne uniformément accéléré dans $\mathcal{R}$. On note $\overrightarrow{a}(O')_{\mathcal{R}} = a_0\overrightarrow{e_x}$.

Définir le poids et exprimer le champ de pesanteur en fonction de la latitude.

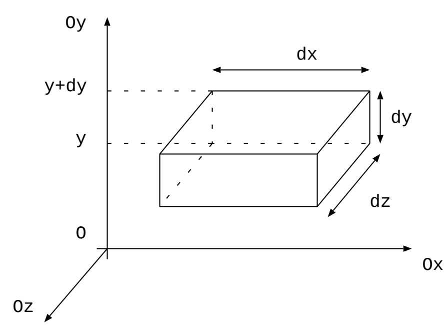
Ecrire la RFD appliquée à M dans le référentiel terrestre en rotation dans le référentiel géocentrique supposé galiléen (exercice III TD dynamique terrestre).

II. **Mécanique des fluides**

1. Soit une particule fluide de volume élémentaire $d\tau = dxdydz$. Exprimer la résultante des forces de pression exercées sur cette particule fluide pour $P = P(z)$. En déduire l'expression générale de la résultante des forces de pression exercée sur une particule fluide de volume $d\tau$.



2. Soit un écoulement décrit par le champ des vitesses $\overrightarrow{v} = v_x(y)\overrightarrow{e_x}$. On donne la force de viscosité exercée sur la couche de fluide de surface dS placée en y de la part du fluide au dessus d'elle: $d\overrightarrow{F_v}(y) = \eta\dfrac{\partial v_x(y)}{\partial y}dS\overrightarrow{e_x}$. Soit une particule fluide de volume élémentaire $d\tau = dxdydz$. Exprimer la résultante des forces de viscosité exercées sur cette particule fluide. En déduire l'expression générale de la résultante des forces de viscosité exercées sur le volume $d\tau$.



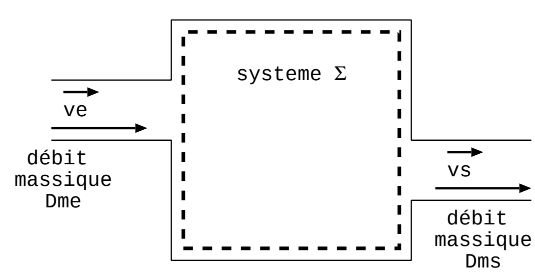
3. Ecrire l'équation de Navier-Stokes, préciser son unité et commenter chaque terme. Application aux exercices du TD dynamique des fluides.

4. Chapitre hydrostatique: revoir les trois exercices du chapitre.

5. Définir le nombre de Reynolds et évaluer son ordre de grandeur pour conclure sur la nature de l'écoulement et sur le choix du modèle de traînée linéaire ou quadratique.

6. On donne $(\overrightarrow{A}.\overrightarrow{\text{grad}})\overrightarrow{A} = \overrightarrow{\text{rot}}\overrightarrow{A}\Lambda\overrightarrow{A} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{\text{grad}}(\overrightarrow{A}^2)$. Enoncer et démontrer la relation de Bernoulli en précisant les hypothèses (pour un écoulement non irrotationnel). Préciser le sens physique de cette relation.

7. Soit un fluide en écoulement, on définit un volume de contrôle (volume fixe et ouvert) entre deux parois fictives fixes. Ce volume de contrôle constitue le système ouvert Σ. On note δm_e et δm_s les masses entrante et sortante de Σ entre t et $t + dt$, respectivement aux vitesses $\overrightarrow{v_e}$ et $\overrightarrow{v_s}$. On se place en régime stationnaire.



7.a. Etablir, en utilisant le système ouvert Σ, un bilan de masse.

7.b. Définir le système fermé $\Sigma^*(t)$ et $\Sigma^*(t+dt)$ et établir un bilan de masse.

7.c. Exprimer $\dfrac{d\overrightarrow{p_{\Sigma^*}}}{dt}$.

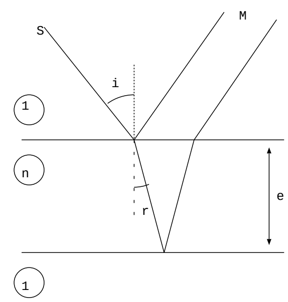
7.d. Exprimer $\dfrac{dE_{m,\Sigma^*}}{dt}$.

7.e. Enoncer la loi de la quantité de mouvement et le théorème de la puissance mécanique.

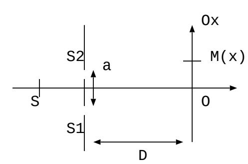
III. **Optique ondulatoire**

1. Enoncer les conditions d'obtention d'interférences à 2 ondes. Donner les ordres de grandeur de la longueur de cohérence d'un laser, d'une lampe spectrale et de la lumière blanche.

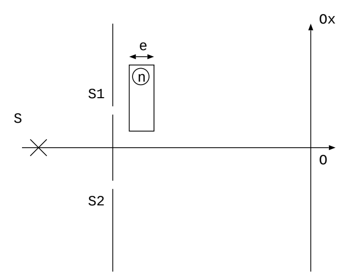
2. Exprimer la différence de marche entre les deux rayons issus de S et qui interfèrent en un point M à l'infini.



3. Exprimer la différence de marche dans le dispositif d'Young. En déduire le forme des franges. Définir la notion d'interfrange. Rappeler l'expression de la différence de marche dans le dispositif d'Young et démontrer l'expression de l'interfrange.



4. Dans le dispositif d'Young, on ajoute derrière la fente S_1 une lame de verre d'indice n et d'épaisseur e. On fait l'hypothèse selon laquelle les rayons lumineux sont peu inclinés par rapport à l'axe optique donc la lame est traversée en incidence quasi normale et les rayons qui traversent la lame ne sont pas déviés.



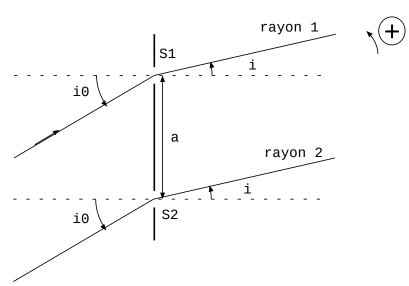
Prévoir le sens dans lequel défilent les franges en introduisant la lame. Exprimer la différence de marche $\delta_{2/1}(M)$, en déduire l'ordre d'interférences en O et la position x_0 de la frange centrale. Commenter son signe.

5. Décrire et représenter le montage de Fraunhofer avec la source au foyer de la première lentille. Représenter les taches centrales de diffraction à travers les deux fentes fines et exprimer la largeur du champ d'interférences en fonction de $\theta_{1/2}$, la demi largeur angulaire de la tache centrale de diffraction.

6. Décrire et représenter le montage de Fraunhofer avec la source au foyer de la première lentille. Représenter les deux rayons issus de la source qui interfèrent en un point M de l'écran supposé être dans le champ d'interférences. Exprimer la différence de marche entre ces deux rayons et en déduire l'expression de l'interfrange.

7. Démontrer la formule des réseaux en transmission.

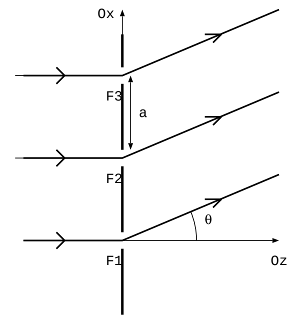
On note D_m l'angle de déviation minimale dans un réseau. Démontrer la relation $\sin(\dfrac{D_m}{2}) = \dfrac{p\lambda}{2a}$. Faire un schéma pour illustrer le minimum de déviation.



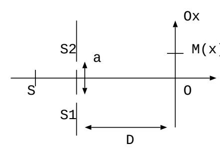
8. On note $a_1(M,t) = a_0 \cos(\omega t)$ l'amplitude de l'onde reçue en M à l'instant t et passant par S_1 et $\phi_{2/1}(M) = \phi(M)$.

Exprimer l'amplitude résultante $a(M,t)$ des ondes reçues en M à l'instant t et passant par S_1, S_2,...S_N. On fait l'hypothèse que les N ondes ont la même intensité I_0 et la même amplitude a_0. Exprimer l'intensité résultante en M notée $I(M)$ en fonction de $a(M,t)$.

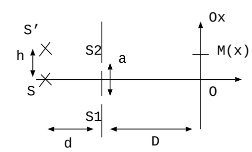
On admet $I(M) = I_0(\dfrac{\sin(\frac{N\phi}{2})}{\sin(\frac{\phi}{2})})^2$. Exprimer l'intensité des franges brillantes et $\Delta\phi$ la largeur d'une frange brillante. Commenter les résultats.



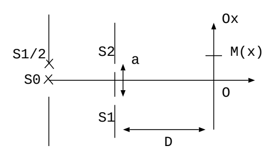
9. Dans l'expérience des trous d'Young, la source est composée de deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2. Exprimer les valeurs de x à l'écran pour lesquelles le contraste est nul.



10. Dans l'expérience des trous d'Young, le système est éclairé par deux sources S et S' de même longueur d'onde. Sur deux schémas différentes, montrer à quoi correspondent les différences de marche $\delta_S(M) = (SS_2M) - (SS_1M)$ et $\delta_{S'}(M) = (S'S_2M) - (S'S_1M)$ et donner sans calcul leurs expressions. Exprimer les valeurs de $h = SS'$ pour lesquelles le contraste est nul.



11. Dans l'expérience des trous d'Young, le système est éclairé par une fente source monochromatique de longueur d'onde λ. On donne le critère de brouillage en M à l'écran $|p_{S_{1/2}}(M) - p_{S_0}(M)| > \dfrac{1}{2}$. Expliquer l'intérêt et l'inconvénient de prendre une fente source assez large. Expliquer et appliquer le critère de brouillage pour trouver la largeur maximale b_l de la fente pour que l'on voit des franges à l'écran.



12. Dans l'expérience des trous d'Young, le système est éclairé par une source de lumière blanche. Qu'observe-t-on au point O de l'écran sur l'axe de symétrie? On se place en un point M d'abscisse x sur l'écran pour lequel la différence de marche $\delta(M)$ est donnée. On observe dans le spectre de la lumière en ce point M des cannelures. Préciser à quoi correspondent les cannelures et calculer le nombre de cannelures et les longueurs d'onde correspondantes. Données: $\lambda_b = 400\ nm$, $\lambda_r = 800\ nm$, $\delta(M) = 8\ \mu m$.

13. Représenter le schéma équivalent du Michelson réglé en lame d'air et construire les rayons lumineux qui arrivent sous une incidence i en utilisant les sources secondaires. En déduire la différence de marche.

14. Le Michelson est réglé en lame d'air: qu'est-ce que cela signifie? Donner sans démonstration l'expression de l'ordre d'interférences et en déduire la forme des franges? Où sont localisées les franges? Comment éclaire-t-on le Michelson et comment observe-t-on les franges? Que voit-on à l'écran lorsque l'on augmente l'épaisseur de la lame d'air? lorsqu'on diminue l'épaisseur de la lame d'air?

15. Le Michelson est réglé en coin d'air: qu'est-ce que cela signifie? Donner la forme des franges et l'expression de l'interfrange. Où sont localisées les franges? Comment éclaire-t-on le Michelson et comment observe-t-on les franges?

16. Lorsque le Michelson est réglé en lame d'air, exprimer le rayon de l'anneau d'ordre p dans l'approximation des petits angles.

IV. **Thermodynamique**

1. Faire le schéma fonctionnel d'un moteur avec le système fluide, les sources de chaleur et de travail et les sens des échanges énergétiques entre eux, donner l'expression du rendement d'un moteur et démontrer le théorème de Carnot associé.

2. Faire le schéma fonctionnel d'une PAC avec le système fluide, les sources de chaleur et de travail et les sens des échanges énergétiques entre eux, donner l'expression de l'efficacité d'une PAC et démontrer le théorème de Carnot associé.

3. Faire le schéma fonctionnel d'une machine frigorifique avec le système fluide, les sources de chaleur et de travail et les sens des échanges énergétiques entre eux, donner l'expression de l'efficacité d'une machine frigorifique et démontrer le théorème de Carnot associé.

4. Ecrire les premier et second principe de la thermodynamique pour une transformation finie pour un système fermé.

5. Ecrire et démontrer le premier principe industriel.

6. Ecrire les hypothèses d'application et les trois lois de Laplace.

7. Décrire la détente de Joule Thomson (dispositif et hypothèses) et montrer qu'elle est isenthalpique.

8. Ecrire la loi de Fick et donner son sens physique. Citer l'ordre de grandeur d'un coefficient de diffusion dans un gaz, un liquide ou un solide.

9. Etablir l'équation locale de conservation du nombre de particules dans le cas d'un problème ne dépendant que d'une seule coordonnée d'espace en régime variable:

- en coordonnées cartésiennes avec $n = n(x,t)$ et $\overrightarrow{j_D} = j_D(x,t)\overrightarrow{e_x}$ (page 5 du cours)
- en coordonnées cylindriques avec $n = n(r,t)$ et $\overrightarrow{j_D} = j_D(r,t)\overrightarrow{e_r}$ (page 6 du cours)
- en coordonnées sphériques avec $n = n(r,t)$ et $\overrightarrow{j_D} = j_D(r,t)\overrightarrow{e_r}$ (page 7 du cours)

éventuellement en présence de sources internes: on note p le nombre de particules produites par unité de volume et de temps. En déduire l'équation de diffusion.

10. Ecrire la loi de Fourier et donner son sens physique. Citer l'ordre de grandeur d'un coefficient de diffusion thermique dans l'air, l'eau et dans un métal.

11. Etablir l'équation locale de conservation de l'énergie (premier principe de la thermodynamique) dans le cas d'un problème ne dépendant qu'une d'une seule coordonnée d'espace:

- en coordonnées cartésiennes avec $T = T(x,t)$ et $\overrightarrow{j_Q} = j_Q(x,t)\overrightarrow{e_x}$ (page 11 du cours)
- en coordonnées cylindriques avec $T = T(r,t)$ et $\overrightarrow{j_Q} = j_Q(r,t)\overrightarrow{e_r}$ (page 12 du cours)
- en coordonnées sphériques avec $T = T(r,t)$ et $\overrightarrow{j_Q} = j_Q(r,t)\overrightarrow{e_r}$ (page 13 du cours)

éventuellement en présence de sources internes: on note p la puissance produite par unité de volume. En déduire l'équation de diffusion.

12. Utiliser une équation de diffusion par analyse dimensionnelle pour relier des échelles caractéristiques de distance et de temps.

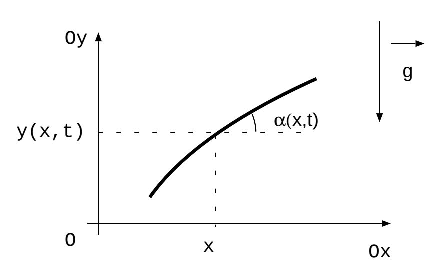
13. Définir la notion de résistance thermique par analogie avec l'électrocinétique. Illustrer les deux cas d'associations de résistance en série ou parallèle (page 5 du cours).

14. Régime stationnaire : établir l'expression d'un résistance thermique dans le cas d'un modèle à une dimension:

- diffusion thermique selon Ox en coordonnées cartésiennes: $R_{th} = \dfrac{e}{\lambda S}$ (page 6 du cours)
- diffusion thermique selon $\overrightarrow{e_r}$ en coordonnées sphériques (page 9 du cours)
- diffusion thermique selon $\overrightarrow{e_r}$ en coordonnées cylindriques (page 8 du cours)

V. Ondes mécaniques

1. On étudie les ondes transversales sur une corde de masse linéïque μ tendue sous l'action de la force de norme T_0. On note $y(x,t)$ la position d'un point de la corde d'abscisse x à l'instant t. On note $\alpha(x,t)$ l'angle que fait la corde par rapport à l'horizontale au point d'abscisse x et à l'instant t. On note $\overrightarrow{T_d}(x,t)$ la force de tension exercée sur le point de la corde placée à l'abscisse x de la part de la corde à sa droite. On néglige le poids. On se place dans l'approximation des petits mouvements transverses.



1.a. Représenter le système élémentaire de corde compris entre x et $x+dx$ et les forces qui s'exercent sur ce système.

1.b. Etablir la relation entre $\alpha(x,t)$ et une dérivée partielle de $y(x,t)$.

1.c. Montrer que la norme de la tension est uniforme sur toute la corde.

1.d. Etablir l'équation de propagation vérifiée par $y(x,t)$.

1.e. Exprimer la célérité des ondes pour une corde de piano cylindrique de masse volumique $\rho = 8000\ kg/m^3$, de rayon a et tendue sous T_0.

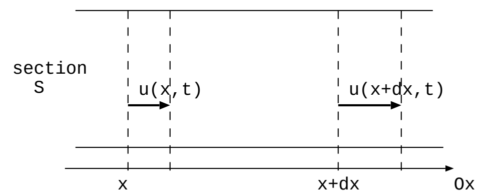
2. Soit une corde de masse linéïque μ et de tension T_0 fixe à ses deux extrémités en $x = 0$ et $x = L$. En régime libre on donne $y(x,t) = y_0 \sin(\omega t)\sin(kx + \phi)$.

De quel type d'onde s'agit-il? Justifier ce choix.

Déterminer la valeur numérique de ϕ et les fréquences propres de cette corde.

Vérifier le résultat en utilisant un raisonnement qualitatif utilisant des schémas.

3. On étudie la propagation d'ondes selon Ox dans un solide de masse volumique ρ et de module d'Young E. On note $u(x,t)$ le déplacement à l'instant t de la section S de solide placée en x. On note $\overrightarrow{F_d}(x,t)$, la force exercée sur la surface S de solide en x à l'instant t par le solide à sa droite. La force suit la loi de Hooke: $\overrightarrow{F_d}(x,t) = ES\dfrac{\partial u}{\partial x}(x,t)\overrightarrow{e_x}$.



3.a. Préciser l'unité du module d'Young. Que dire de deux matériaux de modules d'Young différents tels que $E_1 > E_2$?

3.b. Exprimer l'allongement relatif du système élémentaire de section S compris entre x et $x + dx$ en fonction d'une dérivée partielle de $u(x,t)$.

3.c. Etablir l'équation de propagation vérifiée par $u(x,t)$.

3.d. Donner un ordre de grandeur de la célérité des ondes sonores dans un solide.

4. On note P_0 et μ_0, la pression et la masse volumique du fluide à l'équilibre.

On note $P(x,t) = P_0 + p_1(x,t)$, $\mu(x,t) = \mu_0 + \mu_1(x,t)$ et $\overrightarrow{v_1} = v_1(x,t)\overrightarrow{e_x}$, la pression, la masse volumique du fluide et la vitesse de la tranche de fluide en x à l'instant t en présence d'une onde qui se propage selon $+Ox$. On néglige la pesanteur.

4.a. Rappeler en quoi consiste l'approximation acoustique.

4.b. Justifier l'hypothèse selon laquelle les transformations du fluide sont isentropiques en présence de l'onde. Ecrire la relation entre χ_S, $\mu_1(x,t)$, μ_0 et $p_1(x,t)$.

4.c. Le fluide est supposé sans viscosité et on néglige le poids. Ecrire l'équation d'Euler et en déduire l'équation mécanique reliant $p_1(x,t)$ et $v_1(x,t)$ dans l'approximation acoustique.

4.d. Ecrire l'équation de conservation de la masse. En déduire la relation entre $\mu_1(x,t)$ et $v_1(x,t)$ dans l'approximation acoustique.

4.e. Déduire des équations, l'équation de propagation vérifiée par $p_1(x,t)$. Généraliser cette équation à 3 dimensions.

4.f. Exprimer la célérité des ondes acoustiques dans gaz parfait de température T, de masse molaire M et de coefficient γ. AN pour l'air.

5. On note P_0 et μ_0, la pression et la masse volumique du fluide à l'équilibre.

On note $P(x,t) = P_0 + p_1(x,t)$, $\mu(x,t) = \mu_0 + \mu_1(x,t)$ et $\overrightarrow{v_1} = v_1(x,t)\overrightarrow{e_x}$, la pression, la masse volumique du fluide et la vitesse de la tranche de fluide en x à l'instant t en présence d'une onde qui se propage selon $+Ox$.

5.a. Définir par analogie avec la loi d'Ohm électrique la notion d'impédance acoustique.

5.b. Ecrire l'équation d'Euler et la simplifier dans l'approximation acoustique.

5.c. Soit une onde de surpression de la forme $p_1(x,t) = p_0\cos(\omega t - kx)$. Préciser la nature de cette onde et déduire de la relation obtenue à partir de l'équation d'Euler, l'expression de l'onde de vitesse $v_1(x,t)$ et l'expression de l'impédance acoustique de cette onde. Que deviennent $p_1(x,t)$ et Z, quand on change le sens de propagation de l'onde?

6. Définir l'intensité acoustique et l'exprimer pour une $OPPH^+$ en fonction de p_m (amplitude de la surpression), μ_0 et c. Que devient l'expression de l'intensité acoustique pour une $OPPH^-$? pour une OS? AN: calculer p_m pour une $OPPH$ d'intensité $I = 10^{-5}\ W.m^{-2}$ se propageant dans l'air à la température $T = 300\ K$ à la pression $P_0 = 10^5\ Pa$.

7. L'intensité en décibel est définie par $I_{dB} = I_0 \log(\frac{|I|}{I_0})$ avec $I_0 = 10^{-12}\ W.m^{-2}$. Une chorale de 10 choristes se produit. Chaque choriste émet une intensité sonore de 50 dB. Calculer l'intensité sonore du choeur en dB.

8. On note $P(x,t) = P_0 + p_1(x,t)$, $\mu(x,t) = \mu_0 + \mu_1(x,t)$ et $\overrightarrow{v_1} = v_1(x,t)\overrightarrow{e_x}$, la pression, la masse volumique du fluide et la vitesse de la tranche de fluide en x à l'instant t en présence d'une onde qui se propage selon $+Ox$. On néglige la pesanteur et on se place dans l'approximation acoustique.

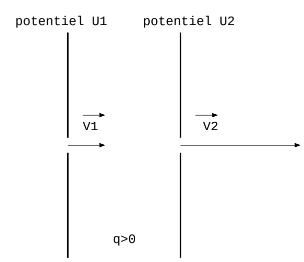
8.a. Le fluide est supposé sans viscosité et on néglige le poids. Ecrire l'équation d'Euler et en déduire l'équation mécanique reliant $p_1(x,t)$ et $v_1(x,t)$.

8.b. On étudie une onde de surpression donnée par $p_1(x,t) = p_m \cos(\omega t)\cos(kx+\phi)$. Déterminer l'onde de vitesse associée. Que dire de ces ondes?

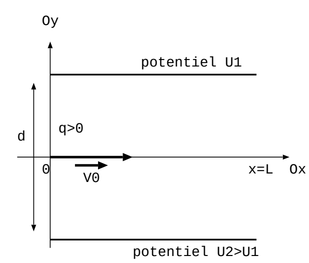
8.c. Déterminer de façon qualitative (avec des schémas représentant les ondes de vitesse et de surpression), les fréquences propres d'un tuyau sonore de longueur L : soit ouvert à ses deux extrémités, soit ouvert à une extrémité et fermé à l'autre.

VI. **Electromagnétisme**

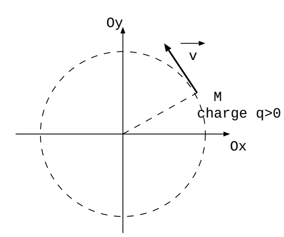
1. On souhaite accélérer des particules de masse m et de charges q positives avec le dispositif ci-contre. Prévoir le signe de $U_2 - U_1$ et exprimer la vitesse v_2 des particules après accélération.



2. Les particules de masse m et de charges q positives sont déviés dans le dispositif ci-contre. Prévoir le sens de déviation et exprimer les coordonnées du point où les particules quittent la zone de champ électrique et leur vitesse en ce point.



3. Des particules de masse m et de charge $q > 0$ décrivent un cercle dans une zone de champ magnétique $\overrightarrow{B}$. Justifier que le mouvement est uniforme. Ajouter le champ magnétique sur le schéma et exprimer le rayon de la trajectoire.

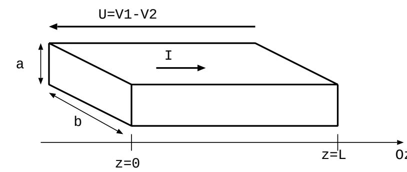


4. Le plomb est un métal dans lequel chaque atome libère deux électrons libres pour assurer la conduction du courant électrique. On donne la masse volumique du plomb: $\rho = 11,3.10^3\ kg.m^{-3}$, la masse molaire du plomb: $M = 207\ g.mol^{-1}$, la charge d'un électron: $-e = -1,6.10^{-19}\ C$ et le nombre d'Avogadro: $\mathcal{N}_a = 6,02.10^{23}\ mol^{-1}$. Calculer le nombre d'électrons de conduction par unité de volume et la vitesse moyenne de ces électrons dans un fil électrique de rayon $R = 1\ mm$ et parcouru par un courant d'intensité $I = 2\ A$.

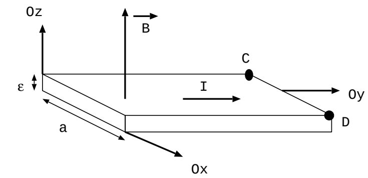
5. Dans un conducteur, les électrons libres de masse m et de charge $-e$ se déplacent sous l'action d'un champ électrique $\overrightarrow{E}$. Les interactions des électrons avec les autres électrons et les cations du métal se traduisent par une force de type frottements visqueux de la forme $\overrightarrow{f} = -\frac{m}{\tau}\overrightarrow{v}$. Etablir l'expression de la vitesse limite des électrons et en déduire l'expression de la conductivité électrique du métal (on introduit n^* le nombre d'électrons de conduction par unité de volume).

6. On considère un conducteur parallélépipédique de conductivité σ parcouru par un courant d'intensité I et soumis à la différence de potentiel $U = V_1 - V_2 = V(z=0) - V(z=L)$. Déterminer l'expression de la résistance de ce conducteur en fonction des longueurs indiquées sur le schéma et de σ.

Exprimer la puissance cédée aux charges par le champ électrique. Commenter.



7. Un ruban d'argent de largeur a, d'épaisseur ϵ est parcouru par un courant I. Ce sont les électrons libres de charge $-e$ qui assurent la conduction du courant. On note n^* la densité volumique d'électrons de conduction. Ce ruban est placé dans un champ magnétique uniforme B, normale au plan du ruban. On mesure la différence de potentiel $U_H = V(C) - V(D)$.



7.a. En régime permanent les électrons se déplacent dans la direction Oy. Exprimer leur vitesse en fonction des données.

7.b. Décrire l'effet du champ magnétique et en déduire les signes des charges apparues sur les surfaces en $x = 0$ et en $x = a$ et le signe de U_H.

7.c. Montrer que $U_H = \dfrac{IB}{ne\epsilon}$.

8. Soit un dipôle électrique composé d'une charge $-q$ et d'une charge $+q$ placées sur l'axe Oz respectivement en $z = -a/2$ et $z = +a/2$. Exprimer le moment dipolaire. Montrer que le potentiel électrique en M repéré par ses coordonnées sphériques s'écrit $V(M) = \dfrac{p\cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ dans l'approximation dipolaire. En déduire le champ électrique.

On donne: $\overrightarrow{\text{grad}}V = \dfrac{\partial V}{\partial r}\overrightarrow{e_r} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V}{\partial \theta}\overrightarrow{e_\theta} + \dfrac{1}{r\sin\theta}\dfrac{\partial V}{\partial \phi}\overrightarrow{e_\phi}$.

9. Soit un dipôle de moment dipolaire $\overrightarrow{p}$ placé dans un champ électrique extérieur $\overrightarrow{E}$. On note α l'angle entre le moment dipolaire et le champ électrique. Tracer la fonction donnant l'énergie potentielle en fonction de α et commenter la courbe.

On donne: $E_p = -\overrightarrow{p}.\overrightarrow{E}$.

10. Enoncer le théorème de Gauss.

11. Déduire du théorème de Gauss, le champ électrique créé par une sphère de rayon R, de centre O et de charge $+Q$ uniformément répartie en volume. En déduire le potentiel électrique lorsque le potentiel est nul loin des charges.

12. Déduire du théorème de Gauss, le champ électrique créé par un cylindre de rayon R, de hauteur h et de charge $+Q$ uniformément répartie en volume lorsqu'on néglige les effets de bord. En déduire le potentiel électrique lorsque le potentiel est nul sur l'axe Oz.

13. Le plan Oxy est uniformément chargé en surface, on note σ la densité surfacique de charges. Montrer que le champ électrique en M s'écrit $\overrightarrow{E} = E(z)\overrightarrow{e_z}$ et établir la relation entre $\overrightarrow{E}(z)$ et $\overrightarrow{E}(-z)$. Déduire du théorème de Gauss, le champ électrique créé par ce plan. En déduire le champ électrique lorsque le potentiel est égal à V_0 en $z = 0$.

14. Le champ électrique créé par un plan infini de densité surfacique de charges σ uniforme a pour norme $\dfrac{\sigma}{2\epsilon_0}$. Un condensateur plan possède deux armatures placées en $z = 0$ et $z = e$ portant respectivement les charges surfaciques $+\sigma$ et $-\sigma$. On néglige les effets de bord, exprimer le champ électrique créé par le condensateur en tout point et en déduire la capacité du condensateur.

15. Soit une sphère de centre O et de rayon R portant une charge Q répartie uniformément dans son volume. Exprimer la densité volumique de charge pour $r < R$ et pour $r > R$ et déduire du théorème de Maxwell Gauss, le champ électrique créé en tout point.

On donne en coordonnées sphériques : $div\overrightarrow{A} = \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \dfrac{1}{r\sin\theta}\dfrac{\partial(\sin\theta A_\theta)}{\partial\theta} + \dfrac{1}{r\sin\theta}\dfrac{\partial(A_\phi)}{\partial\phi}$

16. Utiliser les analogies entre les forces électrostatique et gravitationnelle, pour exprimer le théorème de Gauss en gravitation.

17. Enoncer le théorème d'Ampère.

18. Utiliser le théorème d'Ampère pour exprimer le champ magnétique créé par un câble d'axe Oz, de longueur L et de rayon R parcouru par un vecteur densité de courant $\overrightarrow{j} = j\overrightarrow{e_z}$ uniforme. On néglige les effets de bord.

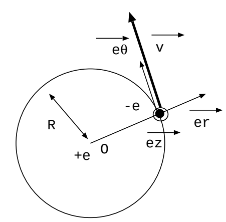
19. Soit un solénoïde de longueur L, de rayon R et comportant N tours de fil parcouru par une intensité I. On néglige les effets de bord. Déduire du théorème d'Ampère:

- que le champ magnétique intérieur est uniforme

- que le champ magnétique extérieur est uniforme

- l'expression du champ magnétique intérieur en admettant que le champ extérieur est nul.

20. On étudie le modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène: l'électron de masse m et de charge $-e$ décrit une orbite circulaire de centre O, de rayon R à la vitesse v autour du noyau supposé immobile de charge $+e$. Exprimer en fonction de données et ajouter sur le schéma le moment cinétique de l'électron et le moment magnétique orbital de l'atome.



21. On rappelle que l'énergie potentielle d'un dipôle magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ placé dans un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ s'écrit: $E_p = -\overrightarrow{\mathcal{M}}.\overrightarrow{B}$. On note θ l'angle entre les vecteurs $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ et $\overrightarrow{B}$. Tracer la courbe donnant E_p en fonction de θ et commenter.

22. Ecrire et nommer les équations de Maxwell sous forme locale.

23. Etablir l'équation de propagation du champ électrique ou du champ magnétique dans le vide (à partir de $\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}\overrightarrow{A}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}\overrightarrow{A}) - \Delta\overrightarrow{A}$).

24. En notation complexe, le champ em s'écrit: $\underline{\overrightarrow{E}} = \overrightarrow{E_0}e^{i(\omega t - \overrightarrow{k}.\overrightarrow{OM})}$ et $\underline{\overrightarrow{B}} = \overrightarrow{B_0}e^{i(\omega t - \overrightarrow{k}.\overrightarrow{OM})}$.

24.a. Montrer que les champs électrique et magnétique sont transverses.

24.b. Etablir la relation donnant $\underline{\overrightarrow{E}}$ en fonction de $\underline{\overrightarrow{B}}$.

24.c. Etablir la relation donnant $\underline{\overrightarrow{B}}$ en fonction de $\underline{\overrightarrow{E}}$.

25. En notation réelle, on donne le champ électrique $\overrightarrow{E} = E_0\overrightarrow{e_x}\cos(\omega t - kz)$. Exprimer le champ magnétique, le vecteur de Poynting et sa valeur moyenne ainsi que la densité volumique d'énergie em et sa valeur moyenne.

26. On donne le vecteur d'onde sous la forme $\underline{k} = k' - ik''$. Commenter.

27. Soit l'onde $\underline{\overrightarrow{E}} = \overrightarrow{E_0}e^{i(\omega t - \underline{k}x)}$ de vecteur d'onde $\underline{k} = -ik''$. Exprimer le champ électrique en notation réelle et commenter.

28. Soit l'onde $\underline{\overrightarrow{E}} = \overrightarrow{E_0}e^{i(\omega t - \underline{k}x)}$ vérifiant la relation de dispersion $\underline{k}^2 = -iK$ où $K > 0$. Exprimer $\underline{k}$ et en déduire le champ électrique en notation réelle. Commenter.

29. Définir et exprimer les vitesses de groupe et de phase.

30. Définir la notion de dispersion et l'illustrer sur un exemple.

31. Ondes dans les milieux: savoir faire les exercices II et IV du TD absorption-dispersion.

32. Donner la relation entre $\underline{k}$, $\underline{n}$, ω et c. Que représente la partie réelle de $\underline{n}$? la partie imaginaire de $\underline{n}$?

33. Faire l'exercice III chapitre EM11 et l'exercice II du TD vendredi 6 mars.

34. Savoir identifier l'état de polarisation d'une onde à partir de la donnée du champ électrique: rectiligne, circulaire gauche ou droite, elliptique gauche ou droite.

35. Démontrer la loi de Malus: $I = I_0 \cos^2 \alpha$.

36. Induction:

36.a. Enoncer les lois de Faraday et de Lenz.

36.b. Donner les deux relations permettant de calculer l'inductance propre d'un circuit.

36.c. Donner la relation définissant l'inductance mutuelle.

36.d. Faire le problème blue fire dans le sujet de DS8.

VII. **Le laser**

1. On donne le waist d'un faisceau laser w_0. Décrire le modèle cône/cylindre du faisceau, donner les relations permettant d'obtenir la longueur de Rayleigh et l'ouverture angulaire du faisceau.

2. On place une lentille dans la zone où le faisceau laser est cylindrique. On donne θ, w_0 et L_R, les caractéristiques du faisceau incident et f' la focale de la lentille. Déterminer θ', w_0' et L_R' du faisceau émergent.

3. On place une lentille dans la zone où le faisceau laser est conique, le foyer objet de la lentille est placé au waist. On donne θ, w_0 et L_R, les caractéristiques du faisceau incident et f' la focale de la lentille. Déterminer θ', w_0' et L_R' du faisceau émergent.

4. Savoir faire cet exercice (sujet E3A 2016):

A1. Dans la technique de microscopie STED, deux faisceaux lasers sont utilisés. Quelle est la signification de l'acronyme LASER ?

Considérons un milieu constitué de N atomes à deux niveaux d'énergie E_1 et $E_2 > E_1$ traversé par une onde lumineuse monochromatique dont la fréquence ν est donnée par :

$$\nu = \frac{E_2 - E_1}{h}$$

Le taux d'accroissement de la population N_2 des atomes dans l'état d'énergie E_2 est donné par :

$$\frac{dN_2}{dt} = B.u_\nu.N_1 - A.N_2 - B.u_\nu.N_2 \qquad (1)$$

- *N_1 désigne la population des atomes dans l'état d'énergie E_1.*
- *A et B sont les coefficients d'Einstein.*
- *u_ν est la densité spectrale d'énergie électromagnétique*

A2. En quoi les propriétés des photons émis par émission spontanée et par émission stimulée diffèrent-elles notablement ?

A3. Interpréter physiquement les trois termes du membre de droite de l'égalité (1).

A4. Exprimer le rapport des populations $\frac{N_2}{N_1}$ en régime stationnaire. Peut-il y avoir inversion de population ?

A5. Reprendre la question précédente si en plus le niveau excité est peuplé par un processus de pompage optique avec un taux $\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{\text{pompage}} = P$ que l'on considérera constant.

VIII. **Physique quantique**

1. Savoir calculer une longueur d'onde de De Broglie et conclure sur la manifestation ou non du comportement ondulatoire de la particule.

2. Donner la définition d'un état stationnaire.

On donne la fonction d'onde d'un état stationnaire $\underline{\psi}(x,t) = \phi(x)e^{-iEt/\hbar}$. Déduire de l'équation de Schrödinger l'équation différentielle vérifiée par $\phi(x)$. Donnée: $-\dfrac{\hbar^2}{2m}\dfrac{\partial^2 \underline{\psi}}{\partial x^2} + U\underline{\psi} = i\hbar \dfrac{\partial \underline{\psi}}{\partial t}$.

3. On donne la fonction d'onde d'un état stationnaire $\underline{\psi}(x,t) = \phi(x)e^{-iEt/\hbar}$ où $\phi(x)$ vérifie l'équation différentielle $\phi''(x) - \frac{2m}{\hbar^2}(U-E)\phi(x) = 0$.

3.a. Dans le cas où $E > U$. Est-ce un état accessible du point de vue de la mécanique classique? Du point de vue de la mécanique quantique, exprimer $\phi(x)$ puis $\underline{\psi}(x,t)$ et interpréter.

3.b. Dans le cas où $E < U$. Est-ce un état accessible du point de vue de la mécanique classique? Du point de vue de la mécanique quantique, exprimer $\phi(x)$ puis $\underline{\psi}(x,t)$ et interpréter.

4. Enoncer les conditions de continuité de $\phi(x)$ (ou de $\underline{\psi}(x,t)$) en un point où le potentiel diverge et en un point où le potentiel est fini.

5. On donne l'expression du vecteur densité de probabilité : $\overrightarrow{J}(x,t) = \frac{i\hbar}{2m}(\underline{\psi}(x,t)\frac{\partial\underline{\psi}^*}{\partial x}(x,t) - \underline{\psi}^*(x,t)\frac{\partial\underline{\psi}}{\partial x}(x,t))\overrightarrow{e_x}$.

Exprimer le vecteur densité de courant pour $\underline{\psi}(x,t) = \underline{A}e^{kx}e^{-iEt/\hbar}$.

Exprimer le vecteur densité de courant pour $\underline{\psi}(x,t) = \underline{A}e^{i(kx-Et/\hbar)}$.

6. Revoir les exercices V et VI du TD1 de mécanique quantique et les exercices I,II et IV du TD2 de mécanique quantique.

IX. **Mécanique: forces newtoniennes**

1. Soit une force de la forme $\overrightarrow{F} = \frac{-K}{r^2}\overrightarrow{e_r}$.

1.a. Exprimer K pour l'interaction gravitationnelle et pour l'interaction électrostatique.

1.b. Montrer que le moment cinétique de M par rapport à O est constant, en déduire que le mouvement est plan et que $C = r^2\dot{\theta}$ est une constante.

1.c. Montrer que l'énergie mécanique est constante, l'exprimer et en déduire l'expression de l'énergie potentielle effective.

1.d. Tracer le graphe énergie potentielle effective pour $K > 0$. Discuter des trajectoires possibles: circulaire, elliptique, parabolique et hyperbolique en fonction de la valeur de l'énergie mécanique.

2. Soit une force de la forme $\overrightarrow{F} = \frac{-K}{r^2}\overrightarrow{e_r}$ avec $K > 0$.

2.a. Pour un mouvement circulaire, déterminer l'expression de la vitesse, de la période et de l'énergie mécanique.

2.b. Soit une trajectoire elliptique de demi-grand axe a, exprimer l'énergie mécanique et la période du mouvement. Exprimer la vitesse de M en fonction de r de K, m, r et a.